

引用:丛如悦,刘迎,李武全.随机环境载荷下的无人艇轨迹跟踪控制[J].聊城大学学报(自然科学版),2026,39(3):328-335.

Citation: CONG Ruyue, LIU Ying, LI Wuquan. Trajectory tracking control of unmanned surface vehicles under stochastic environmental loads[J]. Journal of Liaocheng University (National Science Edition), 2026, 39(3): 328-335.

文章编号 1672-6634(2026)03-0328-08

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2025070009

随机环境载荷下的无人艇轨迹跟踪控制

丛如悦,刘迎,李武全

(鲁东大学 数学与统计科学学院, 山东 烟台 264025)

摘要 研究了一类受未知随机环境干扰的无人艇轨迹跟踪控制问题。首先,基于随机微分方程理论,构建了包含随机干扰项的系统动力学模型,以精确刻画现实环境扰动对无人艇运动轨迹的影响。其次,基于 backstepping 控制方法,设计了一种轨迹跟踪鲁棒控制器。理论分析表明,在所提出的控制策略下,所设计的控制器能够确保无人艇实际轨迹以期望精度渐近跟踪任意给定的参考轨迹,证明了闭环系统中所有信号均满足全局一致最终有界性。最后,通过数值仿真验证了轨迹跟踪控制器的有效性和鲁棒性。

关键词 随机控制;轨迹跟踪控制;反步法;无人艇

中图分类号 Q23

文献标志码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Trajectory tracking control of unmanned surface vehicles under stochastic environmental loads

CONG Ruyue, LIU Ying, LI Wuquan

(School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai 264025, China)

Abstract The trajectory tracking control problem of unmanned surface vehicles (USVs) with unknown stochastic environmental disturbances was studied. Firstly, based on the theory of stochastic differential equations, a system dynamic model incorporating stochastic disturbance terms is established to accurately characterize the influence of environmental disturbances on the USVs motion trajectory. Secondly, a robust trajectory tracking controller is designed based on the backstepping control method. The designed controller can ensure that the actual trajectory of the USVs asymptotically tracks any given reference trajectory with the desired precision. Then, it is rigorously proven that all signals in the closed-loop system satisfy global uniform ultimate boundedness. Finally, numerical simulations are conducted to verify the effectiveness and robustness of the trajectory tracking controller.

Keywords stochastic control; trajectory tracking control; backstepping; unmanned surface vehicles

0 引言

无人艇轨迹跟踪控制作为海洋工程与智能控制理论的交叉研究领域,在海洋资源勘探、环境监测等任务

收稿日期:2025-07-26

基金项目:国家自然科学基金项目(62373179);山东省泰山学者项目(tstp20221133);山东省烟台市科技创新发展计划基础研究项目(2023JCYJ051);烟台市省级以上领军人才专项支持资金资助

通信作者:刘迎,女,汉族,博士,讲师,研究方向:随机控制、编队控制,E-mail:lying94@126.com。

中展现出重要的应用价值。该控制策略能够有效替代传统人工操作,显著降低恶劣海况下工人作业的风险,同时提升数据采集的连续性与精确度。从理论层面来看,无人艇轨迹跟踪控制的研究不仅推动了非线性控制理论的发展,也为海洋资源开发、海洋环境监测以及国家安全等领域提供了关键技术支持,具有重要的学术价值与工程应用前景。文献[1]针对具有全状态约束的无人艇轨迹跟踪控制问题,设计了基于障碍 Lyapunov 方法的控制器,以确保转换后子系统的稳定性;针对存在未建模动态、参数不确定性和干扰等情形的无人艇,文献[2]提出了一种基于极速学习的鲁棒自适应路径跟踪控制方案;而文献[3]为有效抑制无人艇的抖振现象,提出了一种鲁棒离散时间二阶滑模控制器,并采用遗传算法调整控制器增益以提高控制器的鲁棒性;文献[4]则提出了一种基于齐次非线性扩张状态观测器和动态面控制的鲁棒轨迹跟踪控制器;针对一类随机非线性系统的输出反馈跟踪控制问题,文献[5]利用 Nussbaum 函数补偿死区,设计相对阈值事件触发策略,提出了自适应控制策略以解决该问题,文献[6]则研究了具有未知时变时滞的输出反馈跟踪控制问题;对于一类函数完全未知的随机非线性系统,文献[7]设计了自适应跟踪控制器。

无人艇在运动过程中不可避免地受到风、浪、流等复杂环境因素的随机干扰。这些干扰并非简单的线性叠加,而是具有显著的随机性和耦合特性。因此,如何建立包含随机环境干扰的无人艇系统动力学模型,并有效抑制此类干扰对轨迹跟踪控制的影响,成为当前研究的关键科学问题。在相关研究方面,文献[8]针对海洋航行器控制的实际应用需求,通过构造干扰观测器对干扰进行估计;文献[9]提出了一种无需依赖恒定偏航角线性化假设的无人艇动力定位非线性控制方法;文献[10]考虑质量矩阵和阻尼矩阵为非对角矩阵,解决了恒定环境干扰偏差下无人艇的跟踪控制问题。然而,上述研究均未充分考虑环境干扰的随机特性,这可能影响系统的实际控制性能。针对随机环境扰动,文献[11]对全驱动海洋航行器设计了一种在三维空间中的轨迹跟踪控制器,文献[12]则针对欠驱动智能导航器的轨迹跟踪问题设计了自适应控制方案。值得注意的是,现有文献尚未对随机环境载荷下无人艇的轨迹跟踪控制问题进行系统研究。

对上述研究成果进行分析,提出将带有随机干扰项的系统动力学模型代替传统的系统动力学模型,以实现随机环境载荷下的无人艇轨迹跟踪控制。本文的创新性工作主要体现在:

(1) 针对带有干扰不确定性的无人艇跟踪问题,与文献[13]研究不同,本文进一步考虑了环境的随机性,建立了受风、浪、流等随机环境干扰的无人艇动力学模型。该方法保证了控制器设计不仅能跟踪环境的不确定性变化,还能抑制随机扰动带来的偏差,有效提高了系统的控制性能。

(2) 相较于上述文献,本文提出了一种新型的轨迹跟踪控制策略。该策略能够有效刻画风、浪、流等随机环境干扰的影响,保证无人艇的实际轨迹以期望精度渐近跟踪任意给定的参考轨迹,增强了控制器的鲁棒性。

1 预备知识

随机非线性系统:一类如下形式的随机非线性系统

$$dx = f(x, t)dt + G(x, t)\Delta(t)dw, x(t_0) \in \mathbf{R}^n, \quad (1)$$

式中 x 表示状态变量, w 是一个 r 维的独立标准维纳过程, $f \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}^n$, $G \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}^{n \times r}$ 是局部 Lipschitz 函数。Bore 可测函数 $\Delta(t) : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}^{r \times r}$ 是半正定的,且对 $t \in \mathbf{R}_+$ 有界。

伊藤公式与随机微分算子:针对随机非线性系统(1), $y : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 是关于 $x(t)$ 的二阶连续可微函数,则 $y(x(t))$ 的随机微分^[15]表达式为 $dy(x(t)) = [\frac{\partial y}{\partial x}f(x) + \frac{1}{2}\text{Tr}\{\Delta^T(t)G^T(x)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}G(x)\Delta(t)\}]dt + \frac{\partial y}{\partial x}G(x)\Delta(t)dw$, 式中 $\text{Tr}\{\cdot\}$ 表示迹。

考虑随机非线性系统(1),一个二阶连续可微函数 $V(x)$ 的微分算子 $\mathcal{L}V(x)$ 定义为 $\mathcal{L}V(x) = f(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} + \frac{1}{2}\text{Tr}\{\Delta^T(t)G^T(x)\frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2}G(x)\Delta(t)\}$ 。

引理 1^[14] 对任意正实数 a, b 和任意实值函数 $\gamma(x, y) > 0$ 有 $|x|^a|y|^b \leq \frac{a}{a+b}\gamma(x, y)|x|^{a+b} + \frac{b}{a+b}\gamma(x, y)|y|^{a+b}$

$$\frac{b}{a+b} \gamma^{-a/b}(x, y) |y|^{a+b}.$$

定义1 系统(1)的平衡状态 $x=0$ 全局依概率稳定,若对所有的 $\varepsilon > 0$, 存在一个 κ 类函数 ϕ 满足

$$P\{\|\mathbf{x}(t)\| \leq \phi(\|\mathbf{x}(t_0)\|)\} \geq 1 - \varepsilon,$$

$$\forall t \geq t_0 \geq 0 \forall \mathbf{x}(t_0) \in \mathbf{R}^n \setminus \{0\}.$$

定理1^[16] 对于所有 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, V(\mathbf{x}) : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+$ 是二阶连续可微函数,存在 κ_∞ 类函数 ϕ_1 和 ϕ_2 有

$$\phi_1(\|\mathbf{x}\|) \leq V(\mathbf{x}) \leq \phi_2(\|\mathbf{x}\|),$$

$$\mathcal{L}V(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{2} \text{Tr}\{\mathbf{\Delta}^T(t) \mathbf{G}^T(\mathbf{x}) \frac{\partial^2 V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{\Delta}(t)\} \leq -kV(\mathbf{x}) + \phi_3(\|\mathbf{\Delta}(t) \mathbf{\Delta}^T(t)\|),$$

式中, k 为常数,所有的半正定矩阵 $\mathbf{\Delta}(t) \in \mathbf{R}^{r \times r}$, ϕ_3 为 Bore 可测且单调递增函数, $t \geq t_0 \geq 0$, 则系统(1)存在强解,且对于 $\mathbf{x}(t_0) \in \mathbf{R}^n$ 有 $E[V(\mathbf{x})] \leq e^{-k(t-t_0)} V(\mathbf{x}(t_0)) + \frac{1}{k} \phi_3(\sup_{t_0 \leq \tau \leq t} \|\mathbf{\Delta}(\tau) \mathbf{\Delta}^T(\tau)\|)$.

2 问题描述

首先介绍 USV 模型。无人艇运动参考坐标系的定义如图 1 所示,其中 $O_1 X_E Y_E$ 是地定坐标系, $O_2 X_B Y_B$ 是体定坐标系。 $\psi \in [0, 2\pi]$ 表示偏航角, $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]^T$ 表示无人艇在运动过程中的运动位置, (x, y) 是无人艇在地定坐标系中的坐标, $\boldsymbol{\vartheta} = [u, v, r]^T$ 表示无人艇在地定坐标系中的运动速度矢量, u, v, r 分别表示无人艇前向、横向移动速度及偏航速度。

无人艇在水面运动的运动学特性可描述为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{R}(\psi) \boldsymbol{\vartheta},$$

(2) Fig. 1 Fixed terrestrial coordinate system and fixed body coordinate system

式中 $\mathbf{R}(\psi)$ 是旋转矩阵,定义如下 $\mathbf{R}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 。

文献[17]介绍水流引起的广义力并不是简单的线性叠加,由此引出的无人艇动力学特性可描述为

$$\mathbf{M}_A \dot{\boldsymbol{\vartheta}} = -\mathbf{C}(\boldsymbol{\vartheta}) \boldsymbol{\vartheta} - \mathbf{D}(\boldsymbol{\vartheta}) \boldsymbol{\vartheta}_r - \mathbf{M}_B \dot{\boldsymbol{\vartheta}}_r + \mathbf{H}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\vartheta}) \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\tau}_{wd} + \boldsymbol{\tau}_{wv} + \boldsymbol{\tau},$$

式中 $\mathbf{M}_A$ 表示无人艇惯性矩阵, $\mathbf{C}(\boldsymbol{\vartheta})$ 表示科里奥利与向心力矩阵, $\mathbf{D}(\boldsymbol{\vartheta})$ 表示流体阻尼矩阵, $\mathbf{M}_B$ 表示附加质量惯性矩阵, $\boldsymbol{\vartheta}_r$ 表示相对速度,满足 $\boldsymbol{\vartheta}_r = \boldsymbol{\vartheta} - \boldsymbol{\vartheta}_1$, $\boldsymbol{\vartheta}_1 = [u_1, v_1, r_1]^T$ 表示海体流速。 $\boldsymbol{\xi}$ 是一个不确定常数向量。 $\boldsymbol{\tau}_{wd}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_{wv}$ 分别表示由风和浪引起的力和力矩向量, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$ 表示控制输入。矩阵 $\mathbf{M}_A, \mathbf{C}(\boldsymbol{\vartheta}), \mathbf{D}(\boldsymbol{\vartheta}), \mathbf{H}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\vartheta})$ 分别给出

$$\mathbf{M}_A = \begin{pmatrix} -X_{11} + m & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{22} + m & -Y_{23} + mx_g \\ 0 & -Y_{23} + mx_g & -N_{33} + I_z \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\vartheta}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & (Y_{22} - m)v + (Y_{23} - mx_g)r \\ 0 & 0 & (-X_{11} + m)u \\ (-Y_{22} + m)v + (-Y_{23} + mx_g)r & (X_{11} - m)u & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\vartheta}) = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & d_{23} \\ 0 & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\vartheta}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ |r|v & |v|r & |r|r & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |r|v & r & |v|r & |r|r & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

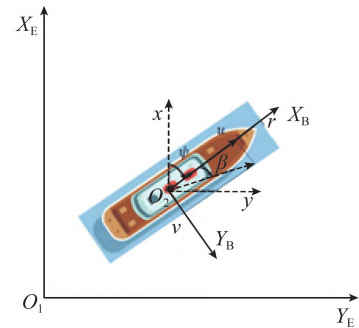


图1 地定坐标系及体定坐标系

式中,矩阵 $\mathbf{M}_A$ 内元素均为未知参数,且 m 表示无人艇质量,用 X_{11} 、 Y_{22} 、 Y_{23} 、 N_{33} 来描述附加质量的分量, x_g 表示无人艇重心在 $\mathbf{X}_B$ 坐标系中的坐标, I_z 表示无人艇偏航方向的转动惯量。矩阵 $\mathbf{D}(\boldsymbol{\vartheta})$ 内元素 d_{11} 、 d_{22} 、 d_{23} 、 d_{32} 和 d_{33} 表示水动力阻尼系数且均已知。

接下来,我们将引出向量的随机分量用以添加随机干扰

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}_{\text{wd}} = \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wd}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wd}}, \\ \boldsymbol{\tau}_{\text{wv}} = \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wv}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wv}}, \\ \boldsymbol{\vartheta}_1 = \tilde{\boldsymbol{\vartheta}}_1 + \bar{\boldsymbol{\vartheta}}_1, \\ \dot{\boldsymbol{\vartheta}}_1 = \dot{\tilde{\boldsymbol{\vartheta}}_1} + \dot{\bar{\boldsymbol{\vartheta}}_1}, \end{cases}$$

式中 $\tilde{\cdot}$ 、 $\dot{\cdot}$ 分别表示 $\cdot$ 的被视为高斯随机扰动的零均值随机分量和被当作未知常数的均值确定性分量。

根据上述内容的补充,我们可对无人艇动力学公式重新描述为

$$\mathbf{M}_A \dot{\boldsymbol{\vartheta}} = -\mathbf{C}(\boldsymbol{\vartheta})\boldsymbol{\vartheta} - \mathbf{D}(\boldsymbol{\vartheta})(\boldsymbol{\vartheta} - \tilde{\boldsymbol{\vartheta}}_1 - \bar{\boldsymbol{\vartheta}}_1) - \mathbf{M}_B(\dot{\boldsymbol{\vartheta}} - \dot{\tilde{\boldsymbol{\vartheta}}_1} - \dot{\bar{\boldsymbol{\vartheta}}_1}) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\vartheta})\boldsymbol{\xi} + \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wd}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wd}} + \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wv}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wv}} + \boldsymbol{\tau}. \quad (3)$$

引入如下定义

$$\begin{cases} \mathbf{G} = \mathbf{M}^{-1}[-\mathbf{C}(\boldsymbol{\vartheta})\boldsymbol{\vartheta} - \mathbf{D}(\boldsymbol{\vartheta})\boldsymbol{\vartheta}], \\ \boldsymbol{\Theta} = \text{Col}(\bar{\boldsymbol{\vartheta}}_1 \mathbf{M}_B \dot{\bar{\boldsymbol{\vartheta}}_1} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wd}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wv}}), \\ \mathbf{F} = \text{Row}(\mathbf{D}(\boldsymbol{\vartheta}), \mathbf{I}_{3 \times 3}), \\ \boldsymbol{\Delta}_1 = \text{Cov}(\tilde{\boldsymbol{\vartheta}}_1), \\ \boldsymbol{\Delta}_2 = \text{Cov}(\mathbf{M}_B \dot{\tilde{\boldsymbol{\vartheta}}_1} + \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wd}} + \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\text{wv}}), \end{cases} \quad (4)$$

将(4)代入(3),可以得到

$$d\boldsymbol{\vartheta} = [\mathbf{G} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}\boldsymbol{\Theta} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{H}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\vartheta})\boldsymbol{\xi} + \mathbf{M}^{-1}\boldsymbol{\tau}]dt + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}\boldsymbol{\Delta}dw, \quad (5)$$

式中, $\mathbf{M} = \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B$, $\boldsymbol{\Delta} = \text{diag}(\boldsymbol{\Delta}_1, \boldsymbol{\Delta}_2)$ 。

本文控制目标是为无人艇设计一种轨迹跟踪控制器,能够使得无人艇实际轨迹以期望精度稳定跟踪任意参考轨迹,并实现跟踪误差能够快速依概率收敛到零的小邻域内。为方便设计控制器,本文提出以下合理假设:

假设1 未知参数 $\boldsymbol{\Theta}$ 和 $\boldsymbol{\xi}$ 以及未知协方差矩阵 $\boldsymbol{\Delta}$ 均有界,则有 $\|\boldsymbol{\Theta}\| \leq d_1$, $\|\boldsymbol{\xi}\| \leq d_2$, $\|\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\Delta}^T\|_\infty \leq d_3$ 。

假设2 参考轨迹 $\boldsymbol{\eta}_d$ 及其导数 $\dot{\boldsymbol{\eta}}_d$ 均有界。

3 轨迹跟踪控制器设计

首先定义误差向量如下

$$\boldsymbol{\eta}_e = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_d, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\vartheta}_e = \boldsymbol{\vartheta} - \boldsymbol{\alpha}_1, \quad (7)$$

式中 $\boldsymbol{\alpha}_1$ 是虚拟控制器, $\boldsymbol{\vartheta}$ 被视为虚拟控制输入向量。控制器设计包含两个步骤。

步骤1 选择如下形式的 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{4} \|\boldsymbol{\eta}_e\|^4. \quad (8)$$

对(6)两边同时进行求导得到

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_e = \dot{\boldsymbol{\eta}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d = \mathbf{R}(\boldsymbol{\vartheta})(\boldsymbol{\vartheta}_e + \boldsymbol{\alpha}_1) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d. \quad (9)$$

根据(8)和(9),能够得到如下无穷小生成元

$$\mathcal{L}V_1 = \|\boldsymbol{\eta}_e\|^2 \boldsymbol{\eta}_e^T \dot{\boldsymbol{\eta}}_e = \|\boldsymbol{\eta}_e\|^2 \boldsymbol{\eta}_e^T [\mathbf{R}(\boldsymbol{\vartheta})(\boldsymbol{\vartheta}_e + \boldsymbol{\alpha}_1) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d]. \quad (10)$$

设计虚拟控制器如下

$$\alpha_1 = R(\psi)^{-1}[-C_1 \eta_e + \dot{\eta}_d], \quad (11)$$

式中, C_1 是正定矩阵, 将(11)代入(10), 可以得到

$$\mathcal{L}V_1 = -\|\eta_e\|^2 \eta_e^T C_1 \eta_e + \|\eta_e\|^2 \eta_e^T R(\psi) \vartheta_e. \quad (12)$$

式(12)中最后一项 $\|\eta_e\|^2 \eta_e^T R(\psi) \vartheta_e$ 为耦合项, 后续将进一步对该项进行处理。

步骤 2 选择如下形式的 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{4} \|\vartheta_e\|^4, \quad (13)$$

根据(5)和(7)得到

$$d\vartheta_e = [G + M^{-1}F\Theta + M^{-1}H(\eta, \vartheta)\xi + M^{-1}\tau - \dot{\alpha}_1]dt + M^{-1}F\Delta dw, \quad (14)$$

根据(13)和(14)能够得到下式

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V_2 = & -\|\eta_e\|^2 \eta_e^T C_1 \eta_e + \|\eta_e\|^2 \eta_e^T R(\psi) \vartheta_e + \frac{1}{2} \text{Tr}\{\Delta^T F^T (M^{-1})^T [I_{3 \times 3} \|\vartheta_e\|^2 + \\ & 2\vartheta_e \vartheta_e^T] M^{-1} F \Delta\} + \|\vartheta_e\|^2 \vartheta_e^T [G + M^{-1}F\Theta + M^{-1}H(\eta, \vartheta)\xi + M^{-1}\tau - \dot{\alpha}_1]. \end{aligned} \quad (15)$$

利用引理 1 对上式等号右边几项进行处理, 可以得到

$$\|\eta_e\|^2 \eta_e^T R(\psi) \vartheta_e \leq \frac{1}{4} \gamma_1^{-3} \|R(\psi)\|^4 \|\vartheta_e\|^4 + \frac{3}{4} \gamma_1 \|\eta_e\|^4, \quad (16)$$

$$\|\vartheta_e\|^2 \vartheta_e^T M^{-1} F \Theta \leq \frac{3}{4} \gamma_2 \|M^{-1} F\|^{\frac{4}{3}} \|\vartheta_e\|^4 + \frac{1}{4} \gamma_2^{-3} \|\Theta\|^4, \quad (17)$$

$$\|\vartheta_e\|^2 \vartheta_e^T M^{-1} H(\eta, \vartheta) \xi \leq \frac{1}{4} \gamma_3^{-3} \|\xi\|^4 + \frac{3}{4} \gamma_3 \|M^{-1} H(\eta, \vartheta)\|^{\frac{4}{3}} \|\vartheta_e\|^4, \quad (18)$$

分别取 $\gamma_1 = \epsilon_1^{\frac{1}{3}}, \gamma_2 = \epsilon_2^{\frac{1}{3}}$ 和 $\gamma_3 = \epsilon_3^{\frac{1}{3}}$, 并代入(16)~(18), 可以得到

$$\|\eta_e\|^2 \eta_e^T R(\psi) \vartheta_e \leq \frac{1}{4\epsilon_1} \|R(\psi)\|^4 \|\vartheta_e\|^4 + \frac{3}{4} \epsilon_1^{\frac{1}{3}} \|\eta_e\|^4, \quad (19)$$

$$\|\vartheta_e\|^2 \vartheta_e^T M^{-1} F \Theta \leq \frac{3}{4} \epsilon_2^{\frac{1}{3}} \|M^{-1} F\|^{\frac{4}{3}} \|\vartheta_e\|^4 + \frac{1}{4\epsilon_2} \|\Theta\|^4, \quad (20)$$

$$\|\vartheta_e\|^2 \vartheta_e^T M^{-1} H(\eta, \vartheta) \xi \leq \frac{3}{4} \epsilon_3^{\frac{1}{3}} \|M^{-1} H(\eta, \vartheta)\|^{\frac{4}{3}} \|\vartheta_e\|^4 + \frac{1}{4\epsilon_3} \|\xi\|^4, \quad (21)$$

式中 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 均为正实数。

根据对称性有

$$\begin{aligned} & \text{Tr}\{\Delta^T F^T (M^{-1})^T [I_{3 \times 3} \|\vartheta_e\|^2 + 2\vartheta_e \vartheta_e^T] M^{-1} F \Delta\} \\ & = \text{Tr}\{F^T (M^{-1})^T [I_{3 \times 3} \|\vartheta_e\|^2 + 2\vartheta_e \vartheta_e^T] M^{-1} F \Delta \Delta^T\}. \end{aligned}$$

对上式进行处理可以得到

$$\begin{aligned} & \text{Tr}\{F^T (M^{-1})^T [I_{3 \times 3} \|\vartheta_e\|^2 + 2\vartheta_e \vartheta_e^T] M^{-1} F \Delta \Delta^T\} \\ & \leq 3\epsilon_4 \|M^{-1} F\|^4 \|\vartheta_e\|^4 + \frac{3}{4\epsilon_4} \|\Delta \Delta^T\|_\infty^2, \end{aligned} \quad (22)$$

式中 ϵ_4 为正实数。

将(19)~(22)代入(15), 可以得到

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V_2 \leq & -\|\eta_e\|^2 \eta_e^T C_1 \eta_e + \frac{1}{4\epsilon_1} \|R(\psi)\|^4 \|\vartheta_e\|^4 + \frac{3}{4} \epsilon_1^{\frac{1}{3}} \|\eta_e\|^4 + \frac{3}{8\epsilon_4} \|\Delta \Delta^T\|_\infty^2 + \\ & \frac{3}{2} \epsilon_5 \|M^{-1} F\|^4 \|\vartheta_e\|^4 + \frac{1}{4\epsilon_2} \|\Theta\|^4 + \frac{3}{4} \epsilon_3^{\frac{1}{3}} \|M^{-1} H(\eta, \vartheta)\|^{\frac{4}{3}} \|\vartheta_e\|^4 + \\ & \frac{1}{4\epsilon_3} \|\xi\|^4 + \|\vartheta_e\|^2 \vartheta_e^T [G + M^{-1}\tau - \dot{\alpha}_1], \end{aligned} \quad (23)$$

式中 $\epsilon_5 = \max\{\epsilon_2^{\frac{1}{3}}, \epsilon_4\}$ 且为正实数。

设计控制输入 τ 如下式所示

$$\tau = M[-G + \dot{\alpha}_1 - C_2 \theta_e - \theta_e (\frac{1}{4\epsilon_1} \|R(\psi)\|^4 + \frac{3}{4}\epsilon_3^{\frac{1}{3}} \|M^{-1}H(\eta, \theta)\|^{\frac{4}{3}} + \frac{3}{2}\epsilon_5 \|M^{-1}F\|^4)], \quad (24)$$

式中 C_2 为正定矩阵,将(24)代入(23),可以得到

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V_2 &\leq -\|\eta_e\|^2 \eta_e^T C_1 \eta_e + \frac{3}{4}\epsilon_1^{\frac{1}{3}} \|\eta_e\|^4 + \frac{1}{4\epsilon_2} \|\theta\|^4 + \frac{1}{4\epsilon_3} \|\xi\|^4 + \frac{3}{8\epsilon_4} \|\Delta\Delta^T\|_\infty^2 - \|\theta_e\|^2 \theta_e^T C_2 \theta_e \\ &\leq -(\lambda_m(C_1) - \frac{3}{4}\epsilon_1^{\frac{1}{3}}) \|\eta_e\|^4 - \lambda_m(C_2) \|\theta_e\|^4 + \frac{1}{4\epsilon_2} \|\theta\|^4 + \frac{1}{4\epsilon_3} \|\xi\|^4 + \frac{3}{8\epsilon_4} \|\Delta\Delta^T\|_\infty^2. \end{aligned}$$

根据假设1能够得到

$$\mathcal{L}V_2 \leq -4\gamma V_2 + \beta, \quad (25)$$

式中, $\gamma = \min[\lambda_m(C_1) - \frac{3}{4}\epsilon_1^{\frac{1}{3}}, \lambda_m(C_2)]$, $\beta = \frac{1}{4\epsilon_2} \|d_1\|^4 + \frac{1}{4\epsilon_3} \|d_2\|^4 + \frac{3}{8\epsilon_4} \|d_3\|^2$, λ_m 表示对称矩阵的最小特征值。

4 稳定性分析

定理2 针对随机环境载荷下的无人艇运动学模型(2)和动力学模型(5),若假设1~2成立,所设计的轨迹跟踪控制器(24)能够使得:

- (1) 无人艇实际轨迹以期望精度跟踪任意参考轨迹。
- (2) 无人艇闭环系统所有信号全局一致有界。

证 (1) 根据(25)及定理1能够得到闭环系统存在强解有 $E[V_2(t)] \leq e^{-4\gamma(t-t_0)} V_2(t_0) + \frac{\beta}{4\gamma}$, 式中 $t \geq t_0 \geq 0$, 当 $t \rightarrow +\infty$ 时有

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} E[\|\eta_e\|] \leq \sqrt[4]{\beta/\gamma}, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} E[\|\theta_e\|] \leq \sqrt[4]{\beta/\gamma}. \end{cases}$$

(2) 适当选取设计参数 β, γ , 可自由调节 $\sqrt[4]{\beta/\gamma}$ 的值, 即可使得该值较小, 也就是 $\|\eta_e\|$ 和 $\|\theta_e\|$ 的期望能够以指数形式收敛, 并使得该值较小, 因此能够实现无人艇的实际轨迹以期望的精度跟踪任意参考轨迹。

根据上述分析能够得到 η_e, θ_e 是有界的, 那么 θ, α_1 也是有界的, 因此 τ 也是有界的, 从而保证了无人艇闭环系统所有信号全局一致有界。

5 仿真研究

在本章节中, 为了验证所设计轨迹跟踪控制方案的有效性, 根据文献[18]所提供的系统参数, 考虑如下形式的无人艇惯性矩阵及附加质量惯性矩阵

$$M_A = \begin{pmatrix} 25.8 & 0 & 0 \\ 0 & 33.8 & 1.0948 \\ 0 & 1.0948 & 2.78 \end{pmatrix}, M_B = \begin{pmatrix} 62.5 & 0 & 0 \\ 0 & 62.5 & 0 \\ 0 & 0 & 62.5 \end{pmatrix}.$$

流体阻尼矩阵内参数定义为 $d_{11} = 0.7225 + 1.3274|u| + 5.8664u^2$, $d_{22} = 0.8612 + 36.2823|v| + 0.805|r|$, $d_{23} = -0.1079 + 0.845|v| + 3.45|r|$, $d_{32} = -0.1052 - 5.0437|v| - 0.13|r|$, $d_{33} = 1.9 - 0.08|v| + 0.75|r|$ 。参考轨迹 η_d 如下

$$\begin{cases} x_0 = 0.01t, \\ y_0 = \sin(0.01t), \\ \phi_0 = 0. \end{cases}$$

无人艇的初始位置向量设定为 $\eta(0) = (-1.5, 2, 3)^T$, 协方差矩阵设定为 $\Delta_1 = \text{diag}[10, 10, 10]$, $\Delta_2 =$

$\text{diag}[50, 50, 50]$ 。环境干扰均值设为 $\bar{\tau}_{\text{wd}} = \text{col}(10, 5, 2)$, $\bar{\tau}_{\text{wv}} = \text{col}(0, 0, 0)$, $\bar{\boldsymbol{\theta}} = \text{Mcol}(1, 1, 1)$ 。设计参数为 $\mathbf{C}_1 = \text{diag}[2, 2, 2]$, $\mathbf{C}_2 = \text{diag}[2, 2, 2]$, $\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon_5 = 1$ 。

仿真结果如图 2~7 所示, 图 2~4 展示了状态量 x 、 y 、 ψ 分别与其参考轨迹的状态量 x_0 、 y_0 、 ψ_0 的曲线对比, 展现了跟踪轨迹控制效果, 表明能够快速稳定跟踪参考轨迹, 且动态响应与稳态精度满足需求, 从而说明本文提出的控制策略的有效性。图 5 展示了跟踪误差曲线对比图, 有 $\boldsymbol{\eta}_e = [x_e, y_e, \psi_e]^T$, $\boldsymbol{\eta}_{e1} = [x_{e1}, y_{e1}, \psi_{e1}]^T$, 其中 x_e, y_e, ψ_e 分别表示随机环境载荷下各状态量的误差, $x_{e1}, y_{e1}, \psi_{e1}$ 分别表示在非随机环境载荷下各状态量的误差, 通过对比仿真实验我们能够发现, 随机环境载荷下所设计控制器的跟踪误差能够更快实现依概率收敛到零的小邻域内, 由此表明, 我们所提出的方法具有误差更快稳定的优势, 控制效果更好。图 6~7 展示了控制输入的曲线。由上述图可知闭环系统中所有信号均满足全局一致最终有界, 进而说明本文实现了全部控制目标。

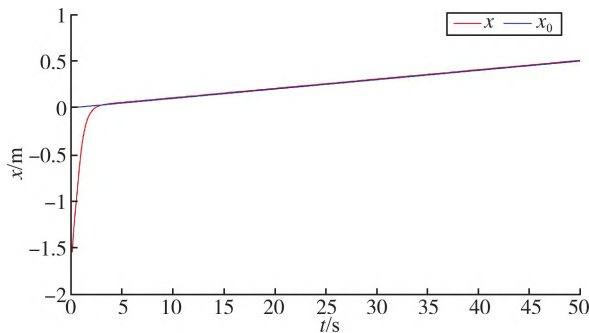


图 2 x 和 x_0 的轨迹

Fig. 2 The trajectories of x and x_0

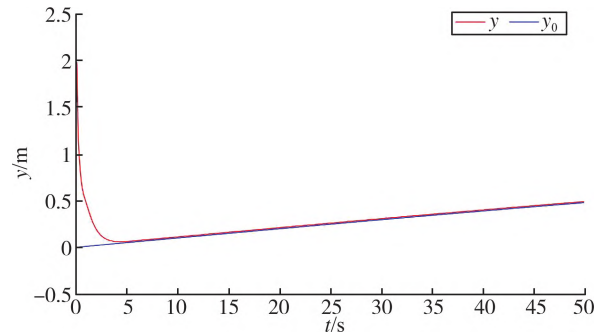


图 3 y 和 y_0 的轨迹

Fig. 3 The trajectories of y and y_0

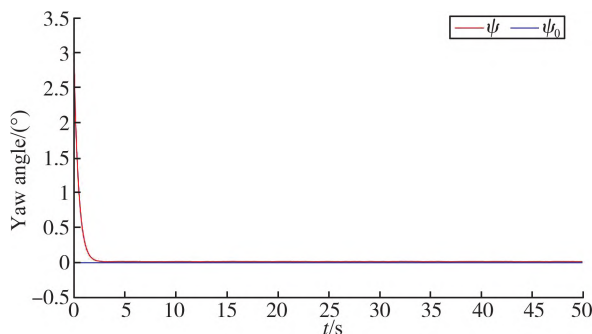


图 4 ψ 和 ψ_0 的轨迹

Fig. 4 The trajectories of ψ and ψ_0

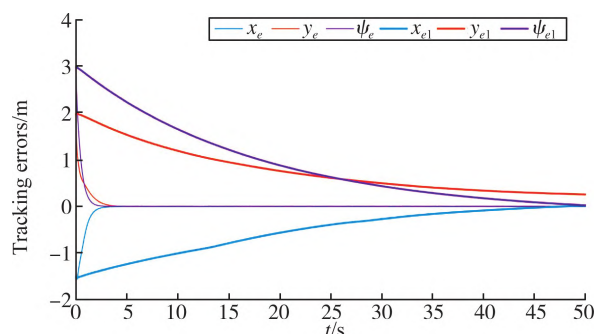


图 5 误差的轨迹

Fig. 5 The trajectories of errors

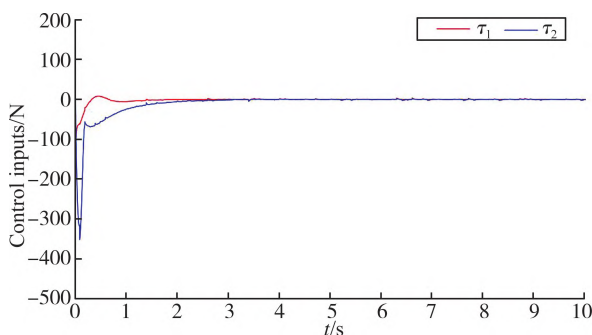


图 6 τ_1 和 τ_2 的轨迹

Fig. 6 The trajectories of τ_1 and τ_2

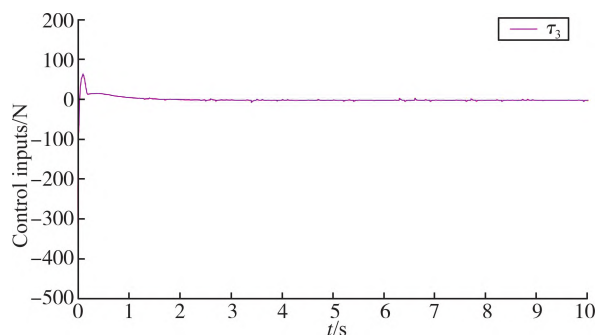


图 7 τ_3 的轨迹

Fig. 7 The trajectories of τ_3

6 结论

本文提出了一种适用于随机环境载荷下的无人艇轨迹跟踪控制方法。将环境扰动视为随机而非确定性

扰动,更贴合真实海洋工况,一定程度上提高了控制性能。所设计的控制器融合了随机系统理论与智能控制框架,一方面,随机控制系统有效的改善了控制器在随机环境干扰下的控制性能;另一方面,通过 Lyapunov 稳定性分析,严格证明了所有参考信号全局一致最终有界,确保无人艇在随机扰动持续作用下,跟踪误差能够收敛到零的小邻域内,实现复杂海况下的精准轨迹跟踪。未来将进一步研究随机环境载荷下的指定时间轨迹跟踪控制问题^[19-21]。

参 考 文 献

- [1] CAO H T, XU R J, ZHAO S, et al. Robust trajectory tracking for fully-input-bounded actuated unmanned surface vessel with stochastic disturbances: An approach by the homogeneous nonlinear extended state observer and dynamic surface control[J]. Ocean Engineering, 2022, 243: 110113.
- [2] 贺新宇, 王宁, 吴浩峻. 基于极速学习的欠驱动无人艇鲁棒自适应路径跟踪控制[J]. 水下无人系统学报, 2025, 33(2): 341-349.
- [3] DERBEW T E, KO N Y, YOU S H. Trajectory following control of an unmanned vehicle for marine environment sensing[J]. Sensors, 2024, 24(4): 1262.
- [4] LI L L, DONG K, GUO G. Trajectory tracking control of underactuated surface vessel with full state constraints[J]. Asian Journal of Control, 2021, 23(4): 1762-1771.
- [5] 岳红云, 冯绍芳. 一类具有输出死区的随机非线性系统的事件触发自适应跟踪控制[J]. 数学进展, 2025, 54(3): 649-662.
- [6] 由玉瑶, 李武全, 顾建忠. 具有时变时滞的随机非线性系统的输出反馈跟踪控制[J]. 鲁东大学学报(自然科学版), 2020, 36(4): 296-304.
- [7] 李小华, 刘辉, 刘晓平. 一类函数完全未知的随机非线性系统自适应 H^∞ 跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(9): 1431-1441.
- [8] GU N, WANG D, PENG Z H, et al. Disturbance observers and extended state observers for marine vehicles: a survey[J]. Control Engineering Practice, 2022, 123: 105158.
- [9] FOSSEN T I, GROVLEN A. Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 6(1): 121-128.
- [10] DO K D, PAN J. Global tracking control of underactuated ships with nonzero off-diagonal terms in their system matrices[J]. Automatica, 2005, 41(1): 87-95.
- [11] DO K D. Control of fully actuated ocean vehicles under stochastic environmental loads in three dimensional space[J]. Ocean Engineering, 2015, 99: 34-43.
- [12] DO K D. Robust adaptive tracking control of underactuated ODINs under stochastic sea loads[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2015, 72: 152-163.
- [13] YANG Y, DU J L, LIU H B, et al. A trajectory tracking robust controller of surface vessels with disturbance uncertainties[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 22(4): 1511-1518.
- [14] QIAN C J, LIN W. Non-Lipschitz continuous stabilizers for nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization[J]. Systems & Control Letters, 2001, 42(3): 185-200.
- [15] KARATZAS I, SHREVE S E. Brownian motion and stochastic calculus[M]. New York, NY: Springer US, 1988.
- [16] KRSTIĆ M, DENG H. Stabilization of nonlinear uncertain systems[M]. London: Springer, 1998.
- [17] AZARBAHRAM A, AMINI A, PARIZ N. Event-triggered tracking formation of networked nonlinear intelligent transportation systems surrounded by random disturbances[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(11): 21959-21970.
- [18] SKJETNE R, FOSSEN T I, KOKOTOVIĆ P V. Adaptive maneuvering, with experiments, for a model ship in a marine control laboratory[J]. Automatica, 2005, 41(2): 289-298.
- [19] LI W Q, KRSTIC M. Adaptive nonlinear prescribed-time control with filterless least squares[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2025, 70(9): 5880-5893.
- [20] LI W Q, KRSTIC M. Prescribed-time output-feedback control of stochastic nonlinear systems[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2022, 68(3): 1431-1446.
- [21] LIU Y, LI Y M. Prescribed-time formation control for unmanned surface vehicle systems under switching topology[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2024, 9(9): 5750-5760.

(责任编辑:刘庆松)