

文章编号 1672-6634 (2023)01-0001-10

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2022090009

基于事件驱动间歇控制的离散复杂网络有限时间同步

梁志鸿¹, 丁三波¹, 解相朋²

(1.河北工业大学 人工智能与数据科学学院, 天津 300401; 2.南京邮电大学 先进技术研究院, 江苏 南京 210023)

摘要 研究了一类基于间歇控制的离散时间异构复杂动态网络有限时间有界同步问题。首先,设计了一个基于事件驱动的间歇控制机制。在该机制下,控制器是否工作取决于Lyapunov函数轨迹和预设的工作区域。与现有的间歇性控制方案相比,该方法中控制器的工作/休息时间是是非周期的且不可预测的。其次,提出了有限时间有界性的概念,并利用类整定时间函数来衡量控制性能。通过求解不等式约束的优化问题,进一步得到有限时间有界同步的类整定时间。最后,通过数值仿真实验验证了该结论的准确性和有效性。

关键词 事件驱动间歇控制机制;离散时间异构复杂动态网络;有限时间有界性

中图分类号 TP13

文献标识码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Finite-Time Boundness Synchronization of Discrete-Time Complex Networks Based on Event-Driven Intermittent Control

LIANG Zhihong¹, DING Sanbo¹, XIE Xiangpeng²

(1.School of Artificial Intelligence, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China; 2.Institute of Advanced Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract In this paper, the finite-time boundedness synchronization of a class of discrete-time heterogeneous complex dynamic networks is studied based on intermittent control. First, an event-driven intermittent control mechanism is developed. Under this mechanism, whether the controller works depends on the trajectory of the Lyapunov function and the preset working regions. Compared with the existing intermittent control scheme, the working/rest time of the controller in this method is aperiodic and unpredictable. Second, the concept of finite-time boundedness is proposed, and the settling-like time function is used to measure the control performance. Then, by solving the optimization problem with inequality constraints, the settling-like time of bounded synchronization is further obtained. Finally, the accuracy and effectiveness of this conclusion are verified by numerical simulation experiments.

Key words event-driven intermittent control method; discrete-time heterogeneous complex dynamic networks; finite-time boundedness

收稿日期: 2022-09-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(61903121, 62022044); 河北省自然科学基金项目(F2020202063); 河北省创新能力提升计划项目(18961604H); 江苏省杰出青年科学基金项目(BK20190039)资助

通讯作者: 丁三波, 男, 汉族, 博士, 副教授, 博士生导师, 研究方向: 神经网络的稳定性、不连续动力系统、网络系统的设计和分析, E-mail: dingsanbo@163.com。解相朋, 男, 汉族, 博士, 研究员, 国家自然科学基金优秀青年基金获得者, 研究方向: 智能控制, E-mail: xiexp@njupt.edu.cn。

1 引言

复杂动态网络通常是在一定的拓扑结构下由大量互联节点组成的。近年来,复杂动态网络同步控制已经引起了广泛的研究兴趣。同步现象不仅描述了自然界中普遍存在的集群行为,而且在安全通信、信息处理、控制工程等领域也有许多应用^[1-4]。为了实现复杂网络同步的控制目标,已经提出了多种有效的控制策略。例如,牵制控制^[5]、反馈控制^[6]、间歇控制^[7]等。

在网络系统中,信息的传输依赖于通信网络。然而,考虑到通讯成本、传感设备的限制、网络攻击和不可靠传输通道等因素的存在,使得信号传输在大多数情况下是间歇性的。在一些实际问题中,如风力发电的管理、车辆控制以及航天飞行器的轨道调整等,对这些系统的控制是间歇性的。另外,为了节省电力,对于中央空调的供暖系统也可以通过间歇运行模式工作。因此,对于间歇性信息传输的网络系统,自然也需要进行控制分析并保持满意的性能。在间歇性同步控制策略中,根据控制器的激活方式不同,间歇控制可以被归类为以下两种:第一种,控制器在一个预先给定的事件下被激活,称为事件驱动型间歇控制。第二种,控制器在一个固定的有限时间间隔的序列下被激活,称为时间驱动型间歇控制。对于时间驱动型间歇控制,早期的研究主要集中在周期性间歇控制上。例如,文献[8-10]中控制器的工作/休息时间都是以周期的方式执行得。然而,在实际应用中,完全的周期性是很难得到满足的。因此,为了克服周期性控制方案的局限性。文献[11-13]提出了一种非周期间歇控制方法。需要注意的是,在文献[11-13]中,控制器工作/休息时间必须进行预先设定。这使得控制器运行时间不够灵活。为了解决基于时间驱动间歇控制的不足,文献[14,15]提出了一种基于事件驱动的间歇控制方案。在文献[14,15]中,控制器是否进行工作与系统的状态信息有关。另外,文献[16]提出了一种基于双事件驱动的间歇控制方案来解决复杂网络的主从同步问题。

需要注意的是,到目前为止,在间歇性控制机制下实现复杂动态网络同步的可用结果大多数是在连续系统中进行研究的。而对于离散时间复杂动态网络的研究几乎没有。从系统处理方法的角度来看,离散时间系统和连续系统之间存在着很大的差异。所以,在离散时间复杂动态网络中,如何设计一个新的基于事件驱动的间歇性控制器,是一个具有挑战性的问题。

另一方面,现有的大部分成果只是考虑离散时间复杂动态网络在无限时间上的渐近或者指数同步现象。然而,在许多工程应用中,设计的系统在有限时间间隔内具有有限时间收敛的特性是更有意义的。因此,有限时间同步成为近年来备受关注的的一个重要课题。然而,由于系统的复杂结构和一些不可测的外部干扰,使得系统完全同步的实现是非常困难的。例如,在异构复杂网络中,由于异构性可能会使系统降低同步性能或导致系统发散。对此,本文提出了一种有限时间有界性的概念,即在有限时间内使状态误差达到并保持在规定的有限范围以内。

基于以上分析,本文旨在研究具有时变时滞离散时间异构复杂动态网络有限时间有界同步问题。首先,设计了一个基于事件驱动的间歇控制机制,该机制是由三个非负实数域(工作区域、休息区域、过渡区域)进行描述的。与现有的事件触发机制相比,本文的创新在于利用事件来决定控制器的工作区间和非工作区间。现有的事件触发控制器是连续作用的,而本文控制器只在满足预先设定事件的时刻进行控制作用。该方法有效地节省了控制资源。对于事件本身来说,其形式是非常广义的。本文的另一创新点是通过 Lyapunov 函数的轨迹来划分工作区间和非工作区间。其次,为了进一步分析异构复杂网络中异构项对系统的影响,提出了有限时间有界性的概念。然后,通过求解不等式约束的优化问题,进一步得到有限时间有界同步的类整定时间。最后,通过数值仿真实验验证了该结论的有效性。

2 问题描述与模型准备

2.1 离散时间异构复杂动态网络模型描述

在本文中,考虑了一类带有时变时滞的离散时间异构复杂动态网络,其模型描述如

$$x_i(k+1) = D_i x_i(k) + A_i f(x_i(k)) + B_i g(x_i(k - \tau(k))) + c \sum_{j=1}^N \omega_{ij} \Gamma x_j(k) + u_i(k), \quad (1)$$

式中 $x_i(k) \in R^n$ 为节点 i 的状态描述, $f(\cdot), g(\cdot) \in R^n$ 表示连续的非线性函数。 $u_i(k) \in R^n$ 是第 i 个节点的控制输入; A_i, B_i, D_i 为已知兼容维度矩阵。 $\Gamma = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ 是一个内耦合矩阵。 $c > 0$ 表示耦合强度。 $\tau(k)$ 表示时变时滞并满足 $\underline{\tau} < \tau < \bar{\tau}$, 其中 $\underline{\tau}, \bar{\tau}$ 为已知正整数。 $W = (\omega_{ij})_{N \times N} \in R^{N \times N}$ 为耦合连接矩阵。 本文考虑的系统(1)的节点是通过有向网络进行连接的。 邻接强度 ω_{ij} 满足以下约束条件: (1) 当 $i \neq j$ 且信息从节点 i 定向传递到节点 j 时, $\omega_{ij} > 0$, 否则 $\omega_{ij} = 0$ 。 (2) 当 $i = j$ 时, 满足 $\omega_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N \omega_{ij}$, 对于非线性函数 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$, 做出以下假设。

假设 1 对于任意的 $a, b \in R^n$, 非线性向量值函数满足如下不等式关系 $[f(a) - f(b) - U_1(a - b)]^T [f(a) - f(b) - U_2(a - b)] \leq 0, [g(a) - g(b) - V_1(a - b)]^T [g(a) - g(b) - V_2(a - b)] \leq 0$, 式中 $U_1, U_2, V_1, V_2 \in R^{n \times n}$ 为已知实矩阵。

系统(1)的初始条件给定 $x_i(\theta) = \eta_i(\theta), -\bar{\tau} \leq \theta \leq 0, i = 1, 2, \dots, N$, 式中 $\eta_i \in C(N[-\bar{\tau}, 0], R^n)$ 是一个随机变量, 并满足 $\sup_{-\bar{\tau} \leq \theta \leq 0} |\eta_i(\theta)| < \infty, i = 1, 2, \dots, N$ 。

假设系统(1)中所有节点的轨迹都同步到孤立节点

$$s(k+1) = D_0 s(k) + A_0 f(s(k)) + B_0 g(s(k - \tau(k))), \quad (2)$$

式中 A_0, B_0, D_0 为已知兼容维度矩阵。 在本文中, 假设 $s(k)$ 是有界的; 即, 对于任意的初始条件 $s(\theta)$, 存在 $T(s(\theta))$, 使得 $\|s(k)\| < \phi, \forall k > T(s(\theta))$, 其中 ϕ 为正数。 与系统(2)对应的初始值表示为 $s(\theta) = \eta_0(\theta), -\bar{\tau} \leq \theta \leq 0, i = 1, 2, \dots, N$, 式中 $\eta_0 \in C(N[-\bar{\tau}, 0], R^n)$ 是一个随机变量, 并满足 $\sup_{-\bar{\tau} \leq \theta \leq 0} |\eta_0(\theta)| < \infty, i = 1, 2, \dots, N$ 。

定义 1 如果存在有限时间函数 k_0 , 使得同步误差 $e_i(k) = x_i(k) - s(k)$ 满足 $\|e(k)\| \leq \varepsilon, \forall k \geq k_0$, 则说明同步误差系统在有限时间内是有界的。 其中, $\varepsilon > 0$ 是一个规定的误差上界, $k_0 = k_0(e(0), \varepsilon)$ 表示一个类整定时间函数。

2.2 基于事件驱动间歇控制方案

在本文考虑如下间歇控制器

$$u_i(k) = \begin{cases} K_i e_i(k), & V(k) \in R_1(k), \\ 0, & V(k) \in R_2(k), \\ u_i(k-1), & V(k) \in R_3(k), \end{cases} \quad (3)$$

式中 K_i 表示控制增益, R_1, R_2, R_3 代表非负实数域 R_+ 上的三个子区域, 并满足 $\bigcup_{i=1}^3 R_i = R_+$ 且 $R_i(k) \cap R_j(k) = \emptyset, i, j \in \{1, 2, 3\}, i \neq j$ 。 $V(k)$ 是选定的 Lyapunov 函数, 用来控制控制器 $u_i(k)$ 的工作时间和休息时间。 特别地, 在初始时刻 ($k=0$), 如果 $V(0) \in R_3$, 将假定 $u_i(0) = 0$ 。

从间歇控制器(3)可以看出, $R_1(k)$ 为工作区域, 即 $V(k) \in R_1(k)$ 时, 控制器 $u_i(k)$ 进行工作。 $R_2(k)$ 为休息区域, 即 $V(k) \in R_2(k)$ 时, 控制器 $u_i(k)$ 不产生作用。 为了避免控制器在 $u_i(k) = K_i e_i(k)$ 和 $u_i(k) = 0$ 之间频繁的切换, 本文设计了一个过渡区域 $R_3(k)$, 当 $V(k) \in R_3(k)$ 时, 控制器 $u_i(k)$ 将保持上一时刻的状态, 即 $u_i(k) = u_i(k-1)$ 。 过渡区域的加入起到一个缓冲的作用, 减少了控制器状态的切换次数。 通常, $R_3(k)$ 的区域范围越大, 就会使得控制器的切换频率越小。

注 1 本文所设计的是一种间歇式事件触发机制。 该机制是利用预先设定的事件来决定控制器的工作区间和非工作区间。 即在满足触发条件时, 控制器才进入工作状态。 不满足触发时刻时, 控制器不进行控制作用。 与传统的事件触发机制^[17-22]相比, 避免了控制信号对系统进行连续性的控制作用, 极大地节省了控制资源。 与基于时间的间歇控制^[8, 9, 23, 24]相比, 本文所提方法不需要提前对控制时间进行设定, 使得控制器运行时间更加灵活, 避免了控制资源的过度消耗。

将同步误差定义为 $e_i(k) = x_i(k) - s(k)$, 根据(1)和(2), 得误差系统

$$\left\{ \begin{array}{l} e_i(k+1) = D_i e_i(k) + A_i \tilde{f}(e_i(k)) + B_i \tilde{g}(e_i(k - \tau(k))) + \mathfrak{g}_i(k) \\ \quad + c \sum_{j=1}^N \omega_{ij} \Gamma e_j(k) + K_i e_i(k), V(k) \in R_1(k), \\ e_i(k+1) = D_i e_i(k) + A_i \tilde{f}(e_i(k)) + B_i \tilde{g}(e_i(k - \tau(k))) + \mathfrak{g}_i(k) \\ \quad + c \sum_{j=1}^N \omega_{ij} \Gamma e_j(k), V(k) \in R_2(k), \\ e_i(k+1) = D_i e_i(k) + A_i \tilde{f}(e_i(k)) + B_i \tilde{g}(e_i(k - \tau(k))) + \mathfrak{g}_i(k) \\ \quad + c \sum_{j=1}^N \omega_{ij} \Gamma e_j(k) + u_i(k-1), V(k) \in R_3(k), \end{array} \right. \quad (4)$$

式中 $\tilde{f}(e_i(k)) = f(x_i(k)) - f(s(k))$, $\tilde{g}(e_i(k - \tau(k))) = g(x_i(k - \tau(k))) - g(f(s(k - \tau(k))))$, $\mathfrak{g}_i(k) = (D_i - D_0)s(k) + (A_i - A_0)f(s(k)) + (B_i - B_0)g(s(k - \tau(k)))$ 代表节点的异构性。

利用克罗内克乘积的性质, 将误差系统(4)转化为如下紧凑形式

$$\left\{ \begin{array}{l} e(k+1) = (D + (cW) \otimes \Gamma + K)e(k) + AF(e(k)) + BG(e(k - \tau(k))) + \mathfrak{g}(k), V(k) \in R_1(k), \quad (5a) \\ e(k+1) = (D + (cW) \otimes \Gamma)e(k) + AF(e(k)) + BG(e(k - \tau(k))) + \mathfrak{g}(k), V(k) \in R_2(k), \quad (5b) \\ e(k+1) = (D + (cW) \otimes \Gamma)e(k) + AF(e(k)) + BG(e(k - \tau(k))) + \mathfrak{g}(k) + u(k-1), V(k) \in R_3(k), \quad (5c) \end{array} \right.$$

式中 $e(k) = \text{col}\{e_1(k), e_2(k), \dots, e_N(k)\}$, $\mathfrak{g}(k) = \text{col}\{\mathfrak{g}_1(k), \mathfrak{g}_2(k), \dots, \mathfrak{g}_N(k)\}$, $u(k-1) = \text{col}\{u_1(k-1), u_2(k-1), \dots, u_N(k-1)\}$, $F(e(k)) = \text{col}\{\tilde{f}(e_1(k)), \tilde{f}(e_2(k)), \dots, \tilde{f}(e_N(k))\}$, $G(e(k)) = \text{col}\{\tilde{g}(e_1(k - \tau(k))), \tilde{g}(e_2(k - \tau(k))), \dots, \tilde{g}(e_N(k - \tau(k)))\}$, $D = \text{diag}\{D_i\}$, $A = \text{diag}\{A_i\}$, $B = \text{diag}\{B_i\}$, $K = \text{diag}\{K_i\}$, 因为 $s(k)$ 有界且非线性函数 $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ 满足扇区有界约束条件, 所以异构项 $\mathfrak{g}_i(k)$ 满足不等式

$$\sup_{k \geq T} \|\mathfrak{g}(k)\| \leq v,$$

式中 $\hat{T} \geq T(s(\theta))$ 且 v 是一个非负数。

在本文考虑 $R_i(k)$ 的具体形式如

$$\begin{aligned} R_1(k) &= \{r \in R_+ : r \geq \rho_1 V(0)(1 - \varphi_1)k + \sigma_1\}, \\ R_2(k) &= \{r \in R_+ : r < \rho_2 V(0)(1 - \varphi_2)k + \sigma_2\}, \\ R_3(k) &= R_+ \setminus (R_1(k) \cup R_2(k)), \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\rho > 0$, $\sigma_i \geq 0$, 以及 $0 < \varphi_i < 1 (i=1, 2)$ 是给定参数。

接下来, 用 $B_1(k)$, $B_2(k)$ 来表示三个区域 $R_1(k)$, $R_2(k)$, $R_3(k)$, 之间的边界, 其具体形式表示如

$$B_1(k) = \{r \in R_+ : r = \rho_1 V(0)(1 - \varphi_1)k + \sigma_1\}, B_2(k) = \{r \in R_+ : r = \rho_2 V(0)(1 - \varphi_2)k + \sigma_2\},$$

为了确保 $R_3(k) \neq \emptyset$ 且 $R_i(k) \cap R_j(k) = \emptyset, i, j \in \{1, 2, 3\}, i \neq j$, 给出了约束条件

$$\rho_1 V(0)(1 - \varphi_1)^k + \sigma_1 > \rho_2 V(0)(1 - \varphi_2)^k + \sigma_2. \quad (7)$$

注 2 关于参数 φ_1 和 φ_2 的选取规则, 为了保证满足约束条件(7), 在对参数选取时简单地设置以下约束(满足其中一条即可): (1) $\rho_1 > \rho_2, \sigma_1 < \sigma_2, \varphi_1 \leq \varphi_2$; (2) $\rho_1 = \rho_2, \sigma_1 > \sigma_2, \varphi_1 < \varphi_2$; (3) $\rho_1 > \rho_2 + \sigma_2$ 等。

3 主要结果

在本节中, 讨论了具有时变时滞的离散时间异构复杂动态网络的有限时间有界同步问题。在基于事件驱动的间歇机制控制下, 得出了误差系统(3)有限时间有界同步的充分条件。

在本文中, 选择 Lyapunov 函数

$$V(k) = e^T(k) P e(k) + V_\tau(k), \quad (8)$$

式中 $P > 0$ 。 $V_\tau(k)$ 是用来处理系统中的时变时滞, 其具体形式如

$$\mathbf{V}_\tau(k) = \sum_{n=k-\tau(k)}^{k-1} (1-\alpha)^{k-n-1} \mathbf{e}^\top(n) \mathbf{Q} \mathbf{e}(n) + \sum_{m=k-\tau+1}^{k-\tau} \sum_{n=m}^{k-1} (1-\alpha)^{k-n-1} \mathbf{e}^\top(n) \mathbf{Q} \mathbf{e}(n),$$

式中 $\mathbf{Q} > 0$ 。接下来,将主要的有限时间有界同步准则归纳为如下结果。

定理 1 设给定参数 $c, \varepsilon, \alpha, \beta, \varphi_1, \varphi_2$ 满足 $c > 0, 0 < \varphi_1 < \alpha < 1, 0 < \varphi_2 < \alpha < 1, \beta < 0$, 且内耦合矩阵 $\mathbf{F}$ 已知。如果存在正定矩阵 $\mathbf{P} \in R^{nN} \times R^{nN}, \mathbf{Q} \in R^{nN} \times R^{nN}, \mathbf{K} = \text{diag}\{\mathbf{K}_i\}$ 和正参数 $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ 使得以下不等式成立

$$\hat{\Theta}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\Xi}_{11} & 0 & -\mu_1 \tilde{\mathbf{U}}_2 & 0 & \hat{\Xi}_{15} \\ * & \hat{\Xi}_{22} & 0 & -\mu_2 \tilde{\mathbf{V}}_2 & 0 \\ * & * & -\mu_1 \mathbf{I} & 0 & \sqrt{2} \mathbf{A}^\top \mathbf{P} \\ * & * & * & -\mu_2 \mathbf{I} & \sqrt{2} \mathbf{B}^\top \mathbf{P} \\ * & * & * & * & -\mathbf{P} \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$\hat{\Theta}_2 = \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_{11} & 0 & -\mu_3 \tilde{\mathbf{U}}_2 & 0 & \hat{\Pi}_{15} \\ * & \hat{\Pi}_{22} & 0 & -\mu_4 \tilde{\mathbf{V}}_2 & 0 \\ * & * & -\mu_3 \mathbf{I} & 0 & \sqrt{2} \mathbf{A}^\top \mathbf{P} \\ * & * & * & -\mu_4 \mathbf{I} & \sqrt{2} \mathbf{B}^\top \mathbf{P} \\ * & * & * & * & -\mathbf{P} \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

$$\frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha} \leq \varepsilon,$$

式中 $\mathbf{Y} = \mathbf{K}^\top \mathbf{P}$, $\hat{\Xi}_{11} = (\bar{\tau} - \tau + 1)\mathbf{Q} - \mu_1 \tilde{\mathbf{U}}_1 - (1-\alpha)\mathbf{P}$, $\hat{\Xi}_{15} = \sqrt{2}(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F})\mathbf{TP} + \sqrt{2}\mathbf{Y}$, $\hat{\Xi}_{22} = -\mu_2 \tilde{\mathbf{V}}_1 - (1-\alpha)\tau\mathbf{Q}$, $\hat{\Pi}_{11} = (\bar{\tau} - \tau + 1)\mathbf{Q} - \mu_3 \tilde{\mathbf{U}}_1 - (1-\beta)\mathbf{P}$, $\hat{\Pi}_{15} = \sqrt{2}(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F})\mathbf{TP}$, $\hat{\Pi}_{22} = -\mu_4 \tilde{\mathbf{V}}_1 - (1-\alpha)\tau\mathbf{Q}$, $\tilde{\mathbf{U}}_1 = \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}}_1^\top \dot{\mathbf{U}}_2 + \dot{\mathbf{U}}_2^\top \dot{\mathbf{U}}_1)$, $\tilde{\mathbf{U}}_2 = -\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}}_1^\top + \dot{\mathbf{U}}_2^\top)$, $\tilde{\mathbf{V}}_1 = \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{V}}_1^\top \dot{\mathbf{V}}_2 + \dot{\mathbf{V}}_2^\top \dot{\mathbf{V}}_1)$, $\tilde{\mathbf{V}}_2 = -\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{V}}_1^\top + \dot{\mathbf{V}}_2^\top)$,

$\dot{\mathbf{U}}_1 = \text{diag}_N\{\dot{\mathbf{U}}_1\}$, $\dot{\mathbf{U}}_2 = \text{diag}_N\{\dot{\mathbf{U}}_2\}$, $\dot{\mathbf{V}}_1 = \text{diag}_N\{\dot{\mathbf{V}}_1\}$, $\dot{\mathbf{V}}_2 = \text{diag}_N\{\dot{\mathbf{V}}_2\}$ 。

则同步误差系统(5)是有限时间有界的,有限时间为

$$k_0 = \left\lceil \log_{(1-\varphi_1)} \frac{(1-\varphi_1)(\lambda_{\min}(\mathbf{P})\varepsilon^2 - (1-\beta)\sigma_1 - \lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2)}{\rho_1(1-\beta)\mathbf{V}(0)} \right\rceil。$$

证明 首先,根据假设 1,可以得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(k) \\ \mathbf{F}(\mathbf{e}(k)) \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_1 & \tilde{\mathbf{U}}_2 \\ * & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k) \\ \mathbf{F}(\mathbf{e}(k)) \end{bmatrix} \leq 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(k - \tau(k)) \\ \mathbf{F}(\mathbf{e}(k - \tau(k))) \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{V}}_1 & \tilde{\mathbf{V}}_2 \\ * & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k - \tau(k)) \\ \mathbf{F}(\mathbf{e}(k - \tau(k))) \end{bmatrix} \leq 0。 \quad (12)$$

根据 Lyapunov 函数(8),首先计算沿着子系统(5a)的结果。关于 $\mathbf{V}_\tau(k)$ 的计算是比较常规的,具体计算步骤见文献[7]。因此,下面直接给出 $\mathbf{V}_\tau(k)$ 计算结果为

$$\Delta \mathbf{V}_\tau(k) + \alpha \mathbf{V}_\tau(k) \leq (1 + \bar{\tau} - \tau) \mathbf{e}^\top(k) \mathbf{Q} \mathbf{e}(k) - (1 - \alpha) \mathbf{e}^\top(k - \tau(k)) \mathbf{Q} \mathbf{e}(k - \tau(k))。 \quad (13)$$

结合(11)可得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}(k) + \alpha \mathbf{V}(k) &\leq \mathbf{e}^\top(k+1) \mathbf{P} \mathbf{e}(k+1) - (1-\alpha) \mathbf{e}^\top(k) \mathbf{P} \mathbf{e}(k) + (1 + \bar{\tau} - \tau) \mathbf{e}^\top(k) \mathbf{Q} \mathbf{e}(k) \\ &\quad - (1-\alpha) \mathbf{e}^\top(k - \tau(k)) \mathbf{Q} \mathbf{e}(k - \tau(k)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq 2((\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F} + \mathbf{K})\mathbf{e}(k) + \mathbf{A}\mathbf{F}(\mathbf{e}(k)) + \mathbf{B}\mathbf{G}(\mathbf{e}(k - \tau(k))))^T \\
&\quad \times \mathbf{P}((\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F} + \mathbf{K})\mathbf{e}(k) + \mathbf{A}\mathbf{F}(\mathbf{e}(k)) + \mathbf{B}\mathbf{G}(\mathbf{e}(k - \tau(k)))) \\
&\quad + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2 - (1 - \alpha)\mathbf{e}^T(k)\mathbf{P}\mathbf{e}(k) + (1 + \bar{\tau} - \underline{\tau})\mathbf{e}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{e}(k) \\
&\quad - (1 - \alpha)\bar{\tau}\mathbf{e}^T(k - \tau(k))\mathbf{Q}\mathbf{e}(k - \tau(k)),
\end{aligned}$$

考虑到不等式(11)和(12),可以得出

$$\Delta \mathbf{V}_\tau(k) + \alpha \mathbf{V}_\tau(k) \leq \xi^T(k) \Theta_1 \xi(k) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2, \quad (14)$$

$$\text{式中 } \xi(k) = \text{col}\{\mathbf{e}(k), \mathbf{e}(k - \tau(k)), \mathbf{F}(\mathbf{e}(k)), \mathbf{G}(\mathbf{e}(k - \tau(k)))\}, \hat{\Theta}_1 = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & 0 & \Xi_{13} & \Xi_{14} \\ * & \hat{\Xi}_{22} & 0 & -\mu_2 \tilde{\mathbf{V}}_2 \\ * & * & \Xi_{33} & \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \\ * & * & * & \Xi_{44} \end{bmatrix}, \Xi_{11} =$$

$$\begin{aligned}
&2(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F} + \mathbf{K})^T \mathbf{P}(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F} + \mathbf{K}) - (1 - \alpha)\mathbf{P} + (1 + \bar{\tau} - \underline{\tau})\mathbf{Q} - \mu_1 \tilde{\mathbf{U}}_1, \Xi_{13} = 2(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \\
&\mathbf{F} + \mathbf{K})^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mu_1 \tilde{\mathbf{U}}_2, \Xi_{14} = 2(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F} + \mathbf{K})^T \mathbf{P} \mathbf{B}, \Xi_{33} = 2\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mu_1 \mathbf{I}, \Xi_{44} = 2\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} - \mu_2 \mathbf{I}.
\end{aligned}$$

根据 Schur complement 引理,将很容易看出 $\Theta_1 < 0$ 等价于 $\hat{\Theta}_1 < 0$ 。因此,通过(9)和(14),可以计算出

$$\begin{aligned}
&\mathbf{V}(k) \leq (1 - \alpha)\mathbf{V}(k - 1) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2 \\
&\dots \\
&\leq \left[\mathbf{V}(q) - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha} \right] (1 - \alpha)k - q + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha}. \quad (15)
\end{aligned}$$

另外,计算沿着子系统(5b)的结果。下面先给出 Lyapunov 函数 $\mathbf{V}_\tau(k)$ 的计算结果。

$$\begin{aligned}
&\Delta \mathbf{V}_\tau(k) + \beta \mathbf{V}_\tau(k) \leq (1 + \bar{\tau} - \underline{\tau})\mathbf{e}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{e}(k) + (\beta - \alpha)(\mathbf{V}_\tau(k)) \\
&\quad - (1 - \alpha)\bar{\tau}\mathbf{e}^T(k - \tau(k))\mathbf{Q}\mathbf{e}(k - \tau(k)). \quad (16)
\end{aligned}$$

考虑到不等式(11)和(12),根据(16)可以得出

$$\Delta \mathbf{V}_\tau(k) + \beta \mathbf{V}_\tau(k) \leq \xi^T(k) \Theta_2 \xi(k) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2 \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
&\text{式中 } \hat{\Theta}_2 = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & 0 & \Xi_{13} & \Xi_{14} \\ * & \hat{\Xi}_{22} & 0 & -\mu_4 \tilde{\mathbf{V}}_2 \\ * & * & \Xi_{33} & \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \\ * & * & * & \Xi_{44} \end{bmatrix}, \Pi_{11} = 2(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F})^T \mathbf{P}(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F}) - (1 - \beta)\mathbf{P} + (1 + \bar{\tau} - \\
&\underline{\tau})\mathbf{Q} - \mu_3 \tilde{\mathbf{U}}_1, \Pi_{13} = 2(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F})^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mu_3 \tilde{\mathbf{U}}_2, \Pi_{14} = 2(\mathbf{D} + (c\mathbf{W}) \otimes \mathbf{F})^T \mathbf{P} \mathbf{B}, \Pi_{33} = 2\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} - \mu_3 \mathbf{I}, \Xi_{44} = \\
&2\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} - \mu_4 \mathbf{I}.
\end{aligned}$$

根据 Schur complement 引理,很容易看出 $\Theta_2 < 0$ 等价于 $\hat{\Theta}_2 < 0$ 。因此,通过(10)和(17),根据(16)可以得出

$$\begin{aligned}
&\mathbf{V}(k) \leq (1 - \beta)\mathbf{V}(k - 1) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2 \\
&\dots \\
&\leq \left[\mathbf{V}(q) - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\beta} \right] (1 - \beta)k - q + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\beta}. \quad (18)
\end{aligned}$$

下面将根据初始条件进行分类讨论。

情况 1 假设初始时刻 Lyapunov 函数 $\mathbf{V}(k)$ 位于工作区域,即 $\mathbf{V}(0) \in R_1(0)$,此时控制器 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}\mathbf{e}(k)$ 被激活,在控制器的作用下,误差会逐渐减小,随着系统的运行,存在一个时刻 $k_1 (k_1 \geq 1)$,使得函数 $\mathbf{V}(k)$ 的轨迹进入休息区域。根据间歇控制机制,此刻控制器处于休息状态。对此,假设存在一个时刻 k_2 ,使

得函数 $\mathbf{V}(k)$ 的轨迹回到工作区域;即在 $k=k_2$ 处,控制器 $\mathbf{u}(k)=\mathbf{K}\mathbf{e}(k)$ 被再次激活,之后肯定存在一个时刻 k_3 ,使得函数 $\mathbf{V}(k)$ 的轨迹回到休息区域。重复上述过程,假设对于 $k \in N(0, \infty)$,子系统(5a)和(5b)之间存在无限的切换。

设子系统(5a)的全部激活时间(控制器的全部工作时间)为 $T_a = N[0, k_1 - 1] \cup (\cup_{l=0}^{+\infty} N[k_{2(l+1)}, k_{2l+3} - 1])$ 。设子系统(5b)的全部激活时间(控制器的休息时间)为 $T_b = \cup_{l=0}^{+\infty} N[k_{2(l+1)}, k_{2l+1} - 1]$ 。

当 $k \in T_a$,子系统(5a)被激活。根据(15),得

$$\mathbf{V}(k) \leq \left[\mathbf{V}(0) - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha} \right] (1-\alpha)^k + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha}, k \in N[0, k_1 - 1], \quad (19)$$

且

$$\mathbf{V}(k) \leq \left[\mathbf{V}(k_{2(l+1)}) - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha} \right] (1-\alpha)^{k-k_{2(l+1)}} + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha}, k \in N[k_{2(l+1)}, k_{2l+3} - 1], \quad (20)$$

需要注意的是,当 $k = k_{2(l+1)} - 1$ 时, $\mathbf{V}(k) \in R_2(k) \cup R_3(k)$,从而可得 $\mathbf{V}(k_{2(l+1)} - 1) < \rho_1 \mathbf{V}(0) (1 - \varphi_1)^{k_{2(l+1)}-1} + \sigma_1$,因此,从(18)可以得出如下结果

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(k_{2(l+1)}) &\leq \left[\mathbf{V}(k_{2(l+1)} - 1) - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\beta} \right] (1-\beta) + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\beta} \\ &\leq \left[\rho_1 \mathbf{V}(0) (1 - \varphi_1)^{k_{2(l+1)}-1} + \sigma_1 - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\beta} \right] (1-\beta) + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\beta} \\ &= \rho_1 \mathbf{V}(0) \frac{1-\beta}{1-\varphi_1} (1 - \varphi_1)^{k_{2(l+1)}} + \sigma_1 (1-\beta) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2, \end{aligned} \quad (21)$$

将(21)代入(20),可得

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(k) &\leq \left[\rho_1 \mathbf{V}(0) \frac{1-\beta}{1-\varphi_1} (1 - \varphi_1)^{k_{2(l+1)}} + \sigma_1 (1-\beta) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2 - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha} \right] (1-\alpha)^{k-k_{2(l+1)}} + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha} \\ &= \rho_1 \mathbf{V}(0) \frac{1-\beta}{1-\varphi_1} (1 - \varphi_1)^{k_{2(l+1)}} (1-\alpha)^{k-k_{2(l+1)}} + \left[\sigma_1 (1-\beta) - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2(1-\alpha)}{\alpha} \right] (1-\alpha)^{k-k_{2(l+1)}} + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha}, k \in N[k_{2(l+1)}, k_{2l+3} - 1]. \end{aligned} \quad (22)$$

由已知 $0 < \varphi_1 < \alpha < 1$,可得

$$\mathbf{V}(k) \leq \rho_1 \mathbf{V}(0) \frac{1-\beta}{1-\varphi_1} (1-\varphi_1)^k + \sigma_1 (1-\beta) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2, k \in N[k_{2(l+1)}]. \quad (23)$$

另一方面,当 $k \in T_b$,有 $\mathbf{V}(k) \in R_2(k) \cup R_3(k)$ 。从而可以直接得出 $\mathbf{V}(k) < \rho_1 \mathbf{V}(0) (1 - \varphi_1)^k + \sigma_1$ 。因此,对于 $k \in T_a \cup T_b = N[0, +\infty]$ 有结论

$$\mathbf{V}(k) \leq \begin{cases} \left[\mathbf{V}(0) - \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha} \right] (1-\alpha)^k + \frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2}{\alpha}, & k \in N[0, k_1 - 1], \\ \rho_1 \mathbf{V}(0) \frac{1-\beta}{1-\varphi_1} (1 - \varphi_1)^k + \sigma_1 (1-\beta) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2, & k \in N[k_1, +\infty). \end{cases} \quad (24)$$

情况 2 假设初始时刻 Lyapunov 函数 $\mathbf{V}(k)$ 位于非工作区域(休息区域 $R_2(k)$ 和过渡区域 $R_3(k)$),此刻控制器处于休息状态,在没有控制器的作用下,系统误差会逐渐增加,随着系统的运行,存在一个时刻 k_1 ($k_1 \geq 1$),使得函数 $\mathbf{V}(k)$ 的轨迹进入工作区域。在控制器的作用下,存在一个时刻 k_2 ($k_2 \geq k_1$),使得函数 $\mathbf{V}(k)$ 的轨迹重新回到休息区域。这与情况 1 中的分析相类似。对于这种情况,可以合理地假设在 $k \in N(0, \infty)$ 上子系统(5a)和(5b)将发生无限的切换。

设子系统(5a)的全部激活时间(控制器的全部工作时间)为 $\tilde{T}_a = \cup_{l=0}^{+\infty} N[k_{2l+1}, k_{2(l+1)} - 1]$ 。设子系统

(5b)的全部激活时间(控制器的休息时间)为 $\tilde{T}_b = N[0, k_1 - 1] \cup (\bigcup_{l=0}^{+\infty} N[k_{2(l+1)}, k_{2(l+3)} - 1])$ 。对于 $k \in \tilde{T}_b$, 函数 $\mathbf{V}(k)$ 的轨迹保持在区域 $R_2(k)$ 或 $R_3(k)$, 即, $\mathbf{V}(k) \leq \rho_1 \mathbf{V}(0) (1 - \varphi_1)^k + \sigma_1$ 。同时, 沿着情况 1 中分析过程, 很容易证明在 $k \in \tilde{T}_a$ 时不等式(23)成立。因此, 对于 $k \in T_a \cup T_b = N[0, +\infty)$, 有结论

$$\mathbf{V}(k) \leq \rho_1 \mathbf{V}(0) \frac{1-\beta}{1-\varphi_1} (1-\varphi_1)^k + \sigma_1 (1-\beta) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2, k \in N[0, +\infty)。 \quad (25)$$

最后, 由已知 $\mathbf{V}(k) \geq \mathbf{e}^T(k) \mathbf{P} \mathbf{e}(k) \geq \lambda_{\min}(\mathbf{P}) \|\mathbf{e}(k)\|^2$, 可以确定出关于规定误差上界 ε 的类整定时间 k_0 。根据定义 1 和(24), (25), 对于给定的 ε , 类整定时间 k_0 如

$$k_0 = \left\lceil \log_{(1-\varphi_1)} \frac{(1-\varphi_1)(\lambda_{\min}(\mathbf{P})\varepsilon^2 - (1-\beta)\sigma_1 - \lambda_{\max}(\mathbf{P})v^2)}{\rho_1(1-\beta)\mathbf{V}(0)} \right\rceil。 \quad (26)$$

证明完成。

注 3 在定理 1 中, 采用了一种基于事件驱动的间歇控制方法。在该方法下, 控制器是否工作取决于 Lyapunov 函数和预设区域的位置关系。另外, 为了避免控制器在工作区域与休息区域之间频繁切换, 设计了一个过渡区域。与现有的时间驱动型间歇控制相比, 本文中的间歇控制机制不需要预先给定工作/休息时间, 而是根据系统状态进行控制。使得控制器运行时间更加灵活, 有效地避免了不必要的资源消耗。

4 仿真结果

接下来, 给出一个数值例子来说明所提出的控制方案的有效性。为清楚地描述控制器 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}\mathbf{e}(k)$ 和 $\mathbf{u}(k) = 0$ 之间的切换, 在仿真中特意引入了一个开关信号 $\delta(k)$ 。更具体地说, 如果开关信号 $\delta(k) = 1$, 则 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}\mathbf{e}(k)$; 否则, $\mathbf{u}(k) = 0$ 。

在本文中, 考虑由 5 个状态节点组成的离散时间复杂动态网络, 其中每个节点的状态向量是二维的, 即 $N=5$ 和 $n=2$ 。节点根据以下耦合矩阵进行连接

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} -0.6 & 0.3 & 0 & 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & -0.6 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.3 & -0.6 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & -0.6 & 0.3 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0.3 & -0.6 \end{bmatrix}$$

且内耦合矩阵 $\mathbf{I} = 0.6\mathbf{I}$ 。时变时滞 $\tau(k) = 1 + \sin^2(0.5k\pi)$, 从而得 $\bar{\tau} = 2$ 且 $\underline{\tau} = 1$ 。离散时间复杂动态网络(1)中的非线性函数选取如

$$\mathbf{f}(x) = \begin{bmatrix} \tanh(0.5x) \\ \tanh(0.75x) \end{bmatrix}, \mathbf{g}(x) = \begin{bmatrix} 0.5x - \tanh(0.1x) \\ 0.3x + \tanh(0.1x) \end{bmatrix}。$$

根据假设 1 计算出如下满足不等式条件的参数矩阵

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix}, \mathbf{U}_2 = 0, \mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.45 \end{bmatrix}, \mathbf{V}_2 = 0。$$

本文选取孤立节点参数如

$$\mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} 0.72 & 0.01 \\ 0.1 & 0.72 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}。$$

接下来, 给出系统矩阵 $\mathbf{D}_i, \mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i$ 如下

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} 0.92 + 0.02(-1)^i & 0.01\sin(2i) \\ e^{-i} & 0.9 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0.05i & 0.03 \\ 0.1 & 0.1(-1)^i \end{bmatrix}, \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} -0.16(-1)^i & 0.01 \\ -0.02 & -0.24\cos(i) \end{bmatrix}。$$

在仿真中, 离散时间异构复杂动态网络的初始值选择为 $x_1(\theta) = \text{col}\{-5.5, 4\}, x_2(\theta) = \text{col}\{1, 4\}, x_3(\theta) = \text{col}\{-1, 0\}, x_4(\theta) = \text{col}\{-2, 2\}, x_5(\theta) = \text{col}\{3, -4\}, s(\theta) = \text{col}\{1, -1\}, \theta \in N[-\bar{\tau}, 0]$ 。其它参数选择为

$\alpha=0.2, \beta=-2.4, \rho_1=0.65, \rho_2=0.3, \sigma_1=3, \sigma_2=0.5, \varphi_1=0.04, \varphi_2=0.07$ 。通过求解线性矩阵不等式(9)(10),得可行解

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3.873\ 9, \mu_2 = 4.521\ 5, \mu_3 = 5.068\ 1, \mu_4 = 4.606\ 0, \\ \mathbf{K}_1 &= \begin{bmatrix} -0.877\ 4 & -0.163\ 6 \\ -0.219\ 0 & -0.828\ 5 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} -0.925\ 4 & -0.074\ 9 \\ -0.078\ 6 & -0.892\ 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_3 &= \begin{bmatrix} -0.893\ 9 & -0.036\ 3 \\ -0.039\ 2 & -0.834\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} -0.943\ 5 & -0.027\ 8 \\ -0.028\ 8 & -0.893\ 6 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_5 = \begin{bmatrix} -0.913\ 4 & -0.014\ 6 \\ -0.015\ 2 & -0.833\ 9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

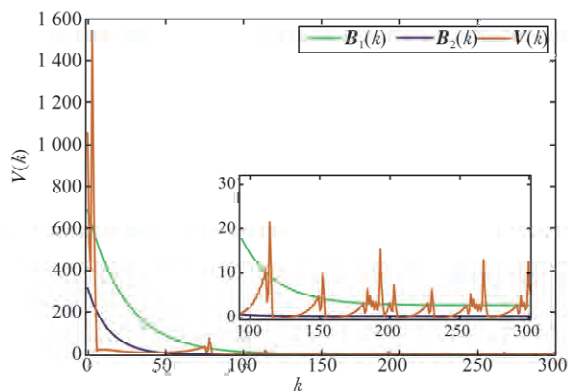


图1 间歇控制机制下 $V(k)$ 的动态轨迹

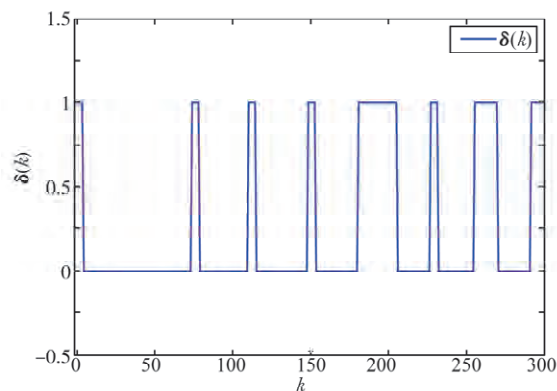


图2 开关信号 $\delta(k)$ 的状态变化

图1描述了基于事件驱动间歇控制机制下 $V(k)$ 和边界 $B_1(k), B_2(k)$ 的动态轨迹。与之对应的控制器 $u(k)$ 工作休息时间通过图2的开关信号状态进行描述。通过图1,2可以看出,在间歇控制机制下, $V(k)$ 的状态最终是趋于有界的。

图3给出了在间歇控制机制下,误差范数 $\|e(k)\|$ 的动态图。通过事先给定的误差上界 $\epsilon=2$ 以及通过计算得出的异构项 $\|\vartheta(k)\|$ 的上界 $v=0.1$,进一步得出达到规定误差界的类整定时间 $k_0=145$ 。从图3仿真结果中可以看出,对于所有的 $k \geq 145$,误差范数 $\|e(k)\|$ 始终保持在其规定上界 ϵ 以下,这与本文的理论分析是一致的。

下面,将进行参数 φ_1 和 φ_2 取值对类整定时间 k_0 结果以及控制性能的影响分析。

从理论推导结果可以得出,类整定时间函数 k_0 是与参数 φ_1 有关的。因此参数 φ_1 的取值会直接影响到达到有限时间有界的整定时间。通过仿真结果图4和图5可以看出,当固定 φ_2 取值时,误差范数 $\|e(k)\|$ 到达预设边界的时间随参数 φ_1 取值的增大而减小。

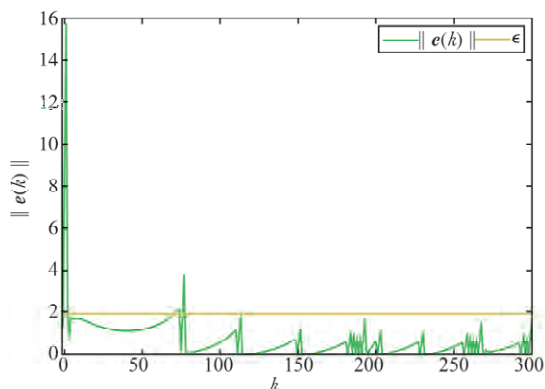


图3 间歇控制机制下误差 $\|e(k)\|$ 的动态轨迹

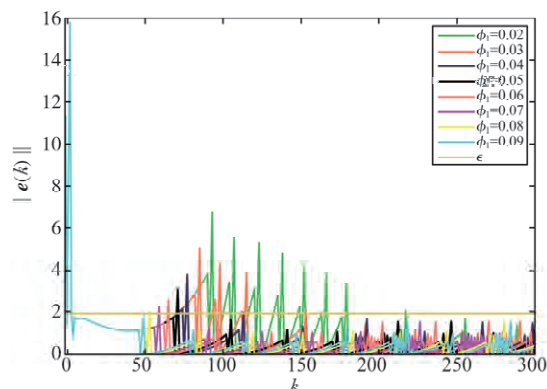


图4 间歇控制机制下参数 $\varphi_2=0.1$ 时,参数 φ_1 不同取值下 $\|e(k)\|$ 的动态轨迹

通过理论推导可以看出,最后类整定时间函数与 φ_2 无关,因此 φ_2 不影响达到有限时间有界的整定时间。但 φ_2 的取值会影响到休息区域以及过渡区域的大小。因此,改变参数 φ_2 的取值对控制器的切换频率以及对系统的控制效果有一定的影响。

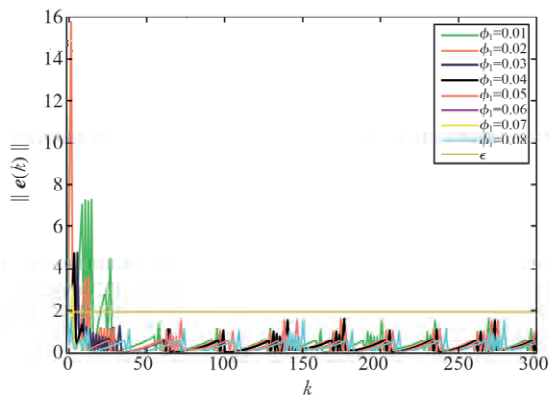


图5 间歇控制机制下参数 $\varphi_2 = 0.9$ 时, 参数 φ_1 不同取值下 $\|e(k)\|$ 的动态轨迹

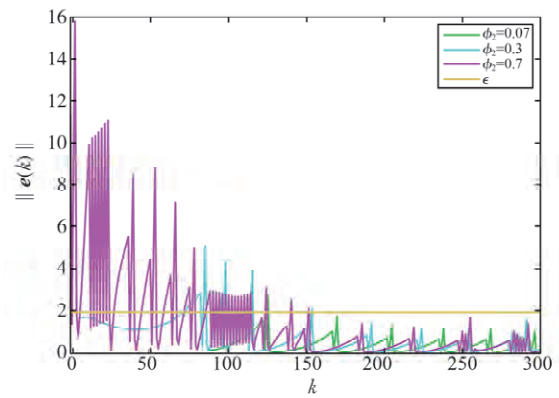


图6 间歇控制机制下参数 $\varphi_1 = 0.03$ 时, 参数 φ_2 不同取值下 $\|e(k)\|$ 的动态轨迹

5 结论

本文提出了一种新的基于事件驱动的间歇控制方法,并运用该方法实现了具有时变时滞离散时间异构复杂网络的有限时间有界同步控制。与现有的间歇性控制方案相比,该控制器是否工作与 Lyapunov 函数的轨迹以及预设的工作区域有关。因此,该方法中控制器的工作/休息时间是而非周期的且不可预测的。其次,提出了有限时间有界性的概念,并通过求解不等式约束的优化问题,进一步得到有限时间有界同步的类整定时间。最后,通过数值仿真实验验证了该结论的准确性和有效性。

参 考 文 献

- [1] CHEN T P, LU W L, LIU X W. Finite time convergence of pinning synchronization with a single nonlinear controller[J]. Neural Networks, 2021, 143: 246-249.
- [2] LIU X W, CHEN T P. Finite-time and fixed-time cluster synchronization with or without pinning control[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48: 240-252.
- [3] ZHANG W L, LI C D, HUANG T W, et al. Fixed-time synchronization of complex networks with nonidentical nodes and stochastic noise perturbations[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2018, 492: 1531-1542.
- [4] ZHANG S Y, WANG L, LIANG Q Y, et al. Polynomial lyapunov functions for synchronization of nonlinearly coupled complex networks [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52: 1812-1821.
- [5] SUO J H, WANG Z D, BO S. Pinning synchronization control for a class of discrete-time switched stochastic complex networks under event-triggered mechanism[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2020, 37: 100886.
- [6] WU Y B, GAO Y X, LI W X. Synchronization of stochastic complex networks with time delay via feedback control based on discrete-time state observations[J]. Neurocomputing, 2018, 315: 68-81.
- [7] DONG Y, CHEN J W, CAO J D. Fixed-time pinning synchronization for delayed complex networks under completely intermittent control [J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359: 7708-7732.
- [8] SHENG Y, HUANG T W, ZENG Z G. Exponential stabilization of fuzzy memristive neural networks with multiple time delays via intermittent control[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52: 3092-3101.
- [9] LIU Y, LIU J, LI W X. Stabilization of highly nonlinear stochastic coupled systems via periodically intermittent control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66: 4799-4806.
- [10] CHEN W H, ZHONG J, ZHENG W X. Delay-independent stabilization of a class of time-delay systems via periodically intermittent control [J]. Automatica, 2016, 71: 89-97.
- [11] LIU X W, CHEN T P. Synchronization of complex networks via aperiodically intermittent pinning control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60: 3316-3321.

(下转第 31 页)

- [25] YU F,ZHANG J W,CROLLA D A.A study of a Kalman filter active vehicle suspension system using correlation of front and rear wheel road inputs[J].Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,Part D: Journal of Automobile Engineering,2000,214(5): 493-502.
- [26] 段虎明,石峰,谢飞,等.路面不平度研究综述[J].振动与冲击,2009,28(9): 95-101.
- [27] 孙建民,刘祥,赵国浩,等.模糊反馈增量式比例积分微分油气悬架控制[J].科学技术与工程,2021,21(34): 14814-14820.
- [28] ANG K H,CHONG G,LI Y.PID control system analysis,design and technology[J].IEEE Transactions on Control Systems Technology,2005,13(4): 559-576.
- [29] KWON B,KANG D,YI K.Fault-tolerant control with state and disturbance observers for vehicle active suspension systems[J].Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,Part D: Journal of Automobile Engineering,2020,234(7): 1912-1929
- [30] NA J,HUANG Y B,PEI Q Q,et al.Active suspension control of full-car systems without function approximation[J].IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,2019,25(2): 779-791.

(责任编辑:周相泉)

(上接第 10 页)

- [12] GUO Y,LI X J,WANG P F.Improved results on synchronization of stochastic delayed networks under aperiodically intermittent control [J].Journal of the Franklin Institute,2021,358(9): 4950-4971.
- [13] GUO Y,DUAN M Y,WANG P F.Input-to-state stabilization of semilinear systems via aperiodically intermittent event-triggered control [J].IEEE Transactions on Control of Network Systems,2022,9: 731-741.
- [14] WANG Q Z,HE Y,TAN G Z,et al.State-dependent intermittent control of non-linear systems[J].IET Control Theory & Applications,2017,11: 1884-1893.
- [15] DING S B,WANG Z S.Synchronization of coupled neural networks via an event-dependent intermittent pinning control[J].IEEE Transactions on Systems,Man,and Cybernetics: Systems,2022,52: 1928-1934.
- [16] TAN X G,CAO J D.Intermittent control with double event-driven for leader-following synchronization in complex networks[J].Applied Mathematical Modelling,2018,64: 372-385.
- [17] GAO H Y,DONG H L,WANG Z D,et a.An event-triggering approach to recursive filtering for complex networks with state saturations and random coupling strengths[J].IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems,2020,31: 4279-4289.
- [18] DING S B,WANG Z S,XIE X P.Dynamic periodic event-triggered synchronization of complex networks: the discrete-time scenario[J].IEEE Transactions on Cybernetics.DOI:10.1109/TCYB.2022.3208012.
- [19] LI Q,WANG Z D,LI N,et al.A dynamic event-triggered approach to recursive filtering for complex networks with switching topologies subject to random sensor failures[J].IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems,2020,31: 4381-4388.
- [20] LI Q,SHEN B,WANG Z D,et al.Synchronization control for a class of discrete time-delay complex dynamical networks: A dynamic event-triggered approach[J].IEEE Transactions on Cybernetics,2019,49: 1979-1986.
- [21] WU Y B,WANG Y,LIU J,et al.Exponential synchronization of complex networks: An intermittent adaptive event-triggered control strategy[J].IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers,2021,68: 4735-4745.
- [22] TAN Y S,XIONG M H,ZHANG B Y,et al.Adaptive event-triggered nonfragile state estimation for fractional-order complex networked systems with cyber attacks[J].IEEE Transactions on Systems,Man,and Cybernetics: Systems,2022,52: 2121-2133.
- [23] LIU B,YANG M,LIU T,et al.Stabilization to exponential input-to-state stability via aperiodic intermittent control[J].IEEE Transactions on Automatic Control,2021,66: 2913-2919.
- [24] DUO Y,DUAN M Y,WANG P F.Input-to-state stabilization of semilinear systems via aperiodically intermittent event-triggered control [J].IEEE Transactions on Control of Network Systems,2022,9: 731-741.

(责任编辑:周相泉)