

文章编号 1672-6634(2023)06-0009-09

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2023090003

随机非线性系统的有限时间命令滤波 输出反馈跟踪控制

赵军圣¹, 赵雪静¹, 孙宗耀²

(1. 聊城大学 数学科学学院, 山东 聊城 252059; 2. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165)

摘要 研究了一类随机非线性系统的输出反馈跟踪控制问题。首先, 引入带有补偿机制的有限时间命令滤波技术, 以解决传统反步法带来的复杂度爆炸问题。然后, 借助于自适应控制策略来补偿不确定参数。在该控制策略下, 输出信号能够在有限时间内跟踪给定的目标信号。利用随机有限时间稳定性理论, 将有限时间命令滤波技术与模糊逻辑系统相结合, 确保输出跟踪误差系统能够在有限时间内实现稳定。最后通过仿真验证设计控制器的有效性。

关键词 有限时间控制; 随机非线性系统; 自适应模糊控制; 命令滤波

中图分类号 O231

文献标识码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Finite-Time Command Filtering Output Feedback Tracking Control of Stochastic Nonlinear Systems

ZHAO Junsheng¹, ZHAO Xuejing¹, SUN Zongyao²

(1. School of Mathematical Sciences, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China; 2. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

Abstract This paper studies the issue of output feedback tracking control for stochastic nonlinear systems. Firstly, a finite-time command filter with a compensation mechanism is introduced to solve the problem of complexity explosion caused by the back-stepping method. Then, unknown parameters are compensated by using adaptive control strategy. Under the control strategy, the output signal is assured to track the given reference signal in finite time. With the help of stochastic finite-time stability theory, the finite-time command filtering technique is combined with the fuzzy logic system to make the output tracking error system practically stable in finite time. Finally, a simulation result is provided to illustrate the efficiency of the designed controller.

Key words finite-time control; stochastic nonlinear systems; adaptive fuzzy control; command filtering

收稿日期: 2023-09-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(62173208); 山东省泰山学者项目(tsqn202103061)资助

通讯作者: 孙宗耀, 男, 汉族, 博士, 教授, 泰山学者青年专家, 研究方向: 非线性系统控制、自适应理论和时滞系统等, E-mail: sunzongyao@sohu.com。

1 引言

许多化学过程和热处理的实际工业过程会受到各种随机扰动的影响,故可以被描述为随机系统。然而,随机扰动的存在可能会导致系统不稳定甚至使其性能变低。因此,如何针对随机系统设计控制器并分析系统的性能变得尤为重要。针对这一问题,文献[1-3]已经取得了重大进展。在系统稳定性分析过程中,对未知项的处理一直备受关注。模糊逻辑系统(FLS)和神经网络(NNs)常被用来处理未知函数和未知非线性项^[4,5]。在这些工具的帮助下,自适应反步技术^[6]已经广泛应用于各种随机非线性系统,例如随机严格反馈系统^[7]、随机非严格反馈系统^[8]、随机纯反馈系统^[9]。

另一方面,上述控制方法都是基于传统的反步控制策略提出的,这就不可避免地存在虚拟控制器求导过程中“计算爆炸”的问题。为了解决这些问题,文献[10]提出了动态面控制(DSC)方法。然而,该方法并未消除由一阶滤波器引起的误差。为此,Dong 等人^[12]将命令滤波技术与自适应技术相结合,用于减少非线性系统中出现的滤波误差。随后,文献[13]结合反步设计提出了一种输出反馈模糊控制策略,有效地解决了具有参数不确定性的非线性系统的输出反馈控制问题。

有限时间控制^[14]不仅具有响应快、高跟踪精度的优点,还可以使系统具有较好的抗干扰性能。考虑到实际工程的需要,文献[15]首次建立了有限时间控制方案。在文献[16]中,借助模糊逻辑系统或神经网络技术,解决了函数非线性问题,改进了非线性系统的有限时间稳定性理论。文献[17,18]总结了有限时间稳定性的定义和常用判据,并讨论了基于二阶滑动控制器的有限时间控制问题。随后,文献[19]进一步提出了半全局依概率有限时间稳定(SGFSP),并研究了有限时间稳定性判据。然而,到目前为止,在有限时间框架内对于具有不可测状态的随机非线性系统的稳定性分析还没有得到令人满意的结果。

受上述研究成果的启发,提出利用有限时间命令滤波技术代替传统的命令滤波技术,以实现具有未知非线性函数的随机非线性系统的半全局依概率有限时间稳定(SGFSP)。因此,本文主要有两个方面贡献:

(1) 与文献[20,21]中已有的结果相比,本文在有限时间范围内考虑了具有随机扰动和未知非线性项的非线性系统。通过设计新的补偿项来解决随机非线性系统中一阶滤波器所引起的误差,克服了 DSC 控制方法的缺点,使系统能够获得更好的控制精度。该方法证明了闭环系统中的所有信号几乎处处都是有限时间有界的,并且跟踪误差在有限时间内几乎收敛到原点附近的邻域内。

(2) 针对现有方法的不足^[22,23],本文提出了有限时间控制和命令滤波的方法,解决了随机非线性系统的输出反馈控制问题,实现了更快的收敛速度。同时,将模糊自适应控制技术与反步控制方法相结合,构造了自适应模糊跟踪控制器,降低了计算复杂度,保证了闭环系统获得更高的跟踪精度。

2 问题陈述

考虑如下不确定随机非线性系统

$$\begin{cases} dx_i = (f_i(X_i) + x_{i+1})dt + g_i(X_i)d\omega, \\ dx_n = (f_n(X) + u)dt + g_n(X)d\omega, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

式中 $X = [x_1, \dots, x_n]^T$ 是系统状态, $u \triangleq x_{n+1}$ 和 $y(t)$ 分别是系统输入与输出。 $f_i(\cdot)$ 和 $g_i(\cdot)$ 是非线性连续光滑的未知函数。 ω 表示 r 维标准布朗运动,定义在一个完备概率空间上,其增量协方差为 $E\{d\omega \cdot d\omega^T\} = \varphi(t)\varphi^T(t)dt$, $\varphi(t)$ 是一个未知的增量协方差矩阵。

在接下来的设计过程中,需要如下假设。

假设 1 扰动协方差 $g^T\varphi(t)\varphi^T(t)g = \bar{\varphi}\varphi^T$ 是有界的,其中 $g = [g_1(X_1), g_2(X_2), \dots, g_n(X_n)]$ 。

假设 2 对任意 $X_1, X_2 \in R^i$, 存在常数 λ_i , 使得

$$\|f_i(\mathbf{X}_1) - f_i(\mathbf{X}_2)\| \leq \lambda_i \|\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2\|, \quad (2)$$

式中 $\|\cdot\|$ 表示 2-范数。

假设 3 期望的轨迹参考信号 $x_d(t)$ 及其一阶导数 $\dot{x}_d(t)$ 是连续的,有界的并且是已知的。

3 预备知识

下面给出本文用到的一些关键定义和引理。

定义 1^[23] 对任意初始值 $x(t_0) = x_0$, 存在常数 τ 和驻留时间 $T(\tau, x_0) < \infty$, 使得 $E[\|x(t; x_0)\|] \leq \tau$, 即称随机非线性系统(1)的平衡点是半全局依概率有限时间稳定(SGFSP)。

引理 1^[11] 考虑随机系统(1)存在一个连续可微函数 $U(x)$, 给定 $\lambda_1, \lambda_2 \in K_\infty$, 存在常数 $c_1 > 0, c_2 > 0, 0 < \nu < \infty, 0 < m < 1, 0 < r < 1, 0 < n < \infty$, 满足不等式 $\lambda_1(\|x\|) \leq U(x) \leq \lambda_2(\|x\|), LU(x) \leq -c_1 U(x) - c_2 U(x)^r + \nu$, 则系统为 SGFSP, 这里驻留时间满足

$$E[T(x_0)] \leq \frac{1}{(1-r)c_1} \ln \left[\frac{c_1 U(x_0)^{1-r} + c_2 m}{c_1 \left(\frac{n}{1-m} c_2 \right)^{\frac{1-r}{r}} + c_2 m} \right].$$

引理 2^[11] 令 $k > 0, s > 0, \epsilon > 0$ 有以下不等式成立:

$$|x|^k |y|^s \leq \frac{k}{k+s} \epsilon |x|^{k+s} + \frac{s}{k+s} \epsilon^{-\frac{k}{s}} |y|^{k+s}, x, y \in \mathbb{R}.$$

接下来,引入模糊逻辑系统的概念。

R_k : 若 x_1 是 $B_1^k, \dots, x_n$ 是 B_n^k , 则 y 是 $A_k, k=1, 2, \dots, N$ 。这里 $B_l^k, A^k, k=1, \dots, N$ 都是 R 上的模糊集。模糊逻辑系统的输出可以描述为

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \Psi_k \prod_{l=1}^n \mu_{B_l^k}(x_l)}{\sum_{k=1}^N \left[\prod_{l=1}^n \mu_{B_l^k}(x_l) \right]},$$

式中 Ψ_k 是使得模糊隶属度函数 $\mu_{A^k}(y)$ 达到最大值的点, 通常认为 $\mu_{A^k}(\Psi_k) = 1$ 。令

$$Q_k(x) = \frac{\prod_{l=1}^n \mu_{B_l^k}(x_l)}{\sum_{k=1}^N \left[\prod_{l=1}^n \mu_{B_l^k}(x_l) \right]}, k=1, 2, \dots, N,$$

则模糊逻辑系统可以重新描述为 $y(x) = \Psi^T Q(x)$, 式中 $Q(x) = [Q_1, \dots, Q_N]^T, \Psi = [\Psi_1, \dots, \Psi_N]^T$ 。

引理 3^[11] 经过有限时间瞬态过程, 有如下不带有输入扰动的方程成立

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_{r0}, \\ \dot{l}_1 = \dot{\eta}_{r0}, \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\eta_{r0} = \eta_r$ 并且解是有限时间稳定的。

注 1 由引理 3 可知, 如果噪声影响微分器的输入, 则 $\alpha_r = \eta_{r0}$ 成立, 如果噪声不影响微分器的输入, 则可以使用引理 4。

引理 4^[11] 如果输入扰动满足 $|\alpha_r - \alpha_{r0}| \leq \kappa$, 借助适当的参数 W_1 和 W_2 满足

$$\begin{cases} |\eta_1 - \alpha_{r0}| \leq \mu_1 \kappa = \bar{\omega}_1, \\ |l_1 - \dot{\alpha}_{r0}| \leq a_1 \kappa^{\frac{1}{2}} = \bar{\omega}_2, \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\mu_1 > 0, a_1 > 0, \bar{\omega}_1 > 0$ 和 $\bar{\omega}_2 > 0$ 。

引理 5^[22] 对于任意的 $a_i \in \mathbb{R}, i=1, \dots, n$ 和给定的 $0 < r \leq 1$, 有以下不等式成立

$$(|a_1| + \cdots + |a_n|)^r \leq |a_1|^r + \cdots + |a_n|^r \leq n^{1-r}(|a_1| + \cdots + |a_n|)^r.$$

引理 6^[22] 对于任意的 $\epsilon > 0$ 和定义在紧集 Ω 上的连续函数 $\chi(x)$, 存在模糊逻辑系统 $\Psi^T Q(x)$, 有

$$\sup_{x \in \Omega} |\chi(x) - \Psi^T Q(x)| \leq \epsilon.$$

给出一阶 Levant 微分器

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = l_1, \\ l_1 = -W_1 |\varphi_1 - \alpha_r|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\varphi_1 - \alpha_r) + \varphi_2, \\ \dot{\varphi}_2 = -W_2 \text{sign}(\varphi_2 - l_1), \end{cases} \quad (5)$$

式中 α_r 为输入信号, φ_1 和 φ_2 为命令滤波的状态, W_1 和 W_2 为待设计的参数。

4 设计过程

现将系统(1)改写为以下形式

$$\begin{cases} d\mathbf{X} = (\mathbf{L}\mathbf{X} + \mathbf{M}\mathbf{y} + \sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i(f_i(\dot{\mathbf{X}}_i) + f_i) + \mathbf{K}\mathbf{u})dt + \mathbf{g}_i d\mathbf{w}, \\ \mathbf{y} = \mathbf{Q}^T \mathbf{X}, (i=1, 2, \cdots, n), \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{式中 } \mathbf{L} = \begin{pmatrix} -k_1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{n-1} & 0 & \cdots & 1 \\ -k_n & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{N}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}, \dot{\mathbf{X}}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_i \end{pmatrix}, \mathbf{M} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}.$$

利用引理 6, 可以得到 $\hat{f}_i(\dot{\mathbf{X}}_i | \hat{\boldsymbol{\theta}}_i) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_i^T \mathbf{S}_i(\dot{\mathbf{X}}_i)$, 式中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i = \boldsymbol{\theta}_i - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i$ 表示 $\boldsymbol{\theta}_i$ 的估计值, 可以得到

$$\boldsymbol{\theta}_i = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_i \in \Omega_i} [\sup_{\dot{\mathbf{X}}_i \in U_i} |\hat{f}_i(\dot{\mathbf{X}}_i | \hat{\boldsymbol{\theta}}_i) - f_i(\dot{\mathbf{X}}_i)|],$$

式中 Ω_i , U_i 分别表示含有 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$ 和 $\dot{\mathbf{X}}_i$ 的紧集。最小估计误差可以表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_i = f_i(\dot{\mathbf{X}}_i) - \hat{f}_i(\dot{\mathbf{X}}_i | \hat{\boldsymbol{\theta}}_i), |\boldsymbol{\sigma}_i| < \epsilon_i, \epsilon_i > 0,$$

由于 $\mathbf{L}$ 是严格的 Hurwitz 矩阵, 则存在两个矩阵 $\mathbf{D}^T = \mathbf{D} > 0$ 和 $\mathbf{B}^T = \mathbf{B} > 0$, 有 $\mathbf{L}^T \mathbf{D} + \mathbf{D}\mathbf{L} = -\mathbf{B}$ 。

令 $\mathbf{e} = \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}, \mathbf{e} = [e_1, e_2, \cdots, e_n]$ 作为观测误差。根据(3)和(4), 可以得到

$$d\mathbf{e} = [\mathbf{L}\mathbf{e} + \sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \mathbf{S}_i(\dot{\mathbf{X}}_i) + \boldsymbol{\sigma}_i + \triangle f_i)]dt + \mathbf{g}_i d\mathbf{w}.$$

选择李雅普诺夫函数 $V_0 = \mathbf{e}^T \mathbf{D}\mathbf{e}$, 并借助于引理 6, 假设 1 和假设 2, 可得

$$LV_0 \leq -(\lambda_{\min}(\mathbf{B}) - 3n - \|\mathbf{D}\|^2 \sum_{i=1}^n h_i^2) \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \frac{1}{2} \|\mathbf{D}\|^2 + \|\mathbf{D}\|^2 \sum_{i=1}^n (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i + \epsilon_i^2) + \frac{1}{2} \|\bar{\boldsymbol{\varphi}}\|^2, \quad (7)$$

式中 $\lambda_{\min}(\mathbf{B})$ 是 $\mathbf{B}$ 的最小特征值。

5 主要结果

接下来, 将阐述本文的主要结果。就(5)而言, 对 $i=1, 2, \cdots, n-1$, 定义有限时间命令滤波

$$\begin{cases} \dot{\eta}_{i,1} = l_{i,1}, \\ l_{i,1} = -R_1 |\eta_{i,1} - \alpha_i|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\eta_{i,1} - \alpha_i) + \eta_{i,2}, \\ \dot{\eta}_{i,2} = -R_2 \text{sign}(\eta_{i,2} - l_{i,1}), \end{cases}$$

式中 α 为输入信号, $x_{i+1,c}(t) = \eta_{i,1}$, $\dot{x}_{i+1,c}(t) = l_{i,1}(t)$ 为输出信号。定义如下坐标变换

$$z_1 = x_1 - x_d, z_i = \dot{x}_i - x_{i,c}, i = 2, \dots, n, \quad (8)$$

式中 x_d 是期望跟踪信号。为了处理由有限时间命令滤波引起的滤波误差,提出了如下形式的补偿机制

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = -c_1 \xi_1 + \xi_2 + (x_{2,c} - \alpha_1) - l_1 \gamma(\xi_1), \\ \dot{\xi}_i = -c_i \xi_i + \xi_{i+1} + (x_{i+1,c} - \alpha_i) - l_i \gamma(\xi_i), \\ \dot{\xi}_n = -c_n \xi_n - l_n \gamma(\xi_n), i = 1, \dots, n, \end{cases}$$

式中 $\xi(0) = 0$, 这里 c_i, l_i 是常数。

第1步:令 $V_1 = V_0 + \frac{1}{2}v_1^4 + \frac{1}{2r_1}\bar{\theta}_1^T\bar{\theta}_1$, 可证 V_1 是 C^2 函数并且是正定的。根据引理2, 有 $v_1^3\delta_1 \leq \frac{1}{2}v_1^6 + \frac{1}{2}\epsilon_1^2$ 。自适应律可以选择为 $\dot{\theta}_1 = r_1 v_1^3 S_1(\dot{X}_1) - m_1 \dot{\theta}_1$, 式中 $m_1 > 0$ 。考虑到补偿信号 ξ_1 的导数, 有

$$\begin{aligned} LV_1 \leq & LV_0 + v_1^3(z_2 + e_2 + x_{2,c} - \alpha_1 + \alpha_1 + \frac{1}{2}v_1^3 + \delta_1 + \bar{\theta}_1^T S_1(\dot{x}_1) - \dot{x}_d + c_1 \xi_1 \\ & - (x_{2,c} - \alpha_1) + l_1 \gamma(\xi_1)) + \frac{h_1^2}{2}e^T e - \xi_2 - \frac{m_1}{r_1}\bar{\theta}_1^T \dot{\theta}_1 + \frac{3}{4}v_1^4 + \frac{3}{4}|\bar{\varphi}\bar{\varphi}^T|^2. \end{aligned} \quad (9)$$

由引理2, 不难得到

$$LV_1 \leq LV_0 - c_1 v_1^4 - S_1 v_1^{4\beta} + \frac{m_1}{r_1}\bar{\theta}_1^T \dot{\theta}_1 + \frac{1}{2}e^T e + \frac{h_1^2}{2}e^T e + \frac{1}{2}\epsilon_1^2 + \frac{1}{2}l_1^2 + \frac{1}{4}v_1^4 + \frac{3}{4}|\bar{\varphi}\bar{\varphi}^T|^2. \quad (10)$$

第 k 步:令 $k = 2, \dots, n-1$, 由 $z_k = \dot{x}_k - x_{k,c}$ 可以推导出

$$\begin{aligned} LV_k = & LV_{k-1} + v_k^3(z_{k+1} + (x_{k+1,c} - \alpha_k) + \alpha_k - \dot{x}_{k,c} + \bar{\theta}_k^T S(\dot{X}_k) + \bar{\theta}_k^T S(\dot{X}_k) \\ & - \dot{\xi}_k - \bar{\theta}_k^T S(\dot{X}_k) + k_k e_1) - \frac{1}{r_k}\bar{\theta}_k^T \dot{\theta}_k + \frac{3}{2}v_k^2 g_k^T \varphi_k^T \varphi_k g_k. \end{aligned} \quad (11)$$

定义虚拟控制器 α_k 并选择自适应律 $\dot{\theta}_k = r_k v_k S_k(\dot{X}_k) - m_k \dot{\theta}_k$, 可以得到

$$\begin{aligned} LV_k \leq & LV_0 - \sum_{j=1}^i c_j v_j^4 - \sum_{j=1}^i S_j v_j^{4\beta} - \sum_{j=2}^i \frac{1}{2r_j}\bar{\theta}_j^T \dot{\theta}_j + \frac{h_1^2}{2}e^T e + \sum_{j=1}^i \frac{m_j}{r_j}\bar{\theta}_j^T \dot{\theta}_j + \frac{1}{2}\epsilon_1^2 + \frac{1}{2}e^T e \\ & + \sum_{j=1}^i \frac{1}{2}l_j^2 + \frac{1}{4}v_{k+1}^4 + \frac{3k+1}{4}|\bar{\varphi}\bar{\varphi}^T|^2. \end{aligned} \quad (12)$$

第 n 步:令 $z_n = \dot{x}_n - x_{n,c}$, 按照上面步骤所示, 选择李雅普诺夫函数 $V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}v_n^4 + \frac{1}{2r_n}\bar{\theta}_n^T\bar{\theta}_n$, 可得

$$\begin{aligned} LV_n \leq & LV_0 - \sum_{j=1}^{n-1} c_j v_j^4 - \sum_{j=1}^{n-1} S_j v_j^{4\beta} + \frac{1}{2}e^T e - \frac{1}{r_n}\bar{\theta}_n^T \dot{\theta}_n + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{m_j}{r_j}\bar{\theta}_j^T \dot{\theta}_j + \frac{h_1^2}{2}e^T e + \sum_{j=2}^{n-1} \frac{1}{2r_j}\bar{\theta}_j^T \dot{\theta}_j \\ & + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{2}l_j^2 + \frac{3n-2}{4}|\bar{\varphi}\bar{\varphi}^T|^2 + \bar{\theta}_n^T S(\dot{X}_n) + \frac{1}{4}v_n^4 + \frac{1}{2}\epsilon_1^2 + v_n(u + \bar{\theta}_n^T S(\dot{X}_n) \\ & - \bar{\theta}_n^T S(\dot{X}_n) - \dot{x}_{n,c} + c_n \xi_n + l_n \gamma(\xi_n) + k_n e_1) + \frac{3}{2}|\bar{\varphi}\bar{\varphi}^T|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

根据引理2和 $S_n(\dot{X}_n)^T S_n(\dot{X}_n) \leq 1$, 可以构造如下控制器

$$u = -c_n z_n + \dot{x}_{n,c} - \bar{\theta}_n^T S_n(\dot{x}_n) + s_n v_n^{4\beta-3} + k_n e_1 + v_n^3 + v_n. \quad (14)$$

于是

$$\begin{aligned} LV_n \leq & -(\lambda_{\min}(\mathbf{B}) - 3n - \|D\|^2 \sum_{i=1}^n h_i^2 - \frac{1}{2} - \frac{h_1^2}{2})e^T e - \sum_{i=1}^n c_i v_i^4 + \frac{1}{2}\epsilon_1^2 - \sum_{i=1}^n S_i v_i^{4\beta} \\ & + \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{r_i}\bar{\theta}_i^T \dot{\theta}_i + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2r_i}\bar{\theta}_i^T \dot{\theta}_i + C, \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $C = \frac{3n+3}{4} \|\bar{\boldsymbol{\varphi}}\bar{\boldsymbol{\varphi}}^T\|^2 + \|\mathbf{D}\|^2 \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 + \frac{1}{2} \epsilon_1^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{D}\|^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} l_1^2$ 。

定理 1 设随机非线性系统(6)满足假设 1~3, 分别选择有限时间命令滤波器、补偿跟踪误差信号、虚拟控制器、实际控制器、自适应律, 则闭环系统(6)是半全局依概率有限时间稳定(SGFSP)的, 且跟踪误差依概率有限时间收敛到原点附近的邻域内。

证明 从(15)中, 可以得到

$$\begin{aligned} LV_n \leq & -\left(\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{B})}{2} - 3n - \|\mathbf{D}\|^2 \sum_{i=1}^n h_i^2 - \frac{1}{2} - \frac{h_1^2}{2}\right) \mathbf{e}^T \mathbf{e} - \sum_{i=1}^n c_i v_i^4 - \sum_{i=1}^n S_i v_i^{4\beta} - \left(\frac{m_1}{r_1} - \|\mathbf{D}\|^2\right) \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i \\ & - \sum_{i=2}^n \left(\frac{1}{2r_i} \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i\right)^\beta - \sum_{i=2}^n \left(\frac{m_i}{r_i} - \|\mathbf{D}\|^2\right) \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i + C_1 - \left(\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{B})}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e}\right)^\beta, \end{aligned} \quad (16)$$

式中 $C_1 = C + \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{2r_i} \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i + 2\pi$ 。根据引理 2, 可得

$$\begin{aligned} LV_n \leq & -K_1 \mathbf{e}^T \mathbf{e} - K_2 \left(\sum_{i=1}^n c_i v_i^4\right) - K_3 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2r_i} \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i\right) - K_4 (\mathbf{e}^T \mathbf{e})^\beta - K_5 \left(\sum_{i=1}^n c_i v_i^4\right)^\beta - K_6 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2r_i} \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\theta}_i\right)^\beta + C_1 \\ \leq & -aV_n - bV_n^\beta + C_1, \end{aligned}$$

式中 $K_1 = \min\left\{\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{B})}{2} - 3n - \|\mathbf{D}\|^2 \sum_{i=1}^n h_i^2 - \frac{1}{2} - \frac{h_1^2}{2}, \lambda_{\max}(\mathbf{D})\right\}$, $K_2 = \min\{4c_i\}$, $K_3 = \min\{m_1 - 2r_1 \|\mathbf{D}\|^2 - 1, m_i - 2r_i \|\mathbf{D}\|^2 - r_i\}$, $K_4 = \min\{S_i 4^\beta\}$, $K_5 = \frac{1}{2\lambda_{\max}(\mathbf{D})}$, $K_6 = 1$ 。

除此之外, $a = \min\{K_1, K_2, K_3\}$, $b = \min\{K_4, K_5, K_6\}$ 。此时, 选择一个李雅普诺夫函数

$$W = V + \bar{V}_n = V + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \xi_i^4,$$

可得

$$\begin{aligned} LW \leq & -aV_n - bV_n^\beta + C_1 - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{n-1} \xi_{i+1}^4 - c_n \xi_n^4 + \sum_{i=1}^{n-1} |\xi_i|^3 (x_{i+1,c} - \alpha_i) - \sum_{i=1}^n c_i |\xi_i^3| \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \left(-c_i + \frac{3}{4}\right) \xi_i^4 + |\xi_n^3| \bar{\omega}_{n1}。 \end{aligned} \quad (17)$$

借助引理 3 和引理 4, 可以得到 $|x_{j+1,c} - \alpha_j| \leq \bar{\omega}_{j1}$, 于是有

$$\begin{aligned} LW \leq & -aV_n - bV_n^\beta + C_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left(-c_i + \frac{3}{4}\right) \xi_i^4 - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{n-1} \xi_{i+1}^4 - c_n \xi_n^4 - \left(\frac{c_0}{2\sqrt{2}} - \bar{\omega}_1\right) \sum_{i=1}^n |\xi_i^3| \\ \leq & -l_1 V_n - l_2 V_n^\beta + C_1, \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $c_0 = 2\sqrt{2} \min\{c_j\}$, $\bar{\omega}_1 = \max\{\bar{\omega}_{j1}\}$ 。选择合适的 c_j , 使得 $c_0 - 2\sqrt{2} n^{\frac{1}{4}} \bar{\omega}_1 > 0$, 选择合适的 $l_1 = \min\{a, 4(c_i - \frac{3}{4}), \dots, 4(c_i - \frac{3}{4})\}$, $l_2 = \min\{b_2 c_0 - 2\sqrt{2} n^{\frac{1}{4}} \bar{\omega}_1\}$ 。

根据(17), (18)和 $x_i = e_i + \hat{x}_i$, 可以得到受控系统的所有信号在有限时间内都是有界的。

注 本文研究了有限时间命令滤波输出反馈跟踪控制问题, 与文献[20, 21]相比, 将结果扩展到了随机非线性系统中。通过设计一个新的补偿项, 克服了文献[10]中提出动态面控制方法的缺点, 补偿了由一阶滤波器引起的误差。

6 仿真例子

作为设计方法的应用, 考虑如下数值示例

$$\begin{cases} dx_1 = (x_2 + \sin(x_1))dt + \cos(x_1)d\omega, \\ dx_2 = (u + x_2 \cos(x_1))dt + \sin(x_2)d\omega, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (19)$$

构造虚拟控制输入和实际控制器

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -c_1 z_1 + \dot{x}_d - \hat{\theta}_1^T S_1(\hat{X}_1) - s_1 v_1^{4\beta-3} + \frac{3}{2} v_1^3 + \frac{3}{2} v_1, \\ u &= -c_2 z_2 - \hat{\theta}_2^T S_2(\hat{X}_2) + \dot{x}_{2,c} - s_2 v_2^{4\beta-3} + k_2 e_1 + v_2^3 + v_2. \end{aligned} \quad (20)$$

选择适当的自适应律

$$\dot{\theta}_i = r_i v_i S_i(\hat{X}_i) - m_i \hat{\theta}_i, i=1,2. \quad (21)$$

选择如下的设计参数的值

$$c_1 = 16, c_2 = 75, m_1 = 2, m_2 = 5, k_1 = 10, k_2 = 200, l_1 = l_2 = 0.001, R_1 = 5, R_2 = 1, s_1 = s_2 = 10,$$

$$r_1 = r_2 = 0.2, \beta = \frac{10}{11}, B = \text{diag}\{10, 10\}, D = \begin{bmatrix} -\frac{301}{58} & \frac{11}{58} \end{bmatrix}.$$

模糊隶属函数定义为 $\mu_{F_i^j} = \exp[-(\hat{x}_i + l)^2/2]$ ($i=1,2$), 式中 $l = -2, -1, 0, 1, 2, j=1,2$ 。期望轨迹信号表示为 $x_d = 0.5\sin(t) + 0.5\sin(0.5t)$ 。

图1描绘了 y 和 x_d 的轨迹,图2描绘了 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 的轨迹,图3描绘了 x_1 和 $\hat{x}_1$ 的轨迹,图4描绘了 x_2 和 $\hat{x}_2$ 的轨迹。可以表明,系统输出 y 可以跟踪参考信号 x_d ,所有的系统信号都在有限时间内趋于有界。

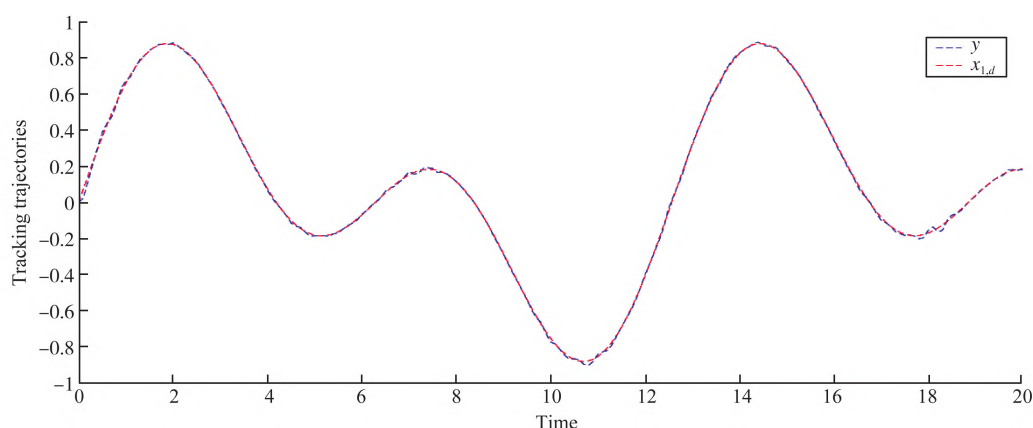


图1 y 和 x_d 的轨迹

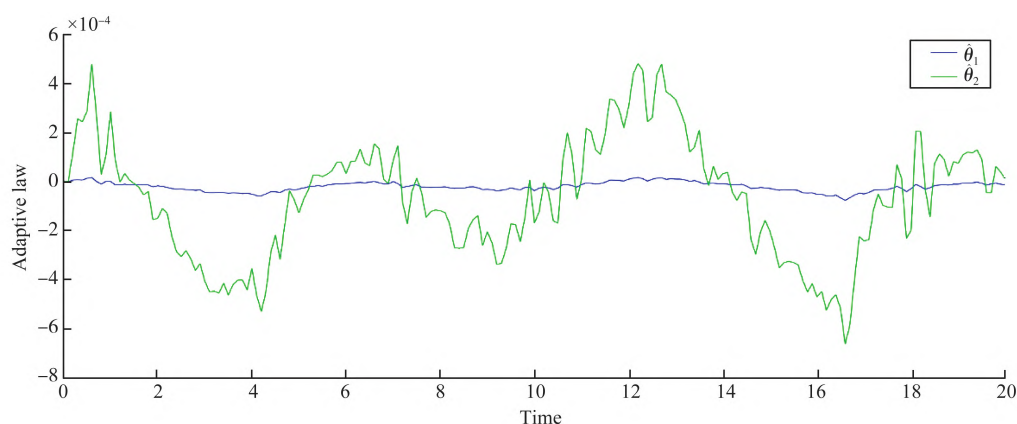
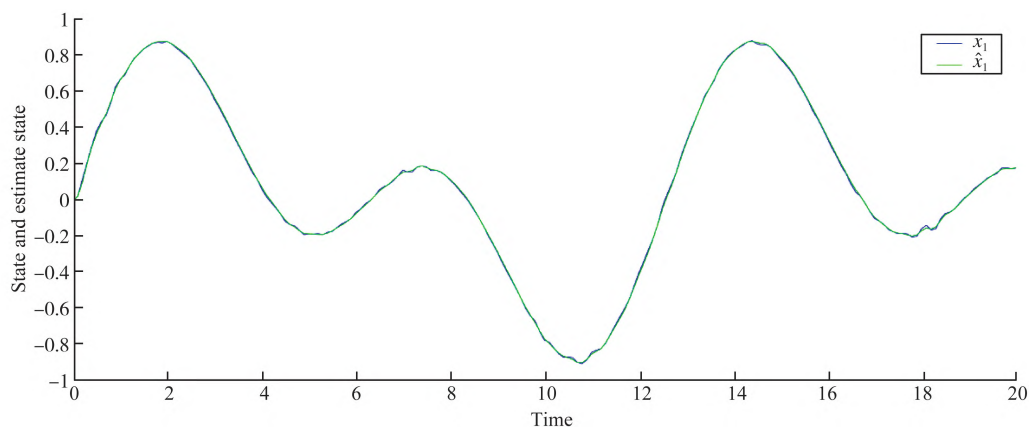
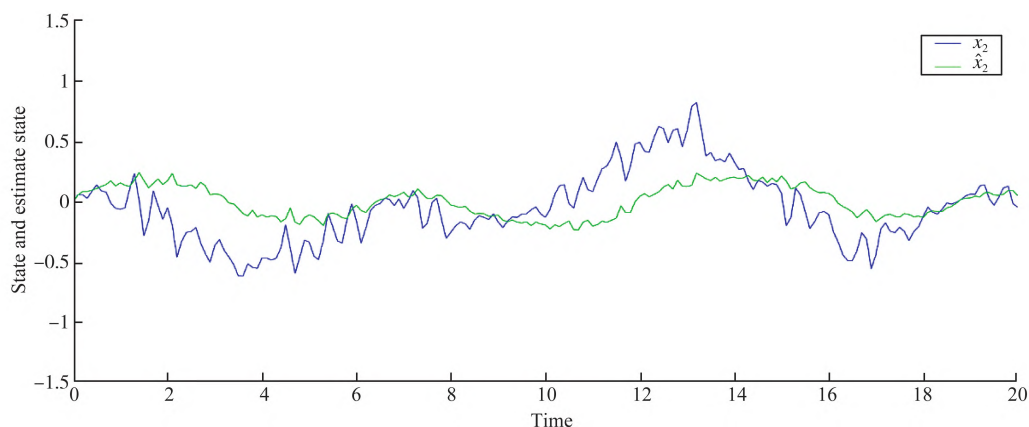


图2 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 的轨迹

图3 x_1 和 $\hat{x}_1$ 的轨迹图4 x_2 和 $\hat{x}_2$ 的轨迹

7 结论

本文基于具有随机扰动和未知状态的非线性系统的稳定性问题提出了一种模糊有限时间命令滤波反步控制策略,利用更为简易的状态观测器去估计测量状态,利用 FLS 技术估计未知函数。该方法不仅解决了中间变量函数多次求导引起的计算量大的问题,而且保证了有限时间内所有参考信号依概率有界。仿真结果表明了该控制方法的有效性。此外,该方法在输出函数未知的高阶随机非线性系统中是否具有可行性将是一个非常实际的课题。

参 考 文 献

- [1] DENG H, KRSTIC M. Stochastic nonlinear stabilization-I: a backstepping design[J]. Systems and Control Letters, 1997, 32(3): 143-150.
- [2] 林玉倩, 尹月霞, 孙梦, 等. 时变时滞随机马尔科夫跳变系统非脆弱动态输出反馈控制器设计[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2021, 34(3): 1-11.
- [3] LI S, AHN C K, XIANG Z R. Command-filter based adaptive fuzzy finite-time control for switched nonlinear systems using state-dependent switching method[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(4): 833-845.
- [4] CHANG Y, ZHOU P, NIU B, et al. Switched-observer-based adaptive output-feedback control design with unknown gain for pure feedback switched nonlinear systems via average dwell time[J]. International Journal of Systems Science, 2021, 59(2): 1731-1745.
- [5] GAO T T, LIU Y J, LI D P, et al. Adaptive neural control using tangent time-varying BLFs for a class of uncertain stochastic nonlinear systems with full state constraints[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(8): 1943-1953.
- [6] 张婧, 梁兴越, 夏建伟. 具有状态约束的随机非线性系统的自适应跟踪控制[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2019, 32(2): 8-13.
- [7] KU C C, CHANG W J, TSAI M H, et al. Observer-based proportional derivative fuzzy control for singular Takagi-Sugeno fuzzy systems

- [J]. Information Sciences, 2021, 570: 815-830.
- [8] TONG S C, WANG T, LI Y M, et al. A combined backstepping and stochastic small-gain approach to robust adaptive fuzzy output feedback control[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2013, 21(2): 314-327.
- [9] CUI G Z, XU S Y, ZHANG B Y, et al. Adaptive tracking control for uncertain switched stochastic nonlinear pure-feedback systems with unknown backlash-like hysteresis[J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(4): 1801-1818.
- [10] PENG Z H, JIANG Y, WANG J. Event-triggered dynamic surface control of an underactuated autonomous surface vehicle for target enclosing[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(4): 3402-3412.
- [11] SUN G F, LI D W, REN X M. Modified neural dynamic surface approach to output feedback of MIMO nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(2): 224-236.
- [12] DONG W J, FARRELL J A, POLYCARPOU M M, et al. Command filtered adaptive backstepping[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(3): 566-580.
- [13] YU J P, SHI P, DONG W J, et al. Neural network-based adaptive dynamic surface control for permanent magnet synchronous motors[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(3): 640-645.
- [14] 梁志鸿, 丁三波, 解相朋. 基于事件驱动间歇控制的离散复杂网络有限时间同步[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2023, 36(1): 1-10.
- [15] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(5): 678-682.
- [16] SUN Z Y, DONG Y Y, CHEN C C. Global fast finite-time partial state feedback stabilization of high-order nonlinear systems with dynamic uncertainties[J]. Information Sciences, 2019, 484: 219-236.
- [17] 丁世宏, 李世华. 有限时间控制问题综述[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 161-169.
- [18] 庄光明, 张化生, 赵军圣, 等. 中立随机马尔科夫跳变系统延迟反馈控制器设计[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2018, 31(4): 65-71.
- [19] ZHANG H Y, XU N, ZONG G D, et al. Adaptive fuzzy hierarchical sliding mode control of uncertain under actuated switched nonlinear systems with actuator faults[J]. International Journal of Systems Science, 2021, 52(8): 1499-1514.
- [20] WANG L B, WANG H Q, LIU X P, et al. Fuzzy finite-time command filtering output feedback control of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 30(1): 97-107.
- [21] DING J L, ZHANG W H. Finite-time adaptive control for nonlinear systems with uncertain parameters based on the command filters[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2021, 35(9): 1754-1767.
- [22] CHEN B, LIN C. Finite-time stabilization-based adaptive fuzzy control design[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 29(8): 2438-2443.
- [23] WANG F, CHEN B, SUN Y M, et al. Finite-time fuzzy control of stochastic nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(6): 2617-2626.

(责任编辑:刘庆松)