

文章编号 1672-6634(2024)03-0041-07

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2024010010

基于不确定时间序列的外汇储量智能预测

朱佳璇, 刘利英

(聊城大学 数学科学学院, 山东 聊城 252059)

摘要 构建了一个关于外汇储量的不确定时间序列模型。通过最小二乘原理对不确定时间序列模型中的参数进行了估计,并对求得的不确定时间序列模型进行了残差分析和置信度预测。通过对不确定时间序列模型进行随机性测试证明了时间序列模型中的扰动变量是不稳定的,从而得出扰动变量实际上是不确定变量。此外,不确定假设检验的结果表明不确定时间序列模型可以很好地拟合外汇储量数据。

关键词 不确定时间序列;不确定统计;智能预测;外汇储量

中图分类号 O29

文献标志码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Intelligent Prediction for Foreign Exchange Reserves Based on Uncertain Time Series

ZHU Jiaxuan, LIU Liying

(School of Mathematical and Sciences, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China)

Abstract This article constructs an uncertain time series model about foreign exchange reserves. The parameters of the uncertain time series model are estimated by using the principle of least squares and residual analysis and confidence prediction of the obtained uncertain time series model are performed immediately. Finally, this article conducts a parameter estimation and a residual analysis of an uncertain time series model for actual data. Randomness tests are used to prove that the disturbance variables of the time series model are unstable. Thus the disturbance variables are actually uncertain variables. In addition, the result of the uncertain hypothesis test indicates that the uncertain time series model can well fit the foreign exchange reserve data.

Key words uncertain time series; uncertain statistics; intelligent prediction; foreign exchange reserves

0 引言

外汇储备是由各国央行或国际货币基金组织等其他货币管理机构持有的现金以及其他资产,大部分外汇储备通常以储备货币形式持有。储备货币被用于国际交易、投资和全球贸易的各个方面。它们也通常被

收稿日期:2024-01-17

基金项目:山东省自然科学基金项目(ZR2020MA026);聊城大学博士科研基金项目(318051913)资助

通信作者:刘利英,女,汉族,博士,副教授,研究方向:不确定性理论,E-mail:lyliu001@163.com。

用作避险货币。众所周知,在 1997 年亚洲金融危机期间,像新加坡和台湾这样拥有大量外汇储备的国家所受到的影响最小^[1]。一个国家拥有足量的储备货币意味着不需要在国际贸易往来中以本国货币交换储备货币,可以有效占据国际贸易中的主动地位。当发生巨大的资本流动逆转时,大量的外汇储备可以减轻贸易对本国的冲击^[2]。足量的外汇储备还可以保证国内经济的弹性,稳定本国汇率,另外也有吸引国外投资的功能^[3]。近年来越来越多的学者投身于外汇储量预测领域,如 Carlos^[4]等人选择线性回归预测方法,用今天的数据预测未来数据的区间;Someswari^[5]等人使用混合神经网络对外汇储备进行了预测;Mendoza 等人^[6]使用具有自相似性方法的深度神经网络进行外汇的价格预测。神经网络模型需要大量数据和时间训练,灵活性不足。线性回归分析方法需要提前得到线性回归函数。由于外汇储量数据无法得到线性回归函数,故本文选择使用时间序列分析预测中国外汇储量。

时间序列分析则是对时间序列数据进行分析、预测的一种方法。最早的时间序列模型可以追溯到 Yule^[7]在 1927 年提出的一个自回归模型。1970 年 Box 和 Jenkin 在文献[8]中提出了一种系统的方法,将时间序列分析应用到预测问题中。Song 和 Chissom^[9]提出了基于模糊集理论的模糊时间序列模型,并将其应用于高校招生人数的预测。然而 Yang 和 Liu^[10]发现模糊时间序列模型并不能很好的预测未来数据。随机时间序列模型和不确定时间序列模型是目前常见的两种时间序列模型。我们知道,世界上几乎所有的现象都可以转化为观测数据,这些数据可能是随机变量,也可能是不确定变量。当变量为随机变量时使用随机时间序列模型,否则使用不确定时间序列模型。随机变量的频率是稳定的,而不确定变量的频率是不稳定的。现如今,随机时间序列模型被广泛使用,例如吴虹等人^[11]开发了一种组合时间序列模型并精确地预测了石油价格,丁明等人^[12]建立了一种关于风速预测的时间序列模型,赵军圣等人^[13]开发了一种随机非线性系统控制模型。然而 Liu^[14]发现从现实世界中收集到的观测数据远不稳定,因此不确定时间序列模型更加有吸引力。

不确定时间序列分析是不确定理论的一个研究分支,由 Liu^[15]于 2010 年提出。不确定时间序列分析中最重要的问题是求解不确定统计模型的扰动项。Lio 和 Liu^[16]首次提出了求解扰动项问题的矩量法。此外,Liu 和 Liu^[17]提出了残差的概念并引入到参数估计领域。为了检测不确定时间序列模型是否很好地拟合观测数据,Ye 和 Liu^[18,19]提出了不确定假设检验方法。不确定时间序列模型在中国的出生率^[20]、中国的人口^[21]、疫情传播^[22]、粮食产量^[23]等领域都有广泛应用。为了更精准的预测外汇储量的未来走势,本文将不确定时间序列分析引入到外汇储量预测领域,建立了关于外汇储量的不确定时间序列模型。通过最小二乘法进行不确定时间序列模型的参数估计,进而求出残差值并进行了残差分析。对残差进行随机性测试的结果表明外汇储量的观测数据是不稳定的,这意味着外汇储量数据不能被看作是随机变量而应该是不确定变量。最后,通过不确定假设检验证明了本文提出的不确定时间序列模型可以很好地拟合观测数据,并给出了关于外汇储量的预测结果。

第 1 节介绍了不确定时间序列模型的基础知识。第 2 节对外汇储量预测问题进行了简要的陈述。第 3 节建立了关于外汇储量的不确定时间序列模型。第 4 节对不确定时间序列模型进行分析和检验。第 5 节对国家外汇储量进行了智能预测。第 6 节给出了结论。

1 预备知识

1.1 不确定时间序列模型

时间序列是按时间先后顺序对数据进行排列得到的一组数据。一个时间序列可以被表示为 $X_1, X_2, \dots, X_n$, 其中 X_t 是在时间 t 的观测值, $t=1, 2, \dots, n$ 。不确定时间序列分析是一套统计技术,它利用不确定性理论,根据之前的观测值 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 动态预测未来值 X_{n+1} 。一个不确定的时间序列模型可以被表示为 $X_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}) + \epsilon$, 式中 k 为不确定时间序列模型的阶数, f 是一个线性或非线性函数, ϵ 是一个扰动项(不确定变量)。 X_t 为时间序列中 k 个先前观测值 $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}$ 的响应函数。

1.2 残差分析

残差是实际观测值与不确定时间序列模型预测值之间的差值。现在有一组观测数据 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 和

不确定线性(或非线性)时间序列模型 $X_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}; \hat{\theta})$, 式中 f 是线性(或非线性)函数, $\hat{\theta}$ 是未知向量的最小二乘估计参数。对于每个指标 $t(k+1 \leq t \leq n)$, 称

$$\epsilon_t = X_t - f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}; \hat{\theta}), \quad (1)$$

为 t 阶残差。残差 $\epsilon = (\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+2}, \dots, \epsilon_n)$ 被视为不确定时间序列模型中的不确定扰动项, 如

$$X_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}; \hat{\theta}) + \epsilon. \quad (2)$$

假设不确定扰动项 ϵ 遵循正态不确定分布 $N(e, \sigma)$, 则不确定扰动项 ϵ 的期望值 $\hat{e}$ 和方差 $\hat{\sigma}^2$ 分别为 $\hat{e} = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n \epsilon_t$ 和 $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n (\epsilon_t - \hat{e})^2$, 其中 ϵ_t 是 t 阶残差, $t = k+1, k+2, \dots, n$ 。

于是得到了一个不确定时间序列模型 $X_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}; \hat{\theta}) + N(\hat{e}, \hat{\sigma})$ 。

1.3 不确定假设检验

基于一组观测数据 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 可以推断出一个不确定时间序列模型为

$$X_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}; \hat{\theta}) + N(\hat{e}, \hat{\sigma}). \quad (3)$$

为了检测模型(3)是否可以很好地拟合观测数据, 需要检验不确定扰动 $N(\hat{e}, \hat{\sigma})$ 是否符合 $n-k$ 个由方程(1)得到的残差 $\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+2}, \dots, \epsilon_n$, 即 $\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+2}, \dots, \epsilon_n \sim N(\hat{e}, \hat{\sigma})$ 。

为了检验不确定时间序列模型, Ye 和 Liu^[18] 提出了不确定假设检验方法。首先取置信度 α (例如 0.05), 拒绝域被定义为 $W = \{(\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+2}, \dots, \epsilon_n): \text{至少有 } \alpha \text{ 个 } \epsilon_t \text{ 满足 } \epsilon_t < \Phi^{-1}(\frac{\alpha}{2}) \text{ 或 } \epsilon_t > \Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})\}$, 式中 $\Phi^{-1}(\alpha) = \hat{e} + \frac{\hat{\sigma}\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{\alpha}{1-\alpha}$ 。若 $n-k$ 个残差属于拒绝域 W , 即 $(\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+2}, \dots, \epsilon_n) \in W$, 则不确定时间序列模型(3)不能很好地拟合数据。否则不确定时间序列模型(3)可以很好地拟合数据, 且参数 $\hat{e}$ 和 $\hat{\sigma}$ 通过不确定假设检验。

2 问题陈述

外汇储备是全球金融体系必不可少的组成部分。持有充足的外汇储备可以稳定国内货币汇率, 在面对经济危机时维持经济流动性。充足的外汇储备不仅可以为国内项目提供资金, 还可以吸引外资。因此外汇储量的预测研究显得尤为重要。

本文以年国家外汇储量为研究对象, 整理了 1978 年至 2023 年国家外汇储量, 如表 1 和图 1 所示。设 t 表示时间, 例如 $t=1979$ 时, 中国外汇储量的金额是 8.4 亿美元。再如 $t=1980$ 时, 中国外汇储量的金额是 -12.96 亿美元, 表示 1980 年中国存在 12.96 亿美元外债。

表 1 1978 到 2023 年外汇储量(单位: 亿美元)

Table1 Foreign exchange reserves(FER) from 1978 to 2023(Unit: 100 million US dollars)

t	FER	t	FER	t	FER	t	FER	t	FER
1978	1.67	1988	33.72	1998	1 449.59	2008	19 460.30	2018	30 727.12
1979	8.40	1989	55.50	1999	1 546.75	2009	23 991.52	2019	31 079.24
1980	-12.96	1990	110.93	2000	1 655.74	2010	28 473.38	2020	32 165.22
1981	27.08	1991	217.12	2001	2 121.65	2011	31 811.48	2021	32 501.66
1982	69.86	1992	194.43	2002	2 864.07	2012	33 115.89	2022	31 276.91
1983	89.01	1993	211.99	2003	4 032.51	2013	38 213.15	2023	32 379.77
1984	82.20	1994	516.20	2004	6 099.32	2014	38 430.18		
1985	26.44	1995	735.97	2005	8 188.72	2015	33 303.62		
1986	20.72	1996	1 050.29	2006	10 663.44	2016	30 105.17		
1987	29.23	1997	1 398.90	2007	15 282.49	2017	31 399.49		

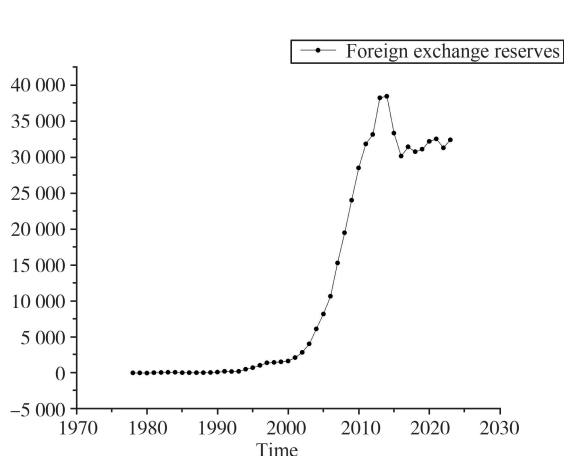


图1 1978到2023年外汇储量

Fig 1 Foreign exchange reserves from 1978 to 2023

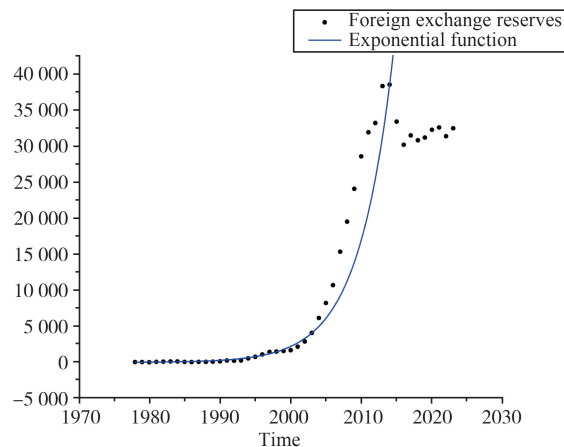


图2 指数回归方程对外汇储量的分析

Fig 2 Analysis of Foreign Exchange Reserves by
Exponential Regression Equation

3 不确定时间序列模型

本节将详细说明如何建立关于外汇储量的不确定时间序列模型。如果使用指数回归模型拟合外汇储量(如图2所示),指数回归模型的预测值必然会与实际值产生较大的误差。由于时间序列模型以历史数据预测未来数据,更适合外汇储量预测领域,故本文选择应用不确定时间序列模型预测2024~2025年国家外汇储量。为了更好地表示时间 t 和外汇储量 X_t 之间的关系,首先整理出一组数据 $(t, X_t), t=1, 2, \dots, 46$,其中 X_t 是表1所示的数据。由图1可以看出该组数据呈现非线性增长趋势,本文根据外汇储量数据特点建立了三阶非线性不确定时间序列模型 $X_t = a + bX_{t-1} + cX_{t-2} + dX_{t-3} + e\sqrt{X_{t-1}} + f\sqrt{X_{t-2}} + g\sqrt{X_{t-3}} + \epsilon$,式中 ϵ 是一个不确定扰动项。将表1中的数据代入模型,通过最小二乘法求解最小值问题

$$\min_{\hat{a}, \hat{b}} \sum_{t=4}^{46} (X_t - \hat{a} - \hat{b}X_{t-1} - \hat{c}X_{t-2} - \hat{d}X_{t-3} - \hat{e}\sqrt{X_{t-1}} - \hat{f}\sqrt{X_{t-2}} - \hat{g}\sqrt{X_{t-3}})^2, \quad (4)$$

估计该模型中的参数。通过Matlab解方程(4)可以得到未知参数为 $\hat{a} = -752.8, \hat{b} = 1.41, \hat{c} = -0.88, \hat{d} = 0.12, \hat{e} = -16.2, \hat{f} = 96.0, \hat{g} = -12.4$ 。故拟合的不确定时间序列模型为(如图3所示)

$$X_t = -752.8 + 1.41X_{t-1} - 0.88X_{t-2} + 0.12X_{t-3} - 16.2\sqrt{X_{t-1}} + 96.0\sqrt{X_{t-2}} - 12.4\sqrt{X_{t-3}}. \quad (5)$$

由方程 $\epsilon_t = X_t + 752.8 - 1.41X_{t-1} + 0.88X_{t-2} - 0.12X_{t-3} + 16.2\sqrt{X_{t-1}} - 96.0\sqrt{X_{t-2}} + 12.4\sqrt{X_{t-3}}$,可得43个残差 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{43}$,残差计算的详细结果如表2和图4所示。

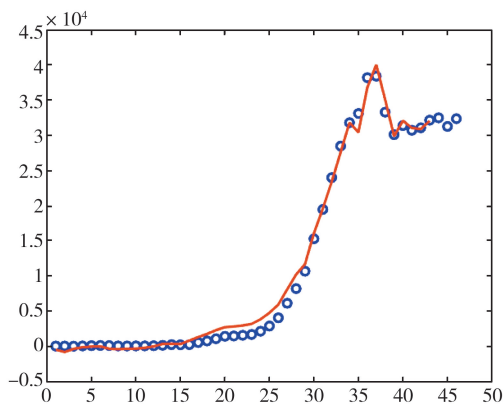


图3 不确定时间序列模型拟合外汇储量图

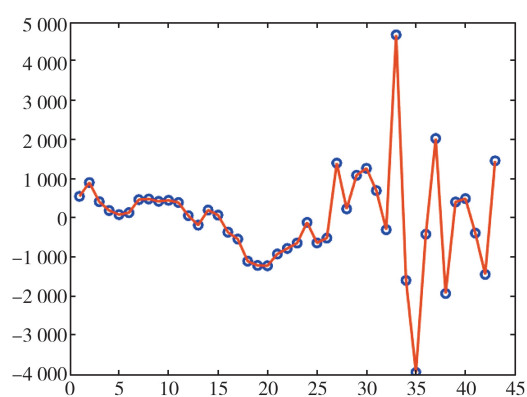
Fig 3 Foreign Exchange Reserve Maps of
Uncertain Time Series Models

图4 关于外汇储量的不确定时间序列模型的残差图

Fig 4 Residual of uncertain time series model
for foreign exchange reserves

从图2和图3可以看出该方程可以弥补指数回归模型的不足,在有骤降趋势的情况下依然可以较好的

拟合数据。

表2 外汇储量关于不确定时间序列模型的残差表(单位:亿美元)

Table 2 Residuals for uncertain time series model of foreign exchange reserves(Unit: 100 million US dollars)

ϵ_t	Residuals	ϵ_t	Residuals	ϵ_t	Residuals	ϵ_t	Residuals	ϵ_t	Residuals
ϵ_1	541.48	ϵ_{10}	441.39	ϵ_{19}	-1 217.94	ϵ_{28}	222.59	ϵ_{37}	2 015.76
ϵ_2	892.94	ϵ_{11}	385.03	ϵ_{20}	-1 225.92	ϵ_{29}	1 078.17	ϵ_{38}	-1 931.05
ϵ_3	406.35	ϵ_{12}	50.85	ϵ_{21}	-924.77	ϵ_{30}	1 255.13	ϵ_{39}	398.57
ϵ_4	182.02	ϵ_{13}	-191.05	ϵ_{22}	-784.79	ϵ_{31}	688.48	ϵ_{40}	484.53
ϵ_5	77.26	ϵ_{14}	193.56	ϵ_{23}	-646.69	ϵ_{32}	-307.52	ϵ_{41}	-393.52
ϵ_6	127.06	ϵ_{15}	64.94	ϵ_{24}	-121.46	ϵ_{33}	4 652.91	ϵ_{42}	-1 445.74
ϵ_7	458.19	ϵ_{16}	-370.28	ϵ_{25}	-643.96	ϵ_{34}	-1 597.07	ϵ_{43}	1 466.34
ϵ_8	474.32	ϵ_{17}	-545.90	ϵ_{26}	-520.64	ϵ_{35}	-3 942.68		
ϵ_9	415.06	ϵ_{18}	-1 109.17	ϵ_{27}	1 389.10	ϵ_{36}	-421.89		

从表2可以求得不确定扰动 ϵ 的期望值和方差分别为 $\hat{e} = \frac{1}{43} \sum_{t=1}^{43} \epsilon_t = 5.01 \times 10^{-12}$, $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{43} \sum_{t=1}^{43} (\epsilon_t - \hat{e})^2 = 1252.3^2$ 。于是得到了一个三阶非线性不确定时间序列模型

$$X_t = -752.77 + 1.41X_{t-1} - 0.88X_{t-2} + 0.12X_{t-3} - 16.22\sqrt{X_{t-1}} + 96.0\sqrt{X_{t-2}} - 12.4\sqrt{X_{t-3}} + N(5.01 \times 10^{-12}, 1252.3)。(6)$$

4 模型分析

4.1 不确定时间序列模型的可行性

首先,如果扰动项 ϵ 被视为随机变量,则残差也需要是随机变量。概率论要求任何适当选择的子序列都具有频率稳定性。从图4可以看出该残差序列的频率远不稳定,因此应建立不确定时间序列模型来处理外汇储量数据。

其次,通过随机性检测函数(Matlab函数“runstest”“ranksum”“vartest2”)对该残差进行检测。将残差 $(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{43})$ 分为两个子列 $(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{21})$ 和 $(\epsilon_{23}, \epsilon_{24}, \dots, \epsilon_{43})$,若两个子列来自同一分布则是随机变量,否则不是随机变量。原假设被定义为残差来自同一分布,将置信度 α 设为0.05。如果检测结果 p 小于置信度 α ,则应拒绝原假设,即该扰动项不是随机变量,而是不确定变量。检测结果如表3所示。

表3 残差数据的随机性检测

Table 3 Randomness detection of residual data

Randomness test function	p	α	h	Random variables
runstest	0.005 8	0.05	1	No
ranksum	0.005 0	0.05	1	No
vartest2	0.000 046	0.05	1	No

由表3可知,三个检测函数都检测到残差不是白噪声,更不用说概率意义上的随机序列了。因此,扰动项 ϵ 应该被视作不确定变量,建立的时间序列模型应为不确定时间序列模型。

4.2 不确定假设检验

本节应用不确定假设检验来确定不确定时间序列模型(6)是否拟合外汇储量数据。本质上,它相当于测试正态不确定分布 $N(5.01 \times 10^{-12}, 1252.3)$ 是否可以很好地拟合残差序列 $(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{43})$ 。令置信度 $\alpha = 0.05$,通过计算 $\alpha \times 43 = 2.15$,可以得出不确定假设检验为 $W = \{(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{43}): \text{在} t \text{个变量中至少有} 3 \text{个} \epsilon_t \text{满足} \epsilon_t < -2\,529.4 \text{ 或} \epsilon_t > 2\,529.4\}$ 。

如图 5 所示,只有 ϵ_{33} 和 ϵ_{35} 不在区间 $[-2\ 529.4, 2\ 529.4]$ 中,即 $(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{43}) \notin W$ 。不确定时间序列模型(6)可以很好地拟合外汇储量数据。

5 外汇储量智能预测

为了检验不确定时间序列模型智能预测的有效性,首先对 1978~2022 年国家外汇储量进行分析并预测 2023 年国家外汇储量。基于模型(6)的求解方法可得一个新的不确定时间序列模型

$$X_t = -733.3 + 1.44X_{t-1} - 0.91X_{t-2} + 0.14X_{t-3} - 14.34\sqrt{X_{t-1}} + 96.2\sqrt{X_{t-2}} - 16.7\sqrt{X_{t-3}} + N(2.90 \times 10^{-12}, 1\ 244.9)。(7)$$

假设置信度为 α , 由于不确定变量 X_{n+1} 具有正态不确定性分布 $N(\hat{e}, \hat{\sigma})$, 由

$$M\{\hat{\Phi}^{-1}(\frac{1-\alpha}{2}) \leq X_{n+1} \leq \hat{\Phi}^{-1}(\frac{1+\alpha}{2})\} \geq \hat{\Phi}(\hat{\Phi}^{-1}(\frac{1+\alpha}{2})) - \hat{\Phi}(\hat{\Phi}^{-1}(\frac{1-\alpha}{2})) = \alpha,$$

可知, X_{n+1} 在置信度 α 下的置信区间为 $[\hat{\Phi}^{-1}(\frac{1-\alpha}{2}), \hat{\Phi}^{-1}(\frac{1+\alpha}{2})]$ 。

取置信水平 $\alpha=95\%$, 则 2023 年国家外汇储量预测值为

$$\begin{aligned} X_{46} &= -733.3 + 1.44X_{45} - 0.91X_{44} + 0.14X_{43} - 14.34\sqrt{X_{45}} + 96.2\sqrt{X_{44}} \\ &\quad - 16.7\sqrt{X_{43}} + N(2.90 \times 10^{-12}, 1\ 244.9) \\ &= N(30\ 757, 1\ 244.9)。 \end{aligned}$$

进而, 可得 2023 年国家外汇储量预测区间为 $\hat{\Phi}^{-1}(\alpha) = 30\ 757 + \frac{1\ 244.9\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{1+0.95}{1-0.95}$, 即 2023 年外汇储量预测区间为 $[28\ 242.1, 33\ 270.9]$ 。如表 1 所示, 2023 年国家外汇总量为 32 379.77 亿美元, 属于该预测区间, 这表明了本文建立的不确定时间序列模型的有效性。同理, 通过不确定时间序列模型(6)可以预测 2024 年国家外汇储量

$$\begin{aligned} X_{47} &= -752.77 + 1.41X_{46} - 0.88X_{45} + 0.12X_{44} - 16.22\sqrt{X_{46}} + 96.0\sqrt{X_{45}} \\ &\quad - 12.4\sqrt{X_{44}} + N(5.01 \times 10^{-12}, 1\ 252.3) \\ &= N(33\ 219.9, 1\ 252.3)。 \end{aligned}$$

取置信水平 $\alpha=95\%$, 则 2024 年外汇储量的置信区间为 $\hat{\Phi}^{-1}(\alpha) = 33\ 219.9 + \frac{1\ 252.3\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{1+0.95}{1-0.95}$, 即 2024 年的预测值为 33 219.9 亿美元, 预测区间为 $[30\ 690.4, 35\ 749.3]$ 。

若将 2024 年外汇储量预测值汇总到外汇储量数据中, 基于模型(6)可得一个新的不确定时间序列模型

$$\begin{aligned} X_t &= -752.8 + 1.41X_{t-1} - 0.88X_{t-2} + 0.12X_{t-3} - 16.2\sqrt{X_{t-1}} + 96.0\sqrt{X_{t-2}} \\ &\quad - 12.4\sqrt{X_{t-3}} + N(1.88 \times 10^{-12}, 1\ 238.0)。 \end{aligned} \quad (8)$$

利用模型(8)预测 2025 年国家外汇储量

$$\begin{aligned} X_{48} &= -752.77 + 1.41X_{47} - 0.88X_{46} + 0.12X_{45} - 16.22\sqrt{X_{47}} + 96.0\sqrt{X_{46}} \\ &\quad - 12.4\sqrt{X_{45}} + N(1.88 \times 10^{-12}, 1\ 238.0) \\ &= N(33\ 591, 1\ 238)。 \end{aligned}$$

取置信水平 $\alpha=95\%$, 则 2025 年外汇储量的置信区间为 $\hat{\Phi}^{-1}(\alpha) = 33\ 591 + \frac{1\ 238\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{1+0.95}{1-0.95}$, 即

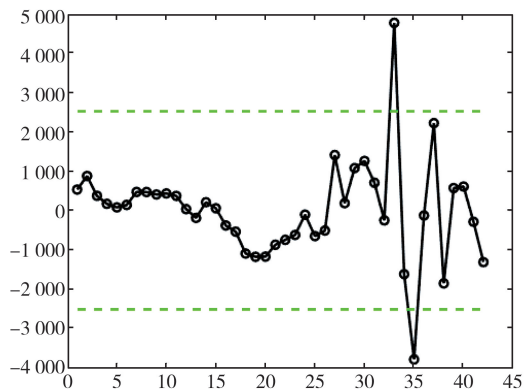


图 5 关于外汇储量的不确定时间序列模型的不确定假设检验图

Fig 5 Hypothesis test for uncertain time series model of foreign exchange reserves

2025 年外汇储量的预测值为 33 591 亿美元,预测区间为[31 090. 4, 36 091. 5]。限于篇幅,本文仅预测了 2024 年,2025 年的外汇储量情况,进一步可以应用本模型预测未来更多的数据。

6 结论

基于不确定理论建立了一种预测外汇储量的不确定时间序列模型,并对其进行了参数估计和残差分析。通过随机性检测发现该时间序列模型的残差频率远不稳定,这意味着扰动项应该被视为一个不确定变量。不确定时间序列模型通过了不确定假设检验,说明该模型可以很好地拟合外汇储量数据,并通过实例说明了该模型的有效性。最后对外汇储量的未来数据进行了预测,验证了模型在外汇储备预测领域的实用性。

参 考 文 献

- [1] 马家慧. 经济增长、汇率制度对东盟五国大规模外汇储备的影响研究[J]. 广西经济, 2023, 41(4): 114-120.
- [2] 杨措. 外汇储备对货币国际化水平的影响: 促进还是抑制? [J]. 青海金融, 2023(3): 15-22.
- [3] 袁晓晖, 王博. 外汇储备积累对私人部门投资的影响研究[J]. 金融论坛, 2022, 27(10): 42-52.
- [4] CARLOS G M. Forecasting in FOREX the spot price interval of tomorrow with the same information of today. an analysis of the seven majors using a linear regression model based on interval arithmetic[J]. Knowledge-Based Systems, 2022, 258: 109923.
- [5] PERLA S, BISOI R, DASH P K. A hybrid neural network and optimization algorithm for forecasting and trend detection of FOREX market indices[J]. Decision Analytics Journal, 2023, 6: 100193.
- [6] CARLOS M, WERNER K, MARCEL C M. Market index price prediction using deep neural networks with a self-similarity approach[J]. Applied Soft Computing, 2023, 146: 110700.
- [7] YULE G U. On a method of investigating periodicities in disturbed series with special reference to Wolfer's sunspot numbers [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1927, 226: 267-298.
- [8] BOX G E P, JENKINS G M. Time series analysis: forecasting and control[M]. San Francisco: Holden-Day, 1970.
- [9] SONG Q, CHISSOM B S. Forecasting enrollments with fuzzy time series: Part II[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 62: 1-8.
- [10] YANG X F, LIU B D. Uncertain time series analysis with imprecise observations[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2019, 18(3): 263-278.
- [11] 吴虹, 尹华. ARIMA 与 SVM 组合模型的石油价格预测[J]. 计算机仿真, 2010, 27(5): 264-266.
- [12] 丁明, 张立军, 吴义纯. 基于时间序列分析的风电场风速预测模型[J]. 电力自动化设备, 2005(8): 32-34.
- [13] 赵军圣, 赵雪静, 孙宗耀. 随机非线性系统的有限时间命令滤波输出反馈跟踪控制[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2023, 36(6): 9-17.
- [14] LIU B D. Uncertainty theory, 5th edn[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2015.
- [15] LIU B D. Uncertainty theory: a branch of mathematics for modelling human uncertainty[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2010.
- [16] LIO W J, LIU B D. Residual and confidence interval for uncertain regression model with imprecise observations[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2018, 35(2): 2573-2583.
- [17] LIU Y, LIU B D. Residual analysis and parameter estimation of uncertain differential equations[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2022, 21(4): 513-530.
- [18] YE T Q, LIU B D. Uncertain hypothesis test for uncertain differential equations[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2023, 22(2): 195-211.
- [19] YE T Q, LIU B D. Uncertain hypothesis test with application to uncertain regression analysis[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2022, 21(2): 157-174.
- [20] YE T Q, ZHENG H R. Analysis of birth rates in China with uncertain time series model[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2023, 44(6): 10621-10632.
- [21] LIU Y. Analysis of China's population with uncertain statistics[J]. Journal of Uncertain Systems, 2022, 15(4): 14.
- [22] YE T Q, YANG X F. Analysis and prediction of confirmed cases of COVID-19 in China by uncertain time series[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2021, 20(2): 209-228.
- [23] YE T Q, KANG R. Modeling grain yield in China with uncertain time series model[J]. Journal of Uncertain Systems, 2022, 15(4): 12.
- [24] LIU B D. Uncertainty theory, 2nd edn[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2007.
- [25] LIU B D. Some research problems in uncertainty theory[J]. Journal of Uncertain Systems, 2009, 3(1): 3-10.

(责任编辑: 刘庆松)