

文章编号 1672-6634(2024)04-0014-09

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2023110008

基于自抗扰采样控制的车辆转向跟踪

刘亚辉, 高子凡, 朱淑倩, 王庭瑞

(山东大学 数学学院, 山东 济南 250100)

摘 要 运用自抗扰采样控制策略研究四轮转向车辆的模型参考跟踪控制问题。设计一个采样数据驱动的扩展状态观测器来同时估计跟踪误差和侧风扰动, 并基于估计跟踪误差和估计干扰构建自抗扰采样控制器。利用增广系统和输入延迟系统建模方法, 并结合 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法, 得到采样周期依赖的 H_∞ 性能分析结果。进一步, 运用锥补线性化技术提出优化控制设计算法, 能够获得最小的 H_∞ 性能指标并实现控制器增益和观测器增益的协同设计。通过仿真结果验证, 所提出的自抗扰采样控制方法通过前轮和后轮转向使得车辆的侧偏角和偏航角速度能够在数据采样环境下跟踪期望目标, 而经典的基于干扰观测器的控制方法无法完成跟踪控制任务; 所提控制方法相比于经典的比例控制降低 95% 的跟踪误差。

关键词 四轮转向; 自抗扰控制; 采样控制; 鲁棒控制

中图分类号 TP271

文献标志码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Vehicle Steering Tracking Based on Sampled-Data Active Disturbance Rejection Control

LIU Yahui, GAO Zifan, ZHU Shuqian, WANG Tingrui

(School of Mathematics, Shandong University, Shandong Jinan 250100, China)

Abstract The model reference tracking control problem of four-wheel-steering vehicle was investigated by using sampled-data active disturbance rejection control (ADRC). A sampled-data-driven extended state observer was designed to estimate both tracking error and crosswind disturbance, and a sampled-data ADRC was constructed using the estimated tracking error and estimated disturbance. Using the augmented system and input delay system modeling methods plus the Lyapunov-Krasovskii functional method, a sampled-period-dependent H_∞ performance analysis result was derived. Further, an optimal control design algorithm resorting to the cone complementarity linearization technology was provided to obtain the minimal H_∞ performance index and realize the co-design of controller gain and observer gain. Simulation results verified that the proposed sampled-data ADRC method can force the vehicle sideslip angle and yaw rate to track the desired targets through front and rear wheel steering in a sampled-data environment, while the classical control method based on disturbance observer can not complete the tracking control task; and the

收稿日期: 2023-11-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(62373220, 62173209); 山东省自然科学基金项目(ZR2023MF011)资助

通讯作者: 朱淑倩, 女, 汉族, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 网络化控制与区间估计研究, E-mail: sqzhu@sdu.edu.cn。

proposed control method can reduce the tracking error by 95% compared with the classical proportional control method.

Key words four wheel steering; active disturbance rejection control; sampled-data control; robust control

0 引言

车辆转向控制对于车辆行驶安全至关重要^[1],转向不足或转向过度提高了车辆失控的风险,更严重地可能导致交通事故。为此,科研人员研发了各类转向控制技术以确保车辆转向过程中的稳定性和安全性,如主动前轮转向技术^[2]、直接横摆力矩控制技术^[3]和四轮转向(4WS)技术^[4]等。4WS是新兴的智能汽车转向控制技术之一,它可以提高车辆在低速时的可操纵性和在高速时的稳定性,减小转弯半径,增强行驶安全性和驾驶舒适度,因而受到了汽车业界的广泛关注^[5,6]。考虑车辆复杂的外部环境影响,如侧风干扰等,如何保证对期望的侧偏角和偏航角速度的高精度跟踪是4WS控制研发过程中面临的一个热点问题^[4]。

针对车辆的4WS问题,许多国内外学者开展了大量的研究,提出了一些经典的控制策略,例如前馈控制^[7]和比例反馈控制^[8]等。上述控制策略容易实现,执行成本低,但由于存在系统干扰和非理想的控制运行环境,这些控制在实践中执行效果较差。随后,研究人员研究了基于反馈的侧偏角或偏航率的鲁棒控制问题^[9-11]。文献[9]针对侧向力干扰和参考输入干扰,提出了4WS系统的 H_2/H_∞ 混合控制方法,获得了良好的鲁棒性和干扰抑制性能。文献[10]设计了4WS车辆的 μ 综合鲁棒控制器,通过优化加权功能,以抑制外部干扰。文献[11]将前馈控制和反馈控制相结合,考虑侧向风引起的外部干扰,采用 H_∞ 动态输出反馈控制研究了4WS的模型跟踪控制问题。为进一步提升控制性能,文献[12]提出了一种非光滑有限时间控制方法,提高了4WS车辆的安全性和操作性。文献[13]提出了一种新的基于后转向的分散控制算法,保证了闭环系统的鲁棒性能。文献[14]提出了一种基于模型预测控制的4WS车辆路径跟踪策略,能够有效克服干扰对系统的影响。虽然上述文献[9-14]处理了干扰的抑制问题,但并未实现扰动的有效补偿。

文献[15]指出,自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)技术是借鉴现代控制理论在分析系统结构性质的成果,提出的一种估计并补偿不确定因素的控制技术,它不依赖于系统模型,使用更加灵活。为了有效处理车辆转向过程中的扰动,文献[16]将ADRC应用于四轮转向车辆的参考模型跟踪控制中,提出了一种基于扰动观测器的控制策略,并通过仿真验证了所提控制策略能够取得比经典比例控制更好的控制效果。文献[17]针对非线性多输入多输出不确定系统,提出了一种可解耦的ADRC方法,并成功应用于自动驾驶公共汽车路径跟踪问题。上述文献[16,17]假设车辆控制中的信号为模拟信号,控制方法是在连续系统点对点连线框架下建立的。事实上,车辆的传感信号和控制信号均为采样信号,研究实现车辆转向的自抗扰采样控制是非常有必要的。

本文提出基于采样数据驱动的自抗扰控制策略,来研究侧向风影响下4WS车辆的模型参考跟踪控制问题,以实现期望的侧倾角和偏航率。将侧向风干扰、建模误差诱导的干扰统一描述为跟踪误差系统的复合干扰,并利用跟踪误差的采样数据构造扩展状态观测器(ESO),以实现复合干扰和跟踪误差状态的实时估计。进一步,利用估计的采样状态和干扰构建ADRC,并运用输入时延方法建模闭环系统为带有离散化误差扰动和复合干扰的输入时延系统。使用Lyapunov-Krasovskii泛函(LKF)方法,以线性矩阵不等式(LMI)形式给出采样周期依赖的 H_∞ 性能分析条件。基于分析条件,利用锥补线性化(CCL)技术,给出控制器增益和观测器增益的设计算法。最后,通过仿真验证了控制算法的有效性。

符号说明: $\mathbf{N}$ 表示自然数的集合。 $\text{col}\{a, b\}$ 表示由 a 和 b 组成的列向量。 $\mathbf{P} > 0$ 表示 $\mathbf{P}$ 是一个对称正定矩阵。对于对称矩阵 $\mathbf{P}$,用 $*$ 表示其中的对称项。对于矩阵 $\mathbf{A}$, $\text{sym}\{\mathbf{A}\} = \mathbf{A} + \mathbf{A}^T$ 。

1 车辆转向自抗扰采样控制系统建模

1.1 侧风干扰下四轮转向车辆模型

四轮转向(4WS)车辆的主动转向控制系统重点关注质心侧倾角和偏航率的变化,它们直接决定车辆的

操控性和稳定性。为此,考虑普遍采用的二自由度车辆转向模型,描述如下

$$\begin{cases} Mv(\dot{\beta} + r) = F_f + F_r + F_w, \\ I_z \dot{r} = aF_f - bF_r + l_w F_w, \end{cases} \quad (1)$$

式中 M 是车辆的质量, v 是车辆质心的纵向速度, β 和 r 分别是车辆质心的侧偏角和偏航率, I_z 是质心的偏航惯性矩, a 和 b 分别是质心到前后轴的距离, F_f 和 F_r 分别是前轮和后轮的侧向力, F_w 是侧向风干扰力, l_w 是左右车轮距离的一半。

当车辆处于低速、轮胎侧倾角为小角度时,轮胎侧向力与轮胎侧偏角存在线性关系

$$\begin{cases} F_f = c_f \beta_f, \\ F_r = c_r \beta_r, \end{cases} \quad (2)$$

式中 c_f 和 c_r 分别是前后轮的转弯刚度, β_f 和 β_r 分别是前后轮的侧偏角。根据车辆的几何特性,我们有

$$\begin{cases} \beta_f = -\beta - \frac{ar}{v} + \delta_f, \\ \beta_r = -\beta - \frac{br}{v} + \delta_r, \end{cases} \quad (3)$$

式中 δ_f 是前轮转向角, δ_r 是后轮转向角。

将式(2)和(3)代入式(1),并选取状态向量 $\mathbf{x}(t) = \text{col}\{\beta, r\}$, 控制输入向量 $\mathbf{u}(t) = \text{col}\{\delta_f, \delta_r\}$, 外部干扰输入为 $\boldsymbol{\omega}_f(t) = F_w/Mv$, 输出向量 $\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t)$, 我们可以得到二自由度车辆模型的以下状态空间表达式

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_f\boldsymbol{\omega}_f(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{式中 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{c_f + c_r}{Mv} & \frac{bc_r - ac_f}{Mv^2} - 1 \\ \frac{bc_r - ac_f}{I_z} & -\frac{a^2c_f + b^2c_r}{I_zv} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{c_f}{Mv} & \frac{c_r}{Mv} \\ \frac{ac_f}{I_z} & -\frac{bc_r}{I_z} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 1 \\ Mvl_w \end{bmatrix}。$$

注1 由于车辆的偏航率 r 可通过惯性传感器直接量测得到,侧偏角 β 可通过各类估计方法获得^[18], 因此在系统(4)中考虑状态完全可利用的情形,即 $\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t)$ 。相同的假设可参考文献[18,19]。

1.2 车辆跟踪误差模型

4WS 技术通过控制车辆的横向和偏航运动,以保持一定的轨迹和车身姿态,从而提高了车辆的操控稳定性和主动安全性。当遇到侧向风等外部干扰时,4WS 系统可以根据扰动力的估计改变控制力大小,主动控制车轮角度,使车辆具有更好的抗干扰能力和转向稳定性。为刻画具体的转向实现过程,我们考虑以下期望参考偏航率并假设期望的参考侧偏角 $\beta^* = 0$ ^[16],

$$\begin{cases} \dot{r} = \frac{v}{L(1 + kv^2)} \frac{1}{1 + \tau_{rs}} \delta_f, \\ k = \frac{M}{L^2} \left(\frac{a}{c_r} - \frac{b}{c_f} \right), \end{cases} \quad (5)$$

式中 r^* 为期望的参考偏航率, $L = a + b$, δ_f^* 为参考车辆的前轮转向角, k 为车辆稳定性因子, τ_β 和 τ_r 分别为车辆侧偏角和偏航率的时间常数。参考车辆的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}_d(t) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_d(t) + \mathbf{B}_d\mathbf{u}_d(t), \quad (6)$$

$$\text{式中 } \mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_\beta} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} \frac{k_\beta}{\tau_\beta} \\ \frac{k_r}{\tau_r} \end{bmatrix}, \mathbf{x}_d(t) = \begin{bmatrix} \beta_d \\ r_d \end{bmatrix}, \mathbf{u}_d(t) = \delta_f^*, k_\beta = 0, k_r = \frac{1}{1 + kv^2} \frac{v}{L}。$$

记 $\mathbf{x}_e(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d(t)$ 。根据式(4)与(6)可得以下车辆跟踪误差系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_e(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_e(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{x}_e(t), \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{d}(t) = \mathbf{B}_f \boldsymbol{\omega}_f(t) + (\mathbf{A} - \mathbf{A}_d)\mathbf{x}_d(t) - \mathbf{B}_d \mathbf{u}_d(t)$ 是系统的复合外部扰动,它由归一化扰动输入 $\boldsymbol{\omega}_f(t)$ 、期望的状态 $\mathbf{x}_d(t)$ 和参考车辆的前轮转向角 δ_f^* 构成。

1.3 车辆跟踪控制系统模型

首先构造基于采样量测输出的扩展状态观测器(ESO),然后利用估计状态和估计扰动构造采样控制器,并基于输入时延系统方法建模闭环系统。

令 $\dot{\mathbf{d}}(t) = \mathbf{g}(t)$, 式(7)可写成

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_e(t) \\ \dot{\mathbf{d}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(t) \\ \mathbf{d}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(t) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

基于式(8),设计 $\mathbf{x}_e(t)$ 和 $\mathbf{d}(t)$ 的 ESO 形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_e(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{d}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_e(t) \\ \hat{\mathbf{d}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \tilde{\mathbf{L}}\mathbf{y}(kh), \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{E} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_e(t) \\ \hat{\mathbf{d}}(t) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中 $t \in [kh, (k+1)h) (k \in \mathbf{N})$, $kh (k \in \mathbf{N})$ 为采样时刻, $h > 0$ 为采样周期, $\hat{\mathbf{x}}_e(t)$ 和 $\hat{\mathbf{d}}(t)$ 分别是 $\mathbf{x}_e(t)$ 和 $\mathbf{d}(t)$ 的估计, $\tilde{\mathbf{y}}(kh) = \mathbf{y}(kh) - \hat{\mathbf{y}}(kh)$, $\mathbf{E} = [\mathbf{I}_{2 \times 2} \quad \mathbf{0}]$, $\mathbf{L}^T = [\mathbf{L}_1^T \quad \mathbf{L}_2^T]$, $\mathbf{L}_i \in \mathbf{R}^{2 \times 2} (i=1,2)$ 是系统的观测器增益。

令 $\mathbf{e}_x(t) = \mathbf{x}_e(t) - \hat{\mathbf{x}}_e(t)$, $\mathbf{e}_d(t) = \mathbf{d}(t) - \hat{\mathbf{d}}(t)$, 则估计误差系统为

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_x(t) \\ \dot{\mathbf{e}}_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_d(t) \end{bmatrix} - \mathbf{L}\mathbf{e}_x(kh) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(t) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中 $\mathbf{e}_x(t)$ 和 $\mathbf{e}_d(t)$ 分别为 $\mathbf{x}_e(t)$ 和 $\mathbf{d}(t)$ 的跟踪误差。使用 $\hat{\mathbf{x}}_e(t)$ 和 $\hat{\mathbf{d}}(t)$ 来计算控制信号 $\mathbf{u}(t)$, 即

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_x \hat{\mathbf{y}}(kh) + \mathbf{K}_d \hat{\mathbf{d}}(kh), \quad (12)$$

式中 $t \in [kh, (k+1)h) (k \in \mathbf{N})$, $\mathbf{K}_x$ 和 $\mathbf{K}_d$ 分别为控制器和干扰补偿的增益。因 $\text{rank}([\mathbf{B} \quad \mathbf{I}]) = \text{rank}(\mathbf{B})$, $\mathbf{K}_d$ 设计为满足 $\mathbf{B}\mathbf{K}_d = -\mathbf{I}$, 即 $\mathbf{K}_d = -\mathbf{B}^{-1}$ 。引入输入时延 $\tau(t) = t - kh, t \in [kh, (k+1)h) (k \in \mathbf{N})$, 并使用车辆跟踪误差系统(8)、估计误差系统(11)和控制器(12),我们得到如下闭环系统

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\chi}}(t) = \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\chi}(t) + \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\chi}(t - \tau(t)) + \mathbf{B}_2 \boldsymbol{\omega}(t), \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{G}\boldsymbol{\chi}(t), \end{cases} \quad (13)$$

式中 $t \in [kh, (k+1)h) (k \in \mathbf{N})$, $\boldsymbol{\chi}(t) = \text{col}\{\mathbf{x}_e(t), \mathbf{e}_x(t), \mathbf{e}_d(t)\}$ 为系统状态, $\mathbf{z}(t)$ 为受控输出, $\boldsymbol{\omega}(t) = \text{col}\{\tilde{\mathbf{d}}(t), \mathbf{g}(t)\}$ 为外部干扰, $\tilde{\mathbf{d}}(t) = \mathbf{d}(t) - \mathbf{d}(kh)$ 为离散化干扰误差, 并且

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}\mathbf{K}_x & -\mathbf{B}\mathbf{K}_x & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{G} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}].$$

根据以上分析,将具有扰动约束的 4WS 车辆的跟踪控制问题转化为设计控制器(12),使系统(13)是内部稳定(内稳)的且具有期望 H_∞ 性能指标 γ 。即当 $\boldsymbol{\omega}(t) = 0$ 时,系统(13)是渐近稳定的,且当 $\boldsymbol{\omega}(t) \neq 0$ 时,系统(13)在零初始条件下满足 $\|\mathbf{z}\|_2 \leq \gamma \|\boldsymbol{\omega}\|_2 \leq \gamma (\|\tilde{\mathbf{d}}\|_2 + \|\mathbf{g}\|_2)$, 式中 $\gamma > 0$ 为期望的干扰抑制水

平^[20]。

基于扰动信号的物理意义,我们做出以下假设

假设1 $\mathbf{d}(t)$ 是可微的并且收敛于 d_c 。 $\mathbf{d}(t) - d_c \in L_2[0, +\infty)$ 和 $g(t) \in L_2[0, +\infty)$, 其中 $g(t)$ 是 $\mathbf{d}(t)$ 的导数。

注2 $\omega_f(t)$ 、 $u_d(t)$ 和 $x_d(t)$ 分别表示侧风力的相关项、输入前轮角和预期的侧偏角、偏航率。在转向过程中,可以认为 $\omega_f(t)$ 、 $u_d(t)$ 和 $x_d(t)$ 都是平滑变化的,即 $\mathbf{d}(t)$ 是可微的。当车辆转向稳定时, $\omega_f(t)$ 、 $u_d(t)$ 和 $x_d(t)$ 均变为常数值,因此假设 $\mathbf{d}(t)$ 收敛于 d_c 是合理的。

2 转向跟踪误差系统的 H_∞ 性能分析

利用 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法,我们可以得到转向跟踪误差系统的有界实引理,描述如下。

定理1 对于给定标量 $\epsilon > 0, h > 0, \gamma > 0, \rho$ 以及矩阵 $\mathbf{K}_x, \mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2$, 如果存在矩阵 $\mathbf{P} > 0, \mathbf{Q} > 0, \mathbf{R} > 0$ 以及适当维数的矩阵 $\mathbf{M}_i (i = 1, 2)$, $\mathbf{N}$ 使得如下线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Phi & h\Gamma^T\mathbf{N} & \Lambda^T \\ * & -h\mathbf{R} & \mathbf{0} \\ * & * & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

式中 $\Phi = \text{sym}\{e_1^T \mathbf{P} e_2 + (e_1^T \mathbf{M}_1 + e_2^T \mathbf{M}_2) \psi_1 + \Gamma^T \mathbf{N} \psi_2\} + e_1^T (\mathbf{Q} + \mathbf{G}^T \mathbf{G}) e_1 - e_4^T \mathbf{Q} e_4 + h e_2^T \mathbf{R} e_2, \Lambda = \mathbf{B}_2^T (e_1^T \mathbf{M}_1 + e_2^T \mathbf{M}_2)^T, \psi_1 = \mathbf{A}_1 e_1 + \mathbf{B}_1 e_3 - e_2, \psi_2 = e_1 - e_3, \Gamma = [e_1^T \quad e_2^T \quad e_3^T]^T, e_i = [\mathbf{0}_{6 \times (i-1)6} \quad \mathbf{I}_{6 \times 6} \quad \mathbf{0}_{6 \times (4-i)6}]^T, i = 1, 2, 3, 4$, 则系统(13)是内稳的,且具有 H_∞ 性能指标 γ 。

证明 构建 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V(t) = \mathbf{X}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{X}(t) + \int_{t-h}^t \mathbf{X}^T(s) \mathbf{Q} \mathbf{X}(s) ds + \int_{t-h}^t \int_s^t \dot{\mathbf{X}}^T(\theta) \mathbf{R} \dot{\mathbf{X}}(\theta) d\theta ds. \quad (15)$$

首先,证明系统(13)是内稳的。令 $\zeta(t) = \text{col}\{\mathbf{X}(t), \dot{\mathbf{X}}(t), \mathbf{X}(t - \tau(t)), \mathbf{X}(t - h)\}$, 我们有

$$\dot{V}(t) = \zeta^T(t) \Phi \zeta(t) - \int_{t-h}^t \dot{\mathbf{X}}^T(\theta) \mathbf{R} \dot{\mathbf{X}}(\theta) d\theta - \text{sym}\left\{\zeta^T(t) \Gamma^T \mathbf{N} \int_{t-\tau(t)}^t \dot{\mathbf{X}}(s) ds\right\}. \quad (16)$$

考虑如下两个不等式:

$$-\int_{t-h}^t \dot{\mathbf{X}}^T(\theta) \mathbf{R} \dot{\mathbf{X}}(\theta) d\theta \leq -\int_{t-\tau(t)}^t \dot{\mathbf{X}}^T(\theta) \mathbf{R} \dot{\mathbf{X}}(\theta) d\theta, \quad (17)$$

$$-2\Delta^T(t) \mathbf{N} \int_{t-\tau(t)}^t \dot{\mathbf{X}}(s) ds \leq h\Delta^T(t) \mathbf{N} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{N}^T \Delta(t) + \int_{t-\tau(t)}^t \dot{\mathbf{X}}^T(s) \mathbf{R} \dot{\mathbf{X}}(s) ds, \quad (18)$$

式中 $\Delta^T(t) = [\mathbf{X}^T(t) \quad \dot{\mathbf{X}}^T(t) \quad \mathbf{X}^T(t - \tau(t))]$ 。

将式(17)和(18)代入式(16),有

$$\dot{V}(t) \leq \zeta^T(t) \{\dot{\Phi} + h\Gamma^T \mathbf{N} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{N}^T \Gamma\} \zeta(t), \quad (19)$$

式中 $\dot{\Phi} = \Phi - e_1^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} e_1$ 。若以下不等式成立

$$\dot{\Phi} + h\Gamma^T \mathbf{N} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{N}^T \Gamma < 0, \quad (20)$$

则 $\dot{V}(t) < 0$ 。若式(14)成立,利用 Schur 补方法可知

$$\dot{\Phi} + h\Gamma^T \mathbf{N} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{N}^T \Gamma + \frac{1}{\gamma^2} \Lambda^T \Lambda < 0. \quad (21)$$

由此易证,式(20)成立。即当 $\omega(t) = 0$ 时, $\dot{V}(t) < 0$, 即系统(13)是内稳的。

然后,证明系统(13)具有 H_∞ 性能 γ 。

当 $\omega(t) \neq 0$, $\mathbf{d}(t)$ 和 $g(t)$ 满足假设1时,得到 $\omega(t) \in L_2[0, +\infty)$ 。与式(19)类似,推出不等式

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) + \mathbf{z}^T(t)\mathbf{z}(t) &\leq \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}(t) \\ \boldsymbol{\omega}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Xi & \mathbf{A}^T \\ * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}(t) \\ \boldsymbol{\omega}(t) \end{bmatrix} + \mathbf{z}^T(t)\mathbf{z}(t) \\ &\leq \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}(t) \\ \boldsymbol{\omega}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Xi + \mathbf{e}_1^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{e}_1 & \mathbf{A}^T \\ * & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}(t) \\ \boldsymbol{\omega}(t) \end{bmatrix} + \gamma^2 \boldsymbol{\omega}^T(t)\boldsymbol{\omega}(t), \end{aligned} \quad (22)$$

式中 $\Xi = \bar{\Phi} + h\mathbf{F}^T \mathbf{N} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{F}$ 。如果式(14)成立,可得

$$\begin{bmatrix} \Xi + \mathbf{e}_1^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{e}_1 & \mathbf{A}^T \\ * & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (23)$$

将式(22)代入式(23),有

$$\dot{V}(t) + \mathbf{z}^T(t)\mathbf{z}(t) \leq \gamma^2 \tilde{\mathbf{d}}^T(t)\tilde{\mathbf{d}}(t) + \gamma^2 \mathbf{g}^T(t)\mathbf{g}(t), \quad (24)$$

式中 $t \in [kh, (k+1)h) (k \in \mathbf{N})$ 。对式(24)两边积分得

$$V([k+1)h^-) - V(kh) + \int_{kh}^{(k+1)h} \mathbf{z}^T(t)\mathbf{z}(t)dt \leq \gamma^2 \int_{kh}^{(k+1)h} \tilde{\mathbf{d}}^T(t)\tilde{\mathbf{d}}(t)dt + \gamma^2 \int_{kh}^{(k+1)h} \mathbf{g}^T(t)\mathbf{g}(t)dt. \quad (25)$$

进一步,将式(25)从 $k=0$ 到 $k=\infty$ 相加,并考虑到 $V([k+1)h^-) \geq V(kh)$,可推出

$$V(\infty) - V(0) + \int_0^\infty \mathbf{z}^T(t)\mathbf{z}(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \tilde{\mathbf{d}}^T(t)\tilde{\mathbf{d}}(t)dt + \gamma^2 \int_0^\infty \mathbf{g}^T(t)\mathbf{g}(t)dt. \quad (26)$$

由于 $V(0)=0$ 及 $V(\infty) \geq 0$,由式(26)得

$$\int_0^\infty \mathbf{z}^T(t)\mathbf{z}(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \tilde{\mathbf{d}}^T(t)\tilde{\mathbf{d}}(t)dt + \gamma^2 \int_0^\infty \mathbf{g}^T(t)\mathbf{g}(t)dt. \quad (27)$$

因此系统(13)是内稳的且具有 H_∞ 性能 γ 。

3 采样数据驱动的 ESO 和 ADRC 设计

为了确定 $\mathbf{K}_x$ 和 $\mathbf{L}$,需要处理 Φ 中的非线性项 $\mathbf{M}_i \mathbf{B}_1 (i=1,2)$ 。下面首先给出系统(13)的 ESO 和 ADRC 的设计结果,然后利用锥补线性化(CCL)算法计算该系统的观测器增益和控制器增益。

定理 2 对于给定标量 $\varepsilon > 0, h > 0, \gamma > 0$ 和 ρ ,如果存在 $\mathbf{K}_x, \mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{P} > 0, \mathbf{Q} > 0, \mathbf{R} > 0, \mathbf{X}_i > 0 (i=1,2)$ 以及任意适当维数的矩阵 $\mathbf{N}$ 使得下式成立

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi} & h\mathbf{F}^T \mathbf{N} & \boldsymbol{\psi}_3 \mathbf{X}_1 \mathbf{B}_2 & \varepsilon \boldsymbol{\psi}_3 + \frac{1}{\varepsilon} \boldsymbol{\psi}_4^T \\ * & -h\mathbf{R} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & -\gamma^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\mathbf{X}_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

$$\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2 = \mathbf{I}, \quad (29)$$

式中 $\bar{\Phi} = \text{sym}\{\mathbf{e}_1^T \mathbf{P} \mathbf{e}_2 + \boldsymbol{\psi}_3 \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\psi}_5 + \mathbf{F}^T \mathbf{N} \boldsymbol{\psi}_2\} - \varepsilon^2 \boldsymbol{\psi}_3 \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\psi}_3^T + \mathbf{e}_1^T (\mathbf{Q} + \mathbf{G}^T \mathbf{G}) \mathbf{e}_1 + h \mathbf{e}_2^T \mathbf{R} \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_4^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_4, \boldsymbol{\psi}_3 = \mathbf{e}_1^T + \rho \mathbf{e}_2^T, \boldsymbol{\psi}_4 = \mathbf{B}_1 \mathbf{e}_3, \boldsymbol{\psi}_5 = \mathbf{A}_1 \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$, 则系统(13)是内稳的且具有 H_∞ 性能 γ 。

证明 令 $\mathbf{M}_1 = \mathbf{X}_1, \mathbf{M}_2 = \rho \mathbf{X}_1$,由式(14)可得

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi} & h\mathbf{F}^T \mathbf{N} & \mathbf{A}^T \\ * & -h\mathbf{R} & \mathbf{0} \\ * & * & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\psi}_6^T \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\psi}_6 - \boldsymbol{\psi}_7^T \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\psi}_7 < 0, \quad (30)$$

式中 $\boldsymbol{\psi}_6^T = \text{col}\{\varepsilon \boldsymbol{\psi}_3 + \frac{1}{\varepsilon} \boldsymbol{\psi}_4^T, 0, 0\}$, $\boldsymbol{\psi}_7^T = \text{col}\{\frac{1}{\varepsilon} \boldsymbol{\psi}_4^T, 0, 0\}$ 。显然, $\boldsymbol{\psi}_7^T \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\psi}_7$ 半正定,则不等式

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi} & h\mathbf{F}^T \mathbf{N} & \mathbf{A}^T \\ * & -h\mathbf{R} & \mathbf{0} \\ * & * & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\psi}_6^T \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\psi}_6 < 0 \quad (31)$$

成立能够保证不等式(30)被满足。利用 Schur 补,式(31)与式(28)等价。

鉴于等式约束(29),无法直接利用 Matlab 中的 LMI 工具箱求解。因此,为了求得系统 H_∞ 性能 γ 的最小值和对应的增益 $\mathbf{K}_x, \mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2$,给出如下 CCL 算法。

步骤 1 设置参数 ϵ, h 和 ρ 为正值。接着,寻找一个足够大的正数 γ_0 ,使其满足不等式(28)以及不等式 $\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} > 0$,设置 $\gamma = \gamma_0$ 。

步骤 2 记式(28)和 $\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} > 0$ 的可行初始解为 $\mathbf{P}^0, \mathbf{Q}^0, \mathbf{N}_1^0, \mathbf{N}_2^0, \mathbf{N}_3^0, \mathbf{R}^0, \mathbf{K}_x^0, \mathbf{L}_1^0, \mathbf{L}_2^0, \mathbf{X}_1^0, \mathbf{X}_2^0$ 。从 $k=1$ 开始迭代,令 m 为迭代上界, ι 为误差参数。

步骤 3 求解以不等式(28)和 $\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} > 0$ 为约束,目标函数为 $\text{Tr}\{\mathbf{X}_{k-1}\mathbf{X}_k + \mathbf{X}_k\mathbf{X}_{k-1}\}$,矩阵变量为 $\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{N}, \mathbf{K}_x, \mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ 的最小化问题。记第 k 次迭代的可行解为 $\mathbf{P}^k, \mathbf{Q}^k, \mathbf{N}_1^k, \mathbf{N}_2^k, \mathbf{N}_3^k, \mathbf{R}^k, \mathbf{K}_x^k, \mathbf{L}_1^k, \mathbf{L}_2^k, \mathbf{X}_1^k, \mathbf{X}_2^k$ 。

步骤 4 将第 k 次迭代的解代入不等式(14)。若 $\text{Tr}\{\mathbf{X}_{k-1}\mathbf{X}_k + \mathbf{X}_k\mathbf{X}_{k-1}\} - 12 < \iota$ 成立,且满足不等式(14),则通过 $\gamma = \gamma - \nu$ 更新 γ ,式中 ν 是一个正数,并回到步骤 2。若在第 m 次迭代中不满足不等式(14),则终止该算法。反之,则 $k = k + 1$,算法返回到步骤 3。

注 3 由于非周期采样控制系统同样可以建模为具有锯齿形输入时延 $\tau(t)$ 的系统(13),因此定理 1 和定理 2 也适用于最大采样间隔小于等于输入时延上界 h 的非周期采样控制系统。

注 4 使用合同变换对非线性项 $\mathbf{M}_i \mathbf{B}_i (i=1,2)$ 进行线性化时,通常需要假设 $\mathbf{M}_1 = \text{diag}\{\mathbf{X}, \rho_1 \mathbf{X}, \rho_2 \mathbf{X}\}$, $\mathbf{M}_2 = \text{diag}\{\rho_3 \mathbf{X}, \rho_4 \mathbf{X}, \rho_5 \mathbf{X}\}$ 。对角阵假设与较多的调节参数 $\rho_i (i=1,2,3,4,5)$ 降低了结果的可解性,并提高了设计难度。本文提出的 CCL 算法假设 $\mathbf{M}_i > 0 (i=1,2)$,并且仅需要 ϵ 和 ρ 两个调节参数,更容易调节参数,而且可解性更高。

4 仿真实验

实验使用的 4WS 车辆模型的关键参数见表 1。

表 1 车辆模型参数

Table 1 Parameters of the vehicle model

Vehicle parameters	Symbols/units	Value
vehicle mass	M/kg	1 500
moment of inertia in yaw	$I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	6 000
Longitudinal distance from front axle to center of mass	a/m	1.1
Longitudinal distance from rear axle to center of mass	b/m	1.4
front wheel turning stiffness	$c_f/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	64 000
rear wheel turning stiffness	$c_r/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	52 000

本节首先给出控制器增益 $\mathbf{K}_x$ 和观测器增益 $\mathbf{L}_i (i=1,2)$ 的设计结果,然后通过仿真验证上述控制方案的有效性。当车速设为 $v=20/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ 、采样周期设为 $h=0.01/\text{s}$,可调节的设计参数选为 $\epsilon=8, \rho=0.4$ 时,计算增益矩阵为

$$\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} -4.9527 & -0.5392 \\ -4.7551 & 1.2142 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 62.5143 & -2.6788 \\ -1.4671 & 83.5875 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 109.9182 & -2.6375 \\ -3.0819 & 139.8398 \end{bmatrix}。$$

在车辆的转弯过程中,考虑参考车辆的前轮转向角 $\delta_f^* = 0.087/\text{rad}$ (相当于 $5/(\circ)$)以及侧向风扰动 $F_w = 500[1 - \cos(0.4\pi t)]/\text{N}$,则可以得到扰动的估计误差以及被控车辆的控制输入分别如图 1 和图 2 所示,图中 $e_{d1}(t)$ 和 $e_{d2}(t)$ 分别是扰动估计误差 $e_d(t)$ 的两个分量。由图 1 可看出,所提的 ESO 具有较好的

扰动估计效果。

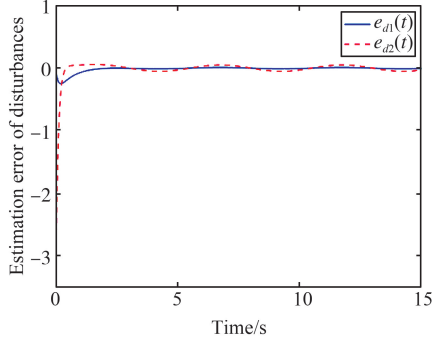


图1 扰动的估计误差

Fig. 1 Estimation error of disturbances

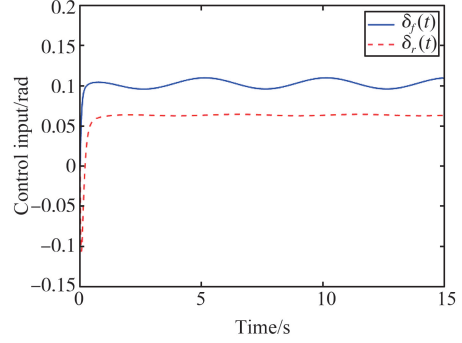


图2 系统(13)的控制输入

Fig. 2 Control input of system (13)

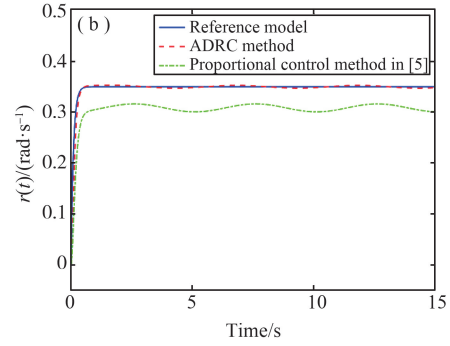
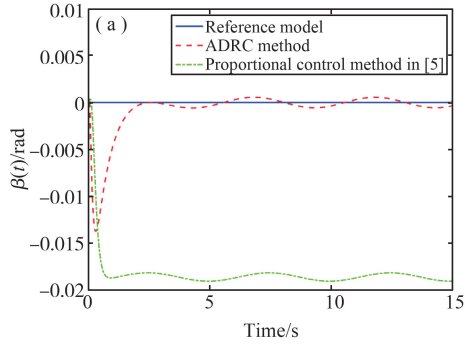


图3 本文与文献[5]中控制方法的仿真结果对比:(a)侧偏角 $\beta(t)$ 对比,(b)偏航率 $r(t)$ 对比

Fig. 3 Comparison of simulation results between the control methods in this paper and [5]:

(a) Comparison of slip angles $\beta(t)$; (b) Comparison of yaw rates $r(t)$

为了验证所提控制策略的优势,使用本文的 ADRC 方法、文献[5]的经典比例控制方法和[16]中基于干扰观测器的控制方法,图3和图4绘制了车辆模型在采样周期 $h=0.01/s$ 下的状态响应。如图3所示,本文中提出的 ADRC 策略可以在持续的侧向风扰动下以更高的精度跟踪参考模型的侧偏角与偏航率。而经典比例控制在受到侧向风扰动时不仅无法准确地跟踪参考模型,而且还表现出相比于本文中的结果更强的振荡。相比于经典比例控制方法,本文中的 ADRC 方法使得侧偏角与偏航率的跟踪误差降低了95%。如图4所示,文献[16]中基于干扰观测器的控制方法在采样周期 $h=0.01/s$ 下无法使系统稳定。

5 结论

针对侧向风扰动下4WS车辆的跟踪控制问题,(1)提出了采样数据驱动的ESO构造方法,实现了跟踪误差和干扰的有效估计,并提出了基于ESO的ADRC的采样控制策略;(2)通过构建一种新的复合扰动推广系统模型实现了闭环控制系统建模,并结合 H_∞ 控制理论和LKF方法完成了干扰抑制分析;(3)提出了采样ESO和控制器的协同设计算法,获得了最优 H_∞ 性能指标。通过仿真验证了所提控制策略不仅大大改进了经典比例控制方法的跟踪误差精度,而且在经典自抗扰控制方法失效的情形下完成了跟踪控制任务。

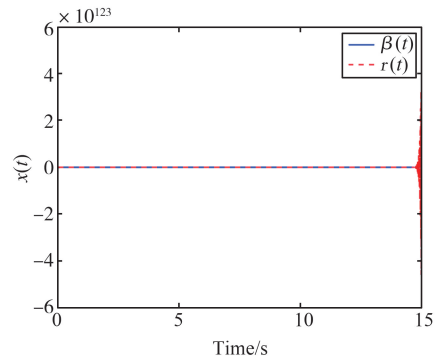


图4 文献[16]控制方法的仿真结果

Fig. 4 Simulation results of the control method in [16]

参 考 文 献

- [1] TIAN F, LI Z, WANG F, et al. Parallel learning-based steering control for autonomous driving[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2023, 8(1): 379-389.
- [2] WANG G, LIU Y, LI S, et al. New integrated vehicle stability control of active front steering and electronic stability control considering tire force reserve capability[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(3): 2181-2195.
- [3] SUN X, WANG Y, QUAN Z, et al. DYC design for autonomous distributed drive electric vehicle considering tire nonlinear mechanical characteristics in the PWA form[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2023, 24(10): 11030-11046.
- [4] 吴磊, 王琪, 张鹏. 基于四轮转向与直接横摆力矩的汽车稳定性研究[J]. 机械设计与制造, 2023, 384(2): 32-36.
- [5] 孙逢春. 电动汽车工程手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2019.
- [6] 肖平, 李伟. 基于 Simulink 轮毂电机四轮驱动外特性建模与仿真[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2017, 30(3): 104-110.
- [7] GARY H. Improved simulation and validation of road vehicle handling dynamics[M]. The Ohio State University, 1990.
- [8] 喻凡, 林逸. 汽车系统动力学[M]. 第二版. 北京: 机械工业出版社, 2017.
- [9] 王洪礼, 张锋, 乔宇等. 汽车四轮转向系统的 H_2/H_∞ 混合控制[J]. 汽车工程, 2003, 6: 578-580.
- [10] YIN G, CHEN N, LI P. Improving handling stability performance of four-wheel steering vehicle via μ -synthesis robust control[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2007, 56(5): 2432-2439.
- [11] 王菁, 于树友, 陈虹. 基于约束 H_∞ 输出反馈的四轮转向模型跟踪控制[J]. 信息与控制, 2016, 45(1): 53-59.
- [12] MENG Q, SUN Z, LI Y. Finite-time controller design for four-wheel-steering of electric vehicle driven by four in-wheel motors[J]. International Journal of Control Automation and Systems, 2018, 16(4): 1814-1823.
- [13] WU Y, LI B, ZHANG N, et al. Rear-steering based decentralized control of four-wheel steering vehicle[J]. IEEE Transaction on Vehicular Technology, 2020, 69(10): 10899-10913.
- [14] TAN Q, QIU C, HUANG J, et al. Path tracking control strategy for off-road 4WS4WD vehicle based on robust model predictive control[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2022, 158: 104267.
- [15] 韩京清. 自抗扰控制技术: 估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- [16] YU S, WANG J, WANG Y, et al. Disturbance observer based control for four wheel steering vehicles with model reference[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2016, 5(6): 1121-1127.
- [17] SONG X, LI L, XUE W, et al. Active disturbance rejection decoupling control for nonlinear MIMO uncertain systems with application to path following of self-driving bus[J]. Control Engineering Practice, 2023: 105432.
- [18] LI W, XIE Z, ZHAO J, et al. Velocity-based robust fault tolerant automatic steering control of autonomous ground vehicles via adaptive event triggered network communication[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 143: 106798.
- [19] ZHAO J, LI W, HU C, et al. Robust gain-scheduling path following control of autonomous vehicles considering stochastic network-induced delay[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(12): 23324-23333.
- [20] 沈宇凯, 夏建伟. 基于非周期采样 Takagi-Sugeno 模糊系统的 H_∞ 控制[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2022, 35(4): 1-7.

(责任编辑: 刘庆松)