

文章编号 1672-6634(2024)01-0016-07

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2023070008

基于 TiO_2 的近红外大数值孔径、高聚焦效率、 高透射率会聚透镜

李 真¹, 牛慧娟^{1,2,3}, 高 松¹, 范鑫烨^{1,2}, 段晓峰³, 黄永清³

(1. 聊城大学 物理科学与信息工程学院, 山东 聊城 252059; 2. 聊城大学 山东省光通信科学与技术重点实验室, 山东 聊城 252059; 3. 北京邮电大学 信息光子学与光通信重点实验室, 北京 100876)

摘 要 利用相位调控原理设计了一种基于 TiO_2 材料的具有非周期同心圆环形高折射率差亚波长光栅结构的会聚透镜, 可实现大数值孔径、高聚焦效率、高透射率、低损耗特性, 同时具有体积小、易集成的优点。采用时域有限差分法对提出的透镜结构进行仿真和分析, 工作波长为 850 nm 时, 该透镜透射率为 90.5%, 焦距约为 10.4 μm , 焦斑的半高全宽为 0.61 μm 。通过对仿真得到的数据进行分析, 可得数值孔径为 0.92, 聚焦效率高达 91.07%, 损耗为 0.41 dB, 平衡了高数值孔径与高聚焦效率之间的矛盾, 可在小器件直径下接近衍射极限实现点会聚效果。

关键词 高折射率差亚波长光栅; 非周期同心圆环形结构; 会聚透镜; 高聚焦效率

中图分类号 TN214、O436

文献标志码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Focusing Lens with Large Numerical Aperture, High Focusing Efficiency and High Transmissivity Based on TiO_2 in the Near Infrared Operating

LI Zhen¹, NIU Huijuan^{1,2,3}, GAO Song¹, FAN Xinye^{1,2},
DUAN Xiaofeng³, HUANG Yongqing³

(1. School of Physical Science and Information Engineering Liaocheng University, Liaocheng 252059, China; 2. Shandong Key Laboratory of Optical Communication Science and Technology, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China; 3. State Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communications, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract A converging lens based on TiO_2 material with a non-periodic concentric circular high-contrast sub-wavelength gratings structure has been designed using phase modulation principles. This lens achieves a large numerical aperture, high focusing efficiency, high transmittance, and low-loss characteristics. It

收稿日期: 2023-07-31

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB2200803); 山东省自然科学基金项目(ZR2022MF305, ZR2022MF253, ZR2021MF053, ZR2021MF070); 信息光子学与光通信国家重点实验室(北京邮电大学)开放基金项目(IPOC2021B07); 山东省高校 2021 年青年引进与培养计划; 聊城大学博士科研(318052168)资助; 科技型中小企业创新能力提升工程(2022TSGC2570); 教育部产学研协同育人项目(220605160271242, 221002802140950, 220906093200103)资助

通信作者: 牛慧娟, 女, 汉族, 博士, 副教授, 研究方向: 光电信息器件与系统, E-mail: supernhj@lccu.edu.cn.

also possesses the advantages of compact size and easy integration. The lens structure was simulated and analyzed using the finite-difference time-domain method. At a working wavelength of 850 nm, the lens had a transmission efficiency of 90.5%, the focal length of approximately 10.4 μm , and the full width at half maximum of the focal spot of 0.61 μm . By analyzing the simulation data, the numerical aperture of the lens was determined to be 0.92, with a high focusing efficiency of 91.07% and the loss of 0.41 dB. The lens balances the contradiction between high numerical aperture and high focusing efficiency, and can achieve point convergence close to the diffraction limit in a small device diameter.

Key words high-contrast sub-wavelength gratings; non-periodic concentric circular structure; focusing lens; high focusing efficiency

0 引言

透镜是实现光场调控的基本组件,可广泛应用于成像、通信、传感、太阳能电池和仪器仪表领域。随着微纳加工技术的快速发展,集成光学器件的小型化越来越明显,这些领域的系统和设备也越来越受益于日益成熟的集成技术。为了实现纳米级别器件集成,对于亚波长尺度透镜的研究便应运而生。利用亚波长范围内的二维平面结构可以实现对光的相位、振幅大小、偏振状态等参数的调制,突破传统电磁定律的限制,达到理想聚焦效果,同时提供与传统曲面透镜相当的性能。

高折射率差光栅(High-contrast Gratings, HCGs)是由完全被低折射率介质包围的高折射率材料组成的亚波长光栅,由于其光栅周期小于入射光的波长,并且在正入射时仅具有零级衍射,受到了广泛的关注^[1]。HCGs 具有体积小、易集成的优点,可以实现偏振、分束、增透、宽带高反和窄带滤波等功能^[2,3],因此,越来越多研究着眼于通过设计新型表面结构的亚波长光栅以大幅提升器件性能^[4]。目前,周期性条状 HCGs 已广泛应用于光电器件,如垂直腔面发射激光器(VCSELs)^[5]、光探测器^[6]等。此外,具有条状、块状、圆环形、圆柱形和球形图案的非周期性 HCGs 还具有高透射率、光束偏转、光束会聚作用,并且平面结构有利于实现光电器件的晶圆级集成^[7,8]。但传统的会聚透镜具有非球面形状和较大的厚度,它与标准微加工工艺不兼容。目前,新型平面非周期 HCGs 透镜在具有良好聚焦能力的同时能够显著降低透镜或与其集成的光学器件的封装成本,并提供封装和自由空间光学互连的设计灵活性,开辟了制造超薄会聚元件的新途径^[9]。

基于 TiO_2 材料提出一种工作在 850 nm 波长范围的平面光垂直入射的非周期同心圆环形高折射率差亚波长光栅(Non-periodic Concentric Circular High-contrast Sub-wavelength Gratings, NP-CCHC-SWGs)结构的大数值孔径高聚焦效率会聚透镜(Large-numerical Aperture and High-focusing Efficiency Focusing Lens, LNA-HFE-FL)。该透镜利用严格耦合波分析(Rigorous Coupled-wave Analysis, RCWA)方法,通过改变光栅的周期、占空比、厚度等参数,反射率和透射率变化时,反射相位和透射相位也会相应变化,因此可以根据预期特性来改变光栅参数以达到理想性能。对于透镜性能而言,高数值孔径(Numerical Aperture, NA)和小的光斑尺寸伴随的是低透射率和低聚焦效率。NA 通过描述透镜收光锥角的大小,来决定透镜收光能力和空间分辨率。在光栅尺寸固定的情况下,随着焦距的减小,透镜收光锥角将增加,继而与透镜收光锥角成正比的 NA 将增加。但由于半高全宽(Full Width at Half Maximum, FWHM)与 NA 成反比关系、与聚焦效率成正比关系,此时将得到低聚焦效率。本文提出的 LNA-HFE-FL 通过采用同心环形结构提升了透镜的点聚焦能力,大大增强了焦点处的电场强度,在数值孔径较大时具有极高聚焦效率。即平衡了高数值孔径与高聚焦效率之间的矛盾,能够在实现良好的会聚效果的基础上同时具有大数值孔径、高聚焦效率、高透射率和低损耗(<1 dB)。

1 设计理论与结构

作为亚波长结构, HCGs 中高折射率光栅条引导的光波被迅速散射到零阶衍射,并与入射光发生干涉,从而产生相长干涉和相消干涉。由于消除了非零衍射阶,提高了耦合效率,因此可以观察到高透射特性。在 HCGs 中,相位具有空间依赖性,局部相位响应取决于局部结构特性,如光栅周期和占空比^[10],即通过局部

改变光栅参数以改变透射光束的相位分布,从而达到会聚效果。

为了实现高效的光场调控,在特定光谱范围内找到合适的组成材料通常是必不可少的。要求材料复折射率($\tilde{n}=n+ik$)必须满足两个条件^[11]:高折射率和低损耗,即 $n>2$ 和 $k\sim 0$,为光学频率下工作的理想情况。各种光学元件,从透镜、光栅和全息图到偏振器件,很多研究选择使用具有超高折射率的硅基($n_{\text{Si}@850\text{ nm}}\approx 3.65\gg 2$)和等离子体材料^[12]。然而,硅和等离子体材料在近红外波段范围内固有的本征损耗阻碍了该区域高效会聚透镜的实现^[13]。由于 TiO_2 纳米半导体材料在可见光和近红外区域同时具有高折射率和低损耗特性,并具有稳定的化学性质、较强的耐候性、高的电子注入率和传导性能、容易制备和刻蚀等优点,因此本文选择 TiO_2 材料以实现具有大数值孔径、高聚焦效率、高透射率、低损耗特性的会聚透镜。

该 LNA-HFE-FL 由单层 TiO_2 材料的 NP-CCHC-SWGs 组成,如图 1 所示。其中 n_1 和 n_2 分别为空气和 TiO_2 材料的折射率,光束偏转性能取决于高低折射率层的差值,即折射率层差值越大,越易于进行光束调控。光栅厚度 t_g 、条宽 w 、周期 Λ 和占空比 τ 共同决定了 LNA-HFE-FL 的相位和透射率等参数,因此可以用几何理论研究光栅相移的分布,通过选择圆环光栅的参数集(Λ 、 τ 和 t_g),可以获得连续 2π 变化的相位。然而,由于我们设计的光栅厚度是固定的,因此光栅周期和占空比是影响光学性能的主要因素。光栅占空比定义为圆环光栅宽度与周期的比值

$$\tau = \frac{w}{\Lambda}, \quad (1)$$

其中参数 Λ 、 w 和 t_g 随 x 坐标变化。

光束会聚的实现基于非周期相位调控原理^[14],在高透射区域选择满足相位连续 2π 变化的一组圆环光栅参数,使得当圆环光栅条沿 x 轴分布时,透射光的相位 $\Phi(x)$ 满足

$$\Phi(x) = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + f^2} - f \right) + \Phi_0, \quad (2)$$

式(2)中, f 为会聚点至透射面的距离,即焦距,焦距取决于非周期 HCGs 给出的抛物线相位曲线的曲率。曲率越大,焦距越短。 x 为圆环光栅条中心与圆心的距离, Φ_0 为初始相位。当相移 $\Phi(x)$ 大于 2π 时,可以映射到 $0\sim 2\pi$ 之间的等价值。具有此相位轮廓的光束将聚焦在 z 轴负方向,距离光栅平面 f 处。根据这一原理,可以设计出具有空间变化相位分布的 LNA-HFE-FL,其相移 $\Phi(x)$ 可以覆盖整个 2π 范围,具有较高的透射率,可以实现任意相位前控制,即在保持高透射率的同时获得所需的相位分布。

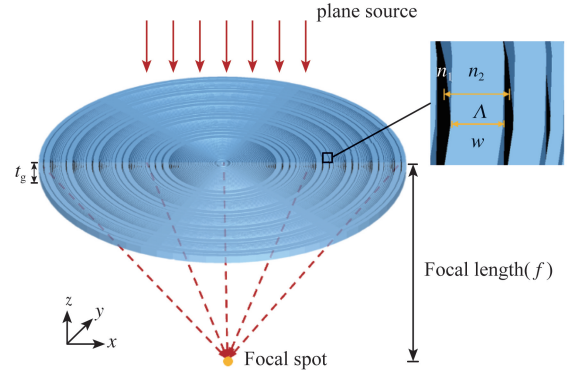


图 1 非周期同心圆环形高对比度亚波长光栅实现的会聚透镜示意图

Fig. 1 Focusing lens by non-periodic concentric circular high-contrast sub-wavelength gratings

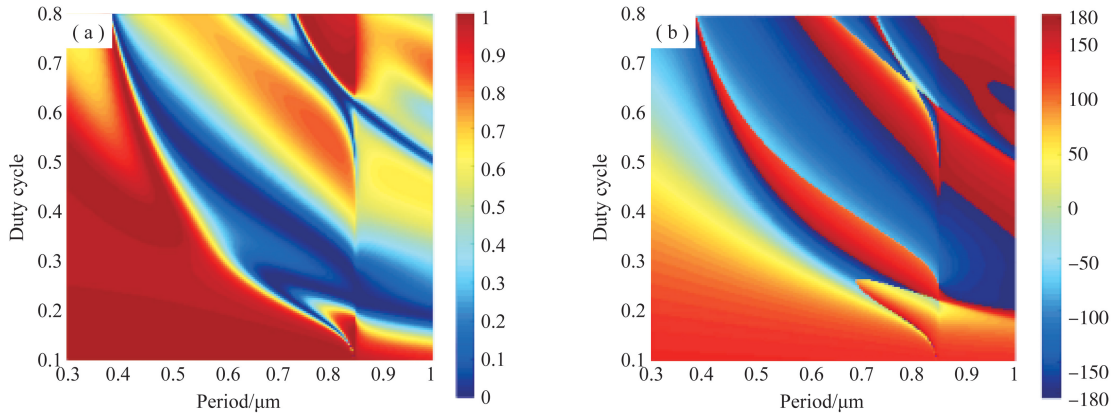


图 2 圆环光栅条厚度为 $0.4\text{ }\mu\text{m}$ 时周期性 HCGs 的透射率和相移图 (a) 透射率, (b) 相移

Fig. 2 Transmission rate and phase shift of periodic HCGs with circular grating stripe thickness of $0.4\text{ }\mu\text{m}$: (a) Transmission rate, (b) Phase shift

2 数值仿真与结构设计

首先,基于 RCWA 算法计算出周期性 HCGs 的透射率和透射面相移随周期和占空比的变化,如图 2 所示。根据刻蚀工艺条件,选择圆环光栅条厚度 $t_g=0.5 \mu\text{m}$,设置周期和占空比在 $0.3\sim 1.0 \mu\text{m}$ 和 $0.1\sim 0.8$ 之间变化。然后,在结构参数与相位周期对照表中筛选出符合设计要求的数据。从图 2(a)中选取透射率大于 90% 的光栅参数 (Λ, τ),对相位进行排序,图 3(a)中可以看出在 $0\sim 2\pi$ 范围内出现了变化平滑连续的相移点,符合设计要求。

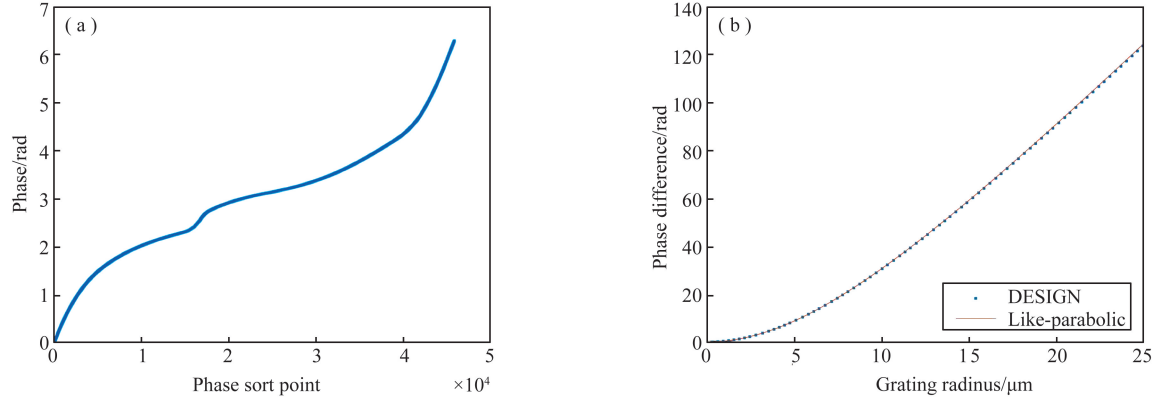


图 3 NP-CCHC-SWGs 设计过程 (a) 相位排序曲线; (b) 类抛物线分布的相位选点结果

Fig. 3 NP-CCHC-SWGs design process (a) Phase ordering curve, (b) Phase selection results of parabolic distribution

最后,根据公式(2)计算相移 $\Phi(x)$,设计出厚度 $0.5 \mu\text{m}$ 、直径 $49.2 \mu\text{m}$ 、焦距 $10.4 \mu\text{m}$ 的非周期同心圆环高折射率差亚波长光栅实现的会聚透镜。为了将透射光束会聚到特定的位置,相位分布应该符合空间中的特定抛物线轮廓。根据圆环光栅和入射光场的空间旋转对称性,即光栅在固定 y 方向位置时任意 x 位置关于 z 轴两侧对称,所以在设计过程中只考虑沿半径做切面($x>0$)的部分即可。 $x>0$ 部分周期和占空比对应的离散相移分布如图 3(b)所示,可以看出,沿 x 方向的离散圆环光栅相位设计点与理论计算结果完全吻合。

3 光场仿真及性能分析

基于以上 LNA-HFE-FL 的结构参数,利用 Lumerical 仿真软件中时域有限差分法(Finite Difference Time Domain, FDTD)对所设计的会聚透镜的性能进行了数值仿真与分析。设计中选取波长为 850 nm 的平面光,该波长下 TiO_2 材料的折射率为 2.34,本征损耗约为 0,仿真中采用 PML 边界条件。

3.1 LNA-HFE-CL 的数值孔径

由于圆环光栅和入射光场的空间旋转对称性,会聚结果展示采用沿直径切面图代替三维效果图,LNA-HFE-CL 厚度固定在 $0.5 \mu\text{m}$, TiO_2 光栅条宽度在 $0.049\sim 0.304 \mu\text{m}$ 之间变化,空气隙在 $0.088\sim 0.203 \mu\text{m}$

之间变化。平面光垂直于圆环光栅顶部入射(入射光于 $z=3 \mu\text{m}$ 处)并会聚到光栅的另一侧,透射侧的光场强度如图 4 所示,圆环光栅底部的焦距 f 约为 $10.4 \mu\text{m}$,接近设计焦距 $10.0 \mu\text{m}$ 。

入射平面波下焦斑处的半高全宽(FWHM)是评价 HCGs 透镜会聚效果的指标之一,根据焦点位置的电

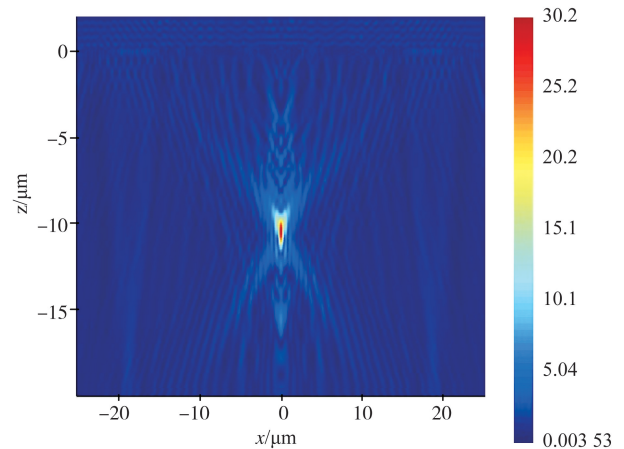


图 4 光场强度分布剖面图

Fig. 4 Profile plot of the optical field intensity distribution

场分布可以计算其 FWHM。衍射极限半高全宽可根据 LNA-HFE-CL 的数值孔径(NA)进行计算^[12]

$$FWHM = \frac{\lambda}{2 \times NA} \quad (3)$$

由于衍射效应限制,光学系统受衍射理论极限约束。其中,NA 是一个关键的性能指标,表示透镜或反射镜的会聚能力和分辨率,通过描述透镜收光锥角的大小,来决定透镜收光能力和空间分辨率。FWHM 通常随焦距 f 增加,这是因为当 f 增加时 NA 会减小,从而降低会聚能力。根据光栅总直径为 $49.2 \mu\text{m}$,则 NA 为 0.92,由此计算出,衍射极限为 0.543λ 。在仿真结果中提取透镜焦点位置的光场分布,可以得到透镜的透射率为 90.5%,如图 5(a)。焦平面处的 FWHM 约为 $0.61 \mu\text{m}$,接近衍射极限,如图 5(b)所示。

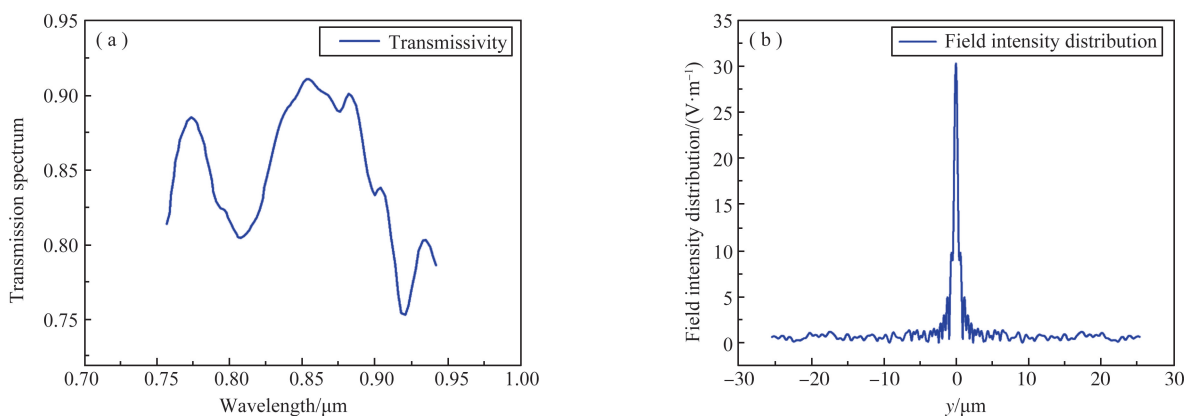


图 5 光场强度分布及透射谱曲线图 (a) 透射谱, (b) 焦平面处的场强分布

Fig. 5 Optical field intensity distribution and transmission spectrum curve (a) Transmission spectrum, (b) Field intensity distribution at the focal plane

3.2 聚焦效率分析

利用 NP-CCHC-SWG_s 结构设计会聚透镜,其相位是离散的、阶梯式的分布,近似为理想的、连续的相位分布。这种近似会导致与理想会聚波面产生偏差,这一偏差可以使用聚焦效率来表征。聚焦效率定义为焦点光斑的光功率与焦平面光功率之比^[15]

$$\eta = \frac{P_f}{P_t} \quad (4)$$

P_f 表示聚焦区域的光功率,聚焦区域通常定义为焦点附近的圆孔径,孔径大小一般为 FWHM 的 2~3 倍^[16]。 P_t 表示入射到会聚透镜上的光功率。光功率通过 Poynting(P) 矢量积分进行计算^[17]

$$P_f = \frac{1}{2} \int \text{real}(P(f)^{\text{Monitor}}) \cdot dS \quad (5)$$

即根据焦点光斑大小(如图 6(a)所示)和 LNA-HFE-CL 的面积,束腰范围对面积积分计算出光功率。

图 6(b)显示了 NA 为 0.92 的 LNA-HFE-CL 在焦平面上的强度分布,与使用惠更斯-菲涅尔原理和连续相位分布的理想透镜相比,由于有限的孔径和元件的离散特性,旁瓣中存在少量能量,这在菲涅尔透镜中较为常见。本文设计的 LNA-HFE-CL,可实现良好的点聚焦效果,如图 6(a)所示,聚焦效率为 91.07%(聚焦孔径大小取 2.5 倍 FWHM),损耗仅为 0.41 dB。根据刻蚀工艺可能产生的 10 nm 误差进行考虑,当光栅厚度为 $0.49 \mu\text{m}$ 时,聚焦效率为 89.88%;当光栅厚度为 $0.51 \mu\text{m}$ 时,聚焦效率为 90.92%,误差均在 1.3% 内。同时经过设计,可以实现预设的焦距,这为与多模光纤或不同结构的光探测器等器件的集成提供了可行性方案。

4 结论

本文提出了一种基于非周期同心圆环形高折射率差亚波长光栅(NP-CCHC-SWG_s)的大数值孔径高聚

焦效率会聚透镜(LNA-HFE-CL),同时实现了高数值孔径、高聚焦效率、高透射率及低损耗,可应用于光纤通信中。并且,这种结构易于使用标准光刻法制造,可以很容易地结合到各种集成电子和光子平台中。本文详细介绍了其设计方法和设计过程,采用 RCWA 方法通过获得连续 2π 的总相移以得到满足设计要求的 NP-CCHC-SWG_s 结构,并采用时域有限差分法(FDTD)对其性能进行了数值仿真,对入射光场的会聚效果进行了验证。设置入射光为 850 nm,仿真得到该 LNA-HFE-CL 的透射率为 90.5%,焦平面 $FWHM$ 约为 $0.61\ \mu\text{m}$ 。通过对仿真得到的数据进行分析,可以得到,数值孔径(NA)为 0.92,远高于传统的会聚透镜,可接近衍射极限实现点会聚,聚焦效率达 91.07%,损耗为 0.41 dB。特别地,利用 2π 相窗概念得到设计方法是可拓展的,即 LNA-HFE-CL 可拓展至大面积透镜,实现与太阳能电池、显微镜、望远镜、光探测器和激光器阵列等元件集成,大大提高光通信系统的整体性能。

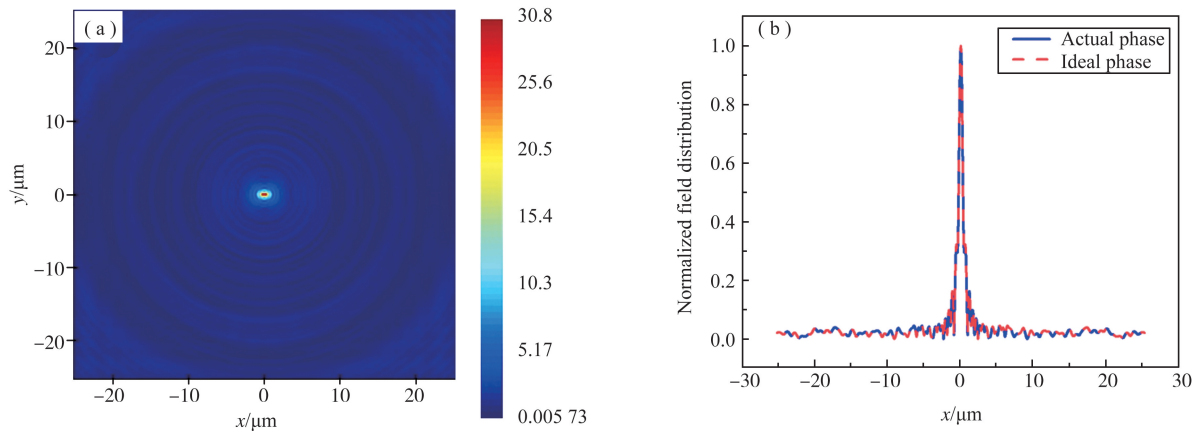


图 6 时域有限差分法数值分析结果 (a) 焦点($f \approx 10.4\ \mu\text{m}$)处场强分布, (b) HCG 会聚透镜(蓝色实线)和理想透镜(红色虚线)焦平面处的归一化场强分布

Fig. 6 Numerical analysis results using the Finite Difference Time Domain (FDTD) method (a) Field intensity distribution at the focal spot ($f \approx 10.4\ \mu\text{m}$), (b) Normalized field intensity distribution at the focal plane for the HCG converging lens (blue solid line) and the ideal lens with continuous phase distribution (red dashed line)

参 考 文 献

- [1] ZHOU Y, HUANG M C Y, CHASE C, et al. High-index-contrast grating (HCG) and its applications in optoelectronic devices[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2009, 15(5): 1485-1499.
- [2] MATEUS C F R, HUANG M C Y, DENG Y F, et al. Ultrabroadband mirror using low-index cladded subwavelength grating[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(2): 518-520.
- [3] CHANG-HASNAIN C, YANG W J. High-contrast gratings for integrated optoelectronics[J]. Advances in Optics and Photonics, 2012, 4: 379-440.
- [4] CHEN J, ZHANG M X, GU P, et al. Silver mirror for enhancing the magnetic plasmon resonance and sensing performance in plasmonic metasurface[J]. Applied Physics Express, 2022, 15(10): 2003.
- [5] HASSAN A M A, GU X D, NAKAHAMA M, et al. High power and high beam quality surface grating VCSEL[C]. //Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO), San Jose, CA, USA: 2021: 1-2.
- [6] WU C Y, ZENG B, ZHOU K N, et al. Grating perovskite enhanced polarization-sensitive GaAs-based photodetector[J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2022, 69(5): 2469-2473.
- [7] DUAN X F, WANG J C, HUANG Y Q, et al. Mushroom-mesa photodetectors using subwavelength gratings as focusing reflectors[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2016, 28(20): 2273-2276.
- [8] CHEN Q T, FANG W J, HUANG Y Q, et al. Uni-traveling-carrier photodetector with high-contrast grating focusing-reflection mirrors [J]. Applied Physics Express, 2020, 13(1): 6503.
- [9] YU Q L, ZHANG C S, ZHU H B, et al. Focusing reflector and lens with non-periodic phase-matched subwavelength high contrast grat-

- ing[C]. // The 8th Annual IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems, Suzhou, China, 2013: 252-255.
- [10] WU G, HOU S L, LEI J L, et al. Beam tailoring devices using transmission-type subwavelength grating[J]. *Photonics*, 2023, 10(6): 607.
- [11] DEVLIN R C, KHORASANINEJAD M, CHEN W T, et al. Broadband high-efficiency dielectric metasurfaces for the visible spectrum [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America Acad Sci*, 2016, 113(38): 10473-10478.
- [12] KHORASANINEJAD M, CHEN W T, DEVLIN R C, et al. Metalenses at visible wavelengths: diffraction-limited focusing and sub-wavelength resolution imaging[J]. *Science*, 2016, 352(6290): 1190-1194.
- [13] LIANG Y Y, LIU H Z, WANG F Q, et al. High-efficiency, near-diffraction limited, dielectric metasurface lenses based on crystalline titanium dioxide at visible wavelengths[J]. *Nanomaterials (Basel)*, 2018, 8(5): 288.
- [14] HE S M, WANG Z H, LIU Q F. Positive focal shift of gallium nitride high contrast grating focusing reflectors[J]. *Materials Research Express*, 2016, 3(9): 095901.
- [15] LIU H, XU Z Q, GAO G Y, et al. Diffraction-limited imaging with monolayer 2D material-based ultrathin flat lenses[J]. *Light: Science & Applications*, 2020, 9(1): 137.
- [16] ARBABI A, HORIE Y, BALL A J, et al. Subwavelength-thick lenses with high numerical apertures and large efficiency based on high-contrast transmitarrays[J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 7069.
- [17] 刘逸天, 陈琦凯, 唐志远, 等. 超表面透镜的像差分析和成像技术研究[J]. *中国光学*, 2021, 14(4): 831-850.

(责任编辑:赵海军)

(上接第 15 页)

- [13] CHU X C, LIU R J, LI Y, et al. BER analysis of FSO system with Airy beam as carrier over exponentiated Weibull channel model [J]. *Optical and Quantum Electron*, 2021, 53: 692.
- [14] ZILBERMAN A, GOLBRAIKH E, KOPEIKA N S. Propagation of electromagnetic waves in Kolmogorov and non-Kolmogorov atmospheric turbulence: three-layer altitude model [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(34): 6385-6391.
- [15] ZHAO L A, XU Y D, DAN Y Q. Evolution properties of partially coherent radially polarized Laguerre-Gaussian vortex beams in an anisotropic turbulent atmosphere [J]. *Optics Express*, 2021, 29: 34986-35002.
- [16] YONG K L, TANG S F, YANG X M, et al. Propagation characteristics of a ring Airy vortex beam in slant atmospheric turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2021, 38(5): 1510-1517.
- [17] GOLMOHAMMADY S, GHAFARY B. Generalized Stokes parameters and polarization behavior of flat-topped array laser beam propagating through oceanic turbulence [J]. *Waves in Random and Complex Media*, 2017, 27(3): 403-419.
- [18] QIU Y L, LIU J L, CHEN Z X. Propagation properties of radially polarized partially coherent $LG(0,1)^*$ beams [J]. *Optics Communications*, 2009, 282: 69-73.
- [19] Ricklin J, Davidson F. Atmospheric optical communication with a Gaussian Schell beam[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2003, 20(5): 856-866.

(责任编辑:赵海军)