

文章编号 1672-6634(2022)06-0019-08

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2022010008

基于相互近邻结构体构建的非局部形态学

吕美琪,孙忠贵

(聊城大学 数学科学学院,山东 聊城 252059)

摘要 作为一种传统的非线性图像处理算法,数学形态学在很多领域有着广泛应用。由于非局部形态学同时具备了自适应和非局部自相似的优点,其在近年引起研究者的关注。然而,现有算法往往具有对噪声较为敏感的缺陷。同时,由于其结构体包含了整个搜索窗的所有像素,这导致成员的可靠性较差,进而影响了算法性能。针对上述不足,提出了一种新的非局部数学形态学(RNLMM)。通过相互近邻策略,使结构体成员的可靠性得到提升。并且,将经典形态学(局部)与非局部形态学相结合,设计出一个算子的串行实现方式,有效提高了其对噪声的鲁棒性。理论表明,这些算子依然能够保留经典形态学算子所具备的一些重要数学性质。最后的去噪实验初步验证了RNLMM算法的优良性能。

关键词 数学形态学;非局部方法;相互近邻;数学性质;鲁棒性

中图分类号 TP391

文献标识码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



A Nonlocal Mathematical Morphology with Reciprocal Structuring Element

LÜ Meiqi, SUN Zhonggui

(School of Mathematical Sciences, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China)

Abstract As a traditional nonlinear tool for image processing, mathematical morphology (MM) is yet applied widely. Among the relevant researches, nonlocal extensions have been studied due to their advantages of adaptivity and nonlocal self-similarity. However, the existing extensions are generally fragile to noises. Meanwhile, because their structuring element (SE) contains all the pixels of the whole search window, the reliability of the SE member is discounted inevitably. In this paper, a novel nonlocal mathematical morphology (RNLMM) is proposed. The reliability of structure elements is improved by k-reciprocal nearest neighbors (KRNN). To improve the robustness to noise effectively, the traditional (local) method and nonlocal one are serially combined in the operator implementation. Theoretical proofs indicate that the operators from RNLMM successfully keep the important mathematical properties. The good performance of RNLMM is preliminarily verified via denoising experiments.

Key words mathematical morphology; nonlocal method; k-reciprocal nearest neighbors; mathematical property; robustness

收稿日期:2022-01-17

基金项目:国家自然科学基金项目(11801249);山东省自然科学基金项目(ZR2020MF040);聊城大学开放课题(319312101-01)资助

通讯作者:孙忠贵,男,汉,博士,教授,研究方向:图像处理与机器学习, E-mail: altlp@163.com.

0 引言

数学形态学早在 20 世纪 60 年代就被提出,因其严谨的理论基础和丰富的算子实现,至今仍在图像处理的众多领域有着广泛应用,如图像滤波^[1],边缘检测^[2],特征提取^[3],目标识别^[4]及图像分割^[5]等图像处理的众多领域有着广泛应用。最初的形态学应用主要针对二值图像,随后逐步拓展到灰度图像和彩色图像^[6]。其基本思想是结合不同任务采用不同大小与形状的结构体,完成对待处理图像的度量。结构体在本质上是一个与任务先验相关的图像子集,一般分为平坦结构体和非平坦结构体两类。前者的构建仅依赖于空间位置,这意味着其成员具有相同的灰度值;后者,即非平坦结构体,在构建上除依赖空间位置外,其不同成员还往往具有不同的灰度值。在结构体的基础上,一系列的形态学算子被定义出来,其中腐蚀和膨胀是两个最基本算子。其他算子,如开运算和闭运算,一般可通过腐蚀和膨胀算子的组合形式实现。具体到经典形态学(Traditional mathematical morphology, TMM),其算子由平坦结构体定义,通常具备良好的数学性质,其中最具有代表性的是保序性和附益性。正是由于这些数学性质使经典形态学具备了坚实的理论基础。然而,由于其结构体的局部性(成员来源于当前像素点附近),经典形态学仍属于局部算法。

非局部算法通过利用图像的自相似性,使得滤波器在处理图像时能够更好的保留边缘及具有周期性的纹理。随着基于片的非局部均值滤波器(Nonlocal means filter, NLM)^[7]的提出,许多著名的非局部算法,如 K-SVD^[8]和 BM3D^[9]应运而生。非局部算法在近年受到越来越多专家们的关注。许多传统的局部算法也被扩展到非局部或局部非局部结合的形式,并获得了更好的算法性能。事实上,经典形态学的非局部拓展也是近年来一个比较活跃的研究方向。为方便描述,本文将这些拓展算法统称为非局部形态学(Nonlocal mathematical morphologies, NLMMs)。

通过借用图像的非局部相似性权值与像素灰度值直接相加构建结构体,文献[10]最早尝试将经典形态学由局部拓展到非局部,但其算子的许多数学性质无法得到保持。为弥补这一缺陷,文献[11]通过定义结构体系统,提出了一种改进的非局部形态学,使得两个基本算子(腐蚀和膨胀)的附益性得到了保持。遗憾的是,其保序性依然不能成立^[12]。并且,上述权值与像素灰度值两个不同量纲因素直接组合相加构建结构体的方式缺乏明确的物理意义,这给实际应用带来困难。针对这一缺陷,近年有相关工作通过将像素灰度值引入非局部权值项增强了其结构体的物理可解释性,同时也保留了相应形态学算子的保序性和附益性^[12,13]。需要指出,现有的这些形态学非局部拓展算法,其结构体包括了所有非局部(搜索窗)成员。这种过于宽泛的成员选取,导致结构体的可靠性较差,进而,不可避免会降低算法的有效性^[14]。此外,相对于固定结构体的经典形态学,作为一类自适应(结构体可变)算法, NLMMs 还具有对噪声较为敏感^[15]的缺陷。

基于上述分析,本文提出了一种新的非局部形态学算子(Reciprocal nonlocal mathematical morphology, RNLMM)。首先,我们通过相互近邻(k-reciprocal nearest neighbors, KRNN)^[16]策略对文献[12]中的结构体施加对称性约束,有效克服了使用经典 K 近邻算法可能造成的非对称性,从而使所提形态学算子保持了更多的数学性质。其次,通过形态学算子的串行(局部与非局部相组合)实现,增强对噪声的鲁棒性。理论表明,所提形态学(RNLMM)的数学性质得到较好保持。同时,自然图像与卡通图像的去噪实验均初步验证了 RNLMM 的有效性。

1 相关工作

为便于算法描述,本节将对相关知识进行简要回顾。首先对经典形态学(TMM)进行介绍,其次描述了非局部均值滤波器(NLM),最后讨论了近年所提出的三种代表性的非局部形态学算法(NLMMs)。

1.1 形态学基本概念及相关性质

数字图像 I 可以看作是一个从定义域 Ω 到值域 F 的数值函数。对于 n 维图像, Ω 是离散空间 $\mathbb{Z}^n$ 的子集, F 是图像灰度值的集合。则 I 可表示为集合 Ω 到集合 F 的映射函数 $x \mapsto I(x)$, 式中 $x \in \Omega$ 且 $I \in \text{Fun}(\Omega, F)$ 。

经典形态学(TMM)为图像处理提供了一类广泛的非线性算子。这些算子的本质是待处理图像与结构体之间的相互作用。在形态学算子中,腐蚀和膨胀是两个最基本的算子。其他算子,如开运算和闭运算,都以它们的组合形式来表示。

对于平坦结构体,其对应腐蚀(ϵ)和膨胀(δ)算子分别定义为

$$\epsilon_{SE}(I)(x) = \bigwedge_{y \in SE(x)} \{I(y)\}, x \in \Omega, \quad (1)$$

$$\delta_{SE}(I)(x) = \bigvee_{y \in \widehat{SE}(x)} \{I(y)\}, x \in \Omega, \quad (2)$$

式中 $\bigvee$ 和 $\bigwedge$ 分别代表最大最小操作符, $SE(x) \subseteq \Omega$ 表示像素点 x 的结构体,即以其为中心的邻域, $\widehat{SE}$ 表示转置后的 SE 。

对于非平坦结构体,腐蚀和膨胀算子分别定义为

$$\epsilon_{SE}(I)(x) = \bigwedge_{y \in SE(x)} \{I(y) - SE(x)(y)\}, x \in \Omega, \quad (3)$$

$$\delta_{SE}(I)(x) = \bigvee_{y \in \widehat{SE}(x)} \{I(y) + SE(x)(y)\}, x \in \Omega, \quad (4)$$

这里 $SE(x)(y)$ 为像素 y 处的 $SE(x)$ 灰度值。

腐蚀和膨胀作为经典形态学的两种基本算子,具有良好的数学性质。其中保序性(定理1)和附益性(定理2)尤为重要。

定理1 对图像 $I \in Fun(\Omega, F)$,

$$\epsilon_{SE}(I) \leq I \leq \delta_{SE}(I). \quad (5)$$

定理2 对图像 $J_1, J_2 \in Fun(\Omega, F)$,

$$\delta_{SE}(J_1) \leq J_2 \Leftrightarrow J_1 \leq \epsilon_{SE}(J_2), \quad (6)$$

式中保序性是形态梯度定义的理论依据,而形态学梯度在边缘提取中有着重要应用^[6]。另一方面,附益性刻画了腐蚀与膨胀算子之间的密切关系,从而保证了闭运算和开运算的数学合理性。

开运算和闭运算定义如

$$C_{SE}(I)(x) = \epsilon_{SE}(\delta_{SE}(I))(x), \quad (7)$$

$$O_{SE}(I)(x) = \delta_{SE}(\epsilon_{SE}(I))(x), \quad (8)$$

需要注意,尽管经典形态学的算子具有上述良好的数学性质,受结构体局部性的影响,其仍属于局部方法。

1.2 非局部均值滤波器

与局部滤波器相比,NLM有两个明显的优点。一方面,它利用非局部邻域的加权平均估计像素值,可以很好地利用图像的自相似性;另一方面,通过图像块间的块匹配来计算权重,对噪声具有鲁棒性。

给定待处理图像 I ,用非局部均值算法计算像素的估计值,如

$$NLM(I)(x) = \sum_{y \in \Omega} W_I(x, y) I(y), x \in \Omega, \quad (9)$$

式中权值 $W_I(x, y)$ 为以像素 x 为中心的片 $P_I(x)$ 和以 y 为中心的片 $P_I(y)$ 之间的相似性,下标表示所有的计算依赖于图像 I 。具体来说,相似性权值定义为

$$W_I(x, y) = \frac{\widehat{W}_I(x, y)}{\sum_{z \in \Omega} \widehat{W}_I(x, z)}, \quad (10)$$

式中

$$\widehat{W}_I(x, y) = \exp\left(-\frac{\|P_I(x) - P_I(y)\|_{2, \alpha}^2}{h^2}\right), \quad (11)$$

这里 h 为平滑参数, $\|\cdot\|_{2, \alpha}^2$ 为具有标准差 α 的高斯加权 L_2 范数。此外, $0 \leq W_I(x, y) \leq 1$ 且 $\sum_{y \in \Omega} W_I(x, y) = 1$ 。

尽管非局部均值滤波器的实施非常复杂,但它提供了良好的滤波结果。因此,非局部方法已成为设计滤波器的主流。

1.3 现有的非局部形态学改进

Philippe Salembier 最早尝试借用 NLM 的非局部权值,对经典形态学进行非局部拓展^[10]。与传统的结构体被限制在局部区域的方法不同,此算法在非局部搜索窗(甚至整个图像)上定义结构体。其中,结构体是非平坦的,其成员灰度值直接借用 NLM 中的片相似性。与经典形态学(公式(3)和公式(4))定义的形式一样,在文献[10]中非局部形态学,即 NLMM 的两个基本算子(腐蚀和膨胀)分别定义为

$$\epsilon_{SE_I, W_I}(I)(x) = \bigwedge_{y \in SE_I(x)} \{I(y) - \beta \|P_I(x) - P_I(y)\|_{2,a}^2\}, x \in \Omega, \quad (12)$$

$$\delta_{SE_I, W_I}(I)(x) = \bigvee_{y \in SE_I(x)} \{I(y) - \beta \|P_I(x) - P_I(y)\|_{2,a}^2\}, x \in \Omega, \quad (13)$$

式中 I 仍为待处理图像, SE_I 为定义的结构体, β 是控制非平坦程度的参数。

不幸的是,在上述的非局部拓展过程中,腐蚀和膨胀算子的保序性和附益性都丢失了。文献[11]定义了一个结构体系统 $\{SE_I(x)\}_{x \in \Omega}$, 即对任意 $x, y \in \Omega$, 相应的结构体应满足如下自反性与对称性

$$\begin{aligned} x &\in SE_I(x), \\ y &\in SE_I(x) \Rightarrow x \in SE_I(y), \end{aligned}$$

式中 $\Rightarrow$ 为单向推导符号。

此外,文献[17]指出为了使算子保持好的数学性质,其结构体应当是固定的,即“一旦自适应邻域从初始输入图像导出,就必须对其进行固定”。

基于此结构体系统,文献[11]的 NLMM 所相应的腐蚀和膨胀算子被重新定义为

$$\epsilon_{SE_I, W_I}(I)(x) = \bigwedge_{y \in SE_I(x)} \{I(y) - \log(W_I(x, y))\}, x \in \Omega, \quad (14)$$

$$\delta_{SE_I, W_I}(I)(x) = \bigvee_{y \in SE_I(x)} \{I(y) + \log(W_I(x, y))\}, x \in \Omega, \quad (15)$$

式中 $SE_I(x)$ 来自结构体系统, $W_I(x, y)$ 为公式(10)中所定义的非局部权值。

我们在文献[12]指出,尽管上述两个算子的附益性得到了保持,其保序性依然不能满足。且相应的非平坦结构体是通过两个不同量纲的因素(即灰度值和权重)直接相加得到,丢失了物理上的可解释性。如文献[18]所述,“当使用非平坦结构体时,它们的灰度值应该与输入图像的灰度值具有相同的量纲”。为弥补这一缺陷,文[12]通过将灰度值引入结构体的定义,相应 NLMM 的腐蚀和膨胀算子分别为

$$\epsilon_{SE_I, W_I D_I}(I)(x) = \bigwedge_{y \in SE_I(x)} \{I(y) - \lambda \log(W_I(x, y)) D_I(x, y)\}, x \in \Omega, \quad (16)$$

$$\delta_{SE_I, W_I D_I}(I)(x) = \bigvee_{y \in SE_I(x)} \{I(y) + \lambda \log(W_I(x, y)) D_I(x, y)\}, x \in \Omega, \quad (17)$$

这里 λ 是一个控制结构体的非平坦范围的参数。作为一个通用模型,其中 $W_I(x, y)$ 是一个一般的非局部相似性度量,不再局限于 NLM 中的权值, $D_I(x, y)$ 表示像素 x 与 y 的灰度值之间的差值。在减小量纲差异的同时,文献[12]还从理论上保证了上述两个算子的附益性和保序性。

然而,正如文献[14]所指出,在非局部滤波算法中,将整个搜索窗中的所有像素点全部用于当前像素点的估计,会导致过多不可靠像素点的参与,致使估计精度下降。上述所介绍的三个非局部形态学(即 NLMMs)^[10-12], 结构体成员均包括了整个搜索窗,这显然会削弱其相应算子的性能。此外,作为一类自适应算法,这些算子也极易受到噪声的影响^[15]。针对这些现有非局部拓展算法存在的缺陷,本文提出了一个基于相互近邻结构体的非局部形态学。

2 基于相互近邻结构体的非局部形态学

本文工作,即 RNLMM,是在文作[12]的基础上展开的,其改进主要体现在两个方面。首先,利用相互近邻策略对结构体的构建施加约束,提高其成员的可靠性;然后,将经典形态学(局部)与非局部形态学相结合,设计出一个算子的串行实现方式,有效提高了其对噪声的鲁棒性,并且理论证明了相应算子的保序性与附益性能够同时得到保持。下面分别围绕这两部分内容展开论述。

2.1 基于相互近邻的非局部结构体构建

如公式(16)与公式(17)所示,文[12]采用将非局部权值与像素灰度值相乘的方式构建结构体。正如上述分析,这种结构体的构建方式会导致成员的不可靠性。针对这一缺陷,我们采用相互近邻策略^[16]进行结

构体构建。这样的构建方式不单能够筛选出可靠的结构体成员,还能使相应结构体具有对称性。后者对算子数学性质的保持尤为重要^[11]。

首先以非局部权值作为度量函数,利用K近邻的方法选取权值较大的像素点作为当前像素 x 的候选结构体成员,即

$$top(x, k) = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}, \quad (18)$$

式中 y_k 为像素 x 的第 k 个近邻,成员的置信度由参数 k 决定。

进一步,通过施加对称性约束,便可得到如下基于相互近邻的结构体

$$SE_{IN}(x) = \{y \mid y \in top(x, k) \cap x \in top(y, k)\}, x \in \Omega, \quad (19)$$

由于每个像素点与它自身的相似性最大,显然结构体 $SE_{IN}(x)$ 在满足对称性的同时也满足了自反性。

相应地,基于上述结构体,我们得到非局部形态学腐蚀和膨胀两个基本算子的初步形式

$$\epsilon_{SE_{IN}}(I)(x) = \bigwedge_{y \in SE_{IN}(x)} \{I(y) - \lambda \log(W_I(x, y)) D_I(x, y)\}, x \in \Omega, \quad (20)$$

$$\delta_{SE_{IN}}(I)(x) = \bigvee_{y \in SE_{IN}(x)} \{I(y) + \lambda \log(W_I(x, y)) D_I(x, y)\}, x \in \Omega. \quad (21)$$

下面将其与经典形态学的相应算子进行串行组合得到非局部形态学(RNLMM)算子的最终形式。

2.2 串行形态学算子及其性质证明

尽管非局部形态学能够较好保持图像边缘、纹理等周期性信息,但其本质上的自适应性会使相应算子容易受到噪声的影响,即对噪声不够鲁棒。相比之下,经典形态学采用固定结构体,其对应算子具有平移不变性,从而对噪声展现出了更好的鲁棒性。这一事实启发我们将具有固定结构体的经典形态学算子与上述非局部形态学算子(式(20)和式(21))进行串行组合,以期在更好地保持边缘及周期性纹理的同时也能对噪声较为鲁棒。本文非局部形态学,即RNLMM,所最终采用的两个基本算子定义如

$$\epsilon(I)(x) = \epsilon_{SE}(\epsilon_{SE_{IN}}(I)(x)), \quad (22)$$

$$\delta(I)(x) = \delta_{SE_{IN}}(\delta_{SE}(I)(x)). \quad (23)$$

定理3和定理4表明,上述腐蚀和膨胀算子的保序性和附益性均得到保持。

定理3 (保序性) 对任意图像 $I \in Fun(\Omega, F)$,有 $\epsilon(I) \leq I \leq \delta(I)$ 。

证明 由结构体的自反性,即 $x \in SE_{IN}(x)$ 与 $x \in SE(x)$ 对 $\forall x \in \Omega$ 成立,有 $J(x) \leq \bigvee_{y \in SE_{IN}(x)} \{J(y)\}, x \in \Omega$,即 $J \leq \delta_{SE_{IN}}(J)$,则有 $\delta_{SE}(J) \leq \delta_{SE_{IN}}(\delta_{SE}(J))$ 。根据公式(5)中 $I \leq \delta_{SE}(I)$,有 $J \leq \delta_{SE}(J) \leq \delta_{SE_{IN}}(\delta_{SE}(J)) \Rightarrow J \leq \delta_{SE_{IN}}(\delta_{SE}(J))$ 。类似可证 $\epsilon_{SE}(\epsilon_{SE_{IN}}(J)) \leq J$ 。

综上 $\epsilon_{SE}(\epsilon_{SE_{IN}}(J)) \leq J \leq \delta_{SE_{IN}}(\delta_{SE}(J))$ 。即 $\epsilon(J) \leq J \leq \delta(J)$ 。定理得证。

定理4 (附益性) 对任意图像 $I, J_1, J_2 \in Fun(\Omega, F)$,有 $\delta(J_1) \leq J_2 \Leftrightarrow J_1 \leq \epsilon(J_2)$ 。

证明 由相互近邻结构体的构建过程可知本文RNLMM的结构体具有对称性。同时,为了简化证明过程,分别用符号 T_1 和 T_2 表示膨胀与腐蚀操作,即 $T_1(x) = \delta(J)(x), x \in \Omega, T_2(x) = \epsilon(J)(x), x \in \Omega$ 。

在上述准备基础上,开展证明

$$\delta(J_1) \leq J_2$$

$$\Leftrightarrow \delta_{SE_{IN}}(\delta_{SE}(J_1)) \leq J_2 \quad \text{由式(23)}$$

$$\Leftrightarrow \delta_{SE_{IN}}(\delta_{SE}(J_1))(x) \leq J_2(x), \forall x \in \Omega$$

$$\Leftrightarrow \delta_{SE_{IN}}(T_1)(x) \leq J_2(x), \forall x \in \Omega \quad \text{由式 } T_1(x) = \delta_{SE}(J_1)(x), x \in \Omega$$

$$\Leftrightarrow \bigvee_{y \in SE_{IN}(x)} \{T_1(y)\} \leq J_2(x), \forall x \in \Omega \quad \text{由式(21)}$$

$$\Leftrightarrow T_1(y) \leq J_2(x), \forall x \in \Omega, y \in SE_{IN}(x)$$

$$\Leftrightarrow \delta_{SE}(J_1)(y) \leq J_2(x), \forall x \in \Omega, y \in SE_{IN}(x) \quad \text{由式 } T_1(y) = \delta_{SE}(J_1)(y), y \in \Omega$$

$$\Leftrightarrow \bigvee_{t \in SE(y)} \{J_1(t)\} \leq J_2(x), \forall x \in \Omega, y \in SE_{IN}(x) \quad \text{由式(2)}$$

$$\Leftrightarrow J_1(t) \leq J_2(x), \forall x \in \Omega, y \in SE_{IN}(x), t \in SE(y)$$

$$\Leftrightarrow J_1(t) \leq J_2(x), \forall y \in \Omega, x \in SE_{IN}(y), t \in SE(y) \quad \text{由结构体对称性}$$

$$\Leftrightarrow J_1(t) \leq J_2(x), \forall t \in \Omega, x \in SE_{IN}(y), y \in SE(t) \quad \text{由结构体对称性}$$

$$\begin{aligned}
& \Leftrightarrow J_1(t) \leq \bigwedge_{x \in SE_{IN}(y)} \{J_2(x)\}, \forall t \in \Omega, y \in SE(t) \\
& \Leftrightarrow J_1(t) \leq \epsilon_{SE_{IN}}(J_2)(y), \forall t \in \Omega, y \in SE(t) && \text{由式(20)} \\
& \Leftrightarrow J_1(t) \leq T_2(y), \forall t \in \Omega, y \in SE(t) && \text{由式 } T_2(y) = \epsilon_{SE_{IN}}(J_2)(y), y \in \Omega \\
& \Leftrightarrow J_1(t) \leq \bigwedge_{y \in SE(t)} \{T_2(y)\}, \forall t \in \Omega \\
& \Leftrightarrow J_1(t) \leq \epsilon_{SE}(T_2)(t), \forall t \in \Omega && \text{由式(1)} \\
& \Leftrightarrow J_1(t) \leq \epsilon_{SE}(\epsilon_{SE_{IN}}(J_2))(t), \forall t \in \Omega \\
& \Leftrightarrow J_1(x) \leq \epsilon_{SE}(\epsilon_{SE_{IN}}(J_2))(x), \forall x \in \Omega \\
& \Leftrightarrow J_1 \leq \epsilon(J_2) && \text{由式(22)} \\
& \text{即}
\end{aligned}$$

$$\delta(J_1) \leq J_2 \Leftrightarrow J_1 \leq \epsilon(J_2)。$$

定理得证。

3 分析

通过图像去噪初步验证所提 RNLMM 的有效性。考虑到经典形态学中结构体越大,对图像的细节信息破坏越严重,我们在 RNLMM 的串行算子中,经典形态学部分的结构体半径设置为 1。故试验所涉及的比较算法除了前面所介绍的三个代表性的非局部形态学(NLMMs)^[10-12],还有结构体半径为 1 的经典形态学。需指出,由于经典形态学的高效性,本文将其与非局部形态学相结合的串行算子实现在时间复杂度上较其他非局部形态学并未有明显增加。同时,尽管结构体构建时 KRNN 的引进引起复杂度的增加,幸运的是,形态学的所有操作算子共享同一个结构体,也就是说 KRNN 的运算在本文 RNLMM 中只需进行一次,且其复杂度也明显小于非局部运算本身。故本算法在复杂度上较其他非局部算法没有明显增加。

所具体采用的形态学滤波为 OCCO 滤波器^[19](取开运算-闭运算和闭运算-开运算的平均值)。由于其输出具有自对偶优势,OCCO 已成为形态学去噪的一种典型方法。我们分别在一幅自然图像和一幅卡通图像上进行不同噪声程度的去噪实验,并采用客观的峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ration, PSNR)和主观视觉效果作为评价指标。根据经验,我们令所提算法中的结构体构建的近邻数 $k=50$ 。为了公平起见,其他实验比较的非局部算法中所涉及参数,如结构体大小、图像块大小、高斯平滑参数等均被设为其原始文献的推荐值。

图 1 和图 2 是低噪声场景($\sigma=20$)下的去噪实验。由结果可以看出,经典形态学在去除噪声方面表现良好。尽管 NLMMs^[10-12]获得了较为平滑的视觉效果,由于其对噪声的鲁棒性较差,图像的细节信息并未得到较好保持。本文所提 RNLMM 的结构体的串行实现策略,实现了经典形态学与非局部形态学的较好折中。相应输出结果在结构保持和去噪之间取得了较好的平衡,其无论在视觉效果还是 PSNR 指标均优于其他方法。

图 3 和图 4 展示了高噪声场景($\sigma=40$)下的实验结果。此种情况下,经典形态学已不能很好地去除噪声,且产生了棋盘效应^[20]的视觉缺陷。尽管 NLMMs^[10-12]通过非局部策略能够有效去除噪声且避免了棋盘效应,但过光滑现象依然没有解决。在此条件下,RNLMM 在所有算法中仍然保持着最好的实验结果。

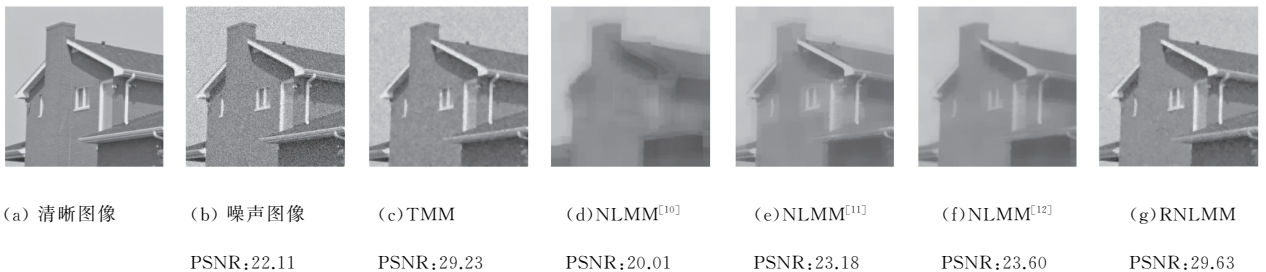
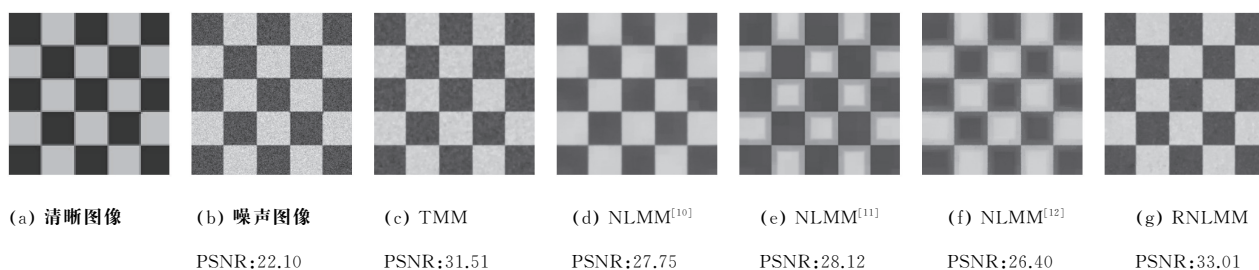
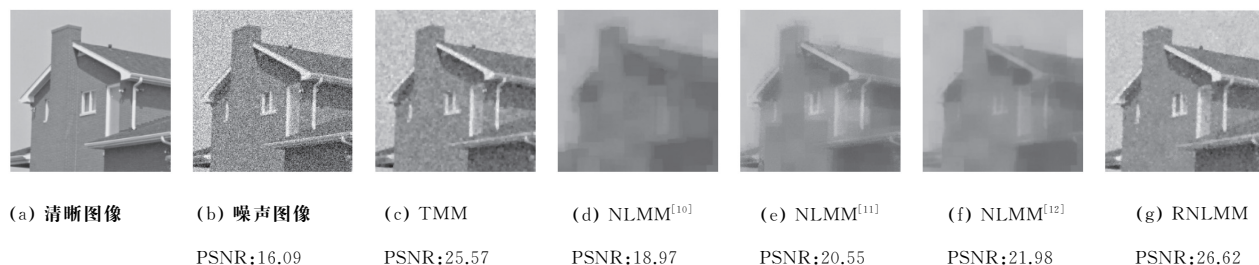
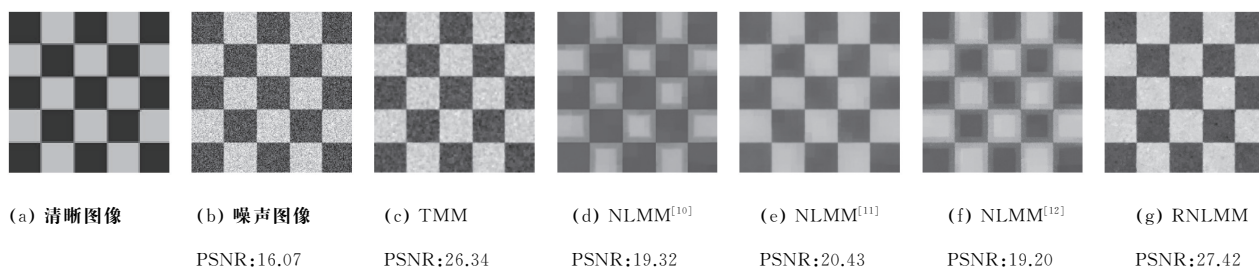


图 1 比较了不同形态学算法在噪声水平 $\sigma=20$ 下对 House 图像的 PSNR 值及视觉效果

图2 比较了不同形态学算法在噪声水平 $\sigma = 20$ 下对 Chessboard 图像的 PSNR 值及视觉效果图3 比较了不同形态学算法在噪声水平 $\sigma = 40$ 下对 House 图像的 PSNR 值及视觉效果图4 比较了不同形态学算法在噪声水平 $\sigma = 40$ 下对 Chessboard 图像的 PSNR 值及视觉效果

4 结论

本文提出了一种新的非局部形态学算子,即 RNLMM。一方面,与其他非局部形态学算法不同,本文通过相互近邻策略有效提高了结构体成员的可靠性。另一方面,为提高算法对噪声的鲁棒性,RNLMM 采用串行方式构造算子,实现了经典形态学与非局部形态学的很好折中。且理论上保证了其相应算子依然具备良好的数学性质。初步的去噪实验也验证了 RNLMM 的优良性能。需要注意的是,非局部运算本身是造成非局部形态学算法复杂度高的主要原因,近年已有一些相应加速算法^[21,22]被提出,如何将其用于非局部形态学改进,值得尝试。此外,如何将这些非局部形态学的场景由单模态推广至多模态也值得尝试。最后需要指出,近年,图形形态学已成为一个经典形态学的非局部拓展的重要研究方向^[23]。故将本文 RNLMM 的相关策略扩展到图上也极具研究价值。

参 考 文 献

- [1] SHI J, WANG Y Y, XU D G, et al. Terahertz imaging based on morphological reconstruction[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2017, 23(4): 1-7.
- [2] ZHAO Y Q, HUA G W, CHENG C Z, et al. Medical images edge detection based on mathematical morphology[C]. // 2005 IEEE engineering in medicine and biology 27th annual conference, IEEE, 2006.
- [3] LIAO W Z, BELLENS R, PIZURICA A, et al. Classification of hyperspectral data over urban areas using directional morphological profiles and semi-supervised feature extraction[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5(4): 1177-1190.
- [4] LI H Y, JIA X Y, LIU Y, et al. Application in target recognition based on gray system theory and mathematical morphology edge detection [C]. // 2012 International Conference on Computer Science and Electronics Engineering, IEEE, 2012.

- [5] SALEMBIER P, PARDAS M. Hierarchical morphological segmentation for image sequence coding[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1994, 3(5): 639-651.
- [6] CHALLA A, DANDA S, SAGAR B S D, et al. Some properties of interpolations using mathematical morphology[J]. IEEE Transactions on image processing, 2018, 27(4): 2038-2048.
- [7] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A non-local algorithm for image denoising[C]. // 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR05), 2005.
- [8] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on signal processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [9] DABOV K, FOI A, KATKOVNIK V, et al. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering[J]. IEEE Transactions on image processing, 2007, 16(8): 2080-2095.
- [10] SALEMBIER P. Study on nonlocal morphological operators[C]. // 2009 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2009.
- [11] VELASCO-FORERO S, ANGULO J. On nonlocal mathematical morphology[C]. // International Symposium on Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing. Springer, Berlin, Heidelberg, 2013.
- [12] SUN Z G, GAO X B, ZHANG D M. A nonlocal operator model for morphological image processing[C]. // 2017 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2017.
- [13] 孙忠贵, 高新波, 张冬梅, 等. 一个具有附益性及保序性算子的形态学非局部拓展[J]. 电子学报, 2018, 46(8): 1969.
- [14] CHAUDHURY K N, SINGER A. Non-local Euclidean medians[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(11): 745-748.
- [15] ANGULO J, VELASCO-FORERO S. Structurally adaptive mathematical morphology on nonlinear scale-space representations[C]. // 2010 IEEE International Conference on Image Processing, 2010.
- [16] QIN D F, GAMMETER S, BOSSARD L, et al. Hello neighbor: Accurate object retrieval with k-reciprocal nearest neighbors[C]. // CVPR 2011. IEEE, 2011.
- [17] ROERDINK J B T M. Adaptivity and group invariance in mathematical morphology[C]. // 2009 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2009.
- [18] SOILLE P. Morphological image analysis: principles and applications[M]. Springer, Science & Business Media, 2013.
- [19] APTOULA E, Lefèvre S. A comparative study on multivariate mathematical morphology[J]. Pattern Recognition, 2007, 40: 2914-2929.
- [20] BUADES A, COLL B, MOREL J M. Image denoising methods A new nonlocal principle[J]. SIAM Review, 2010, 52(1): 113-147.
- [21] VIGNESH R, OH B T, KUO C C J. Fast non-local means (NLM) computation with probabilistic early termination[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 17(3): 277-280.
- [22] ZHANG K B, TAO D C, GAO X B, et al. Learning multiple linear mappings for efficient single image super-resolution[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(3): 846-861.
- [23] ČURIĆ V, LANDSTRÖM A, THURLEY M J, et al. Adaptive mathematical morphology-a survey of the field[J]. Pattern Recognition Letters, 2014, 47: 18-28.

(责任编辑: 周相泉)