

引用:孟祥国. 含有三参数的广义压缩态及其特性[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2026, 39(4): 528-534.

Citation: MENG Xiangguo. New generalized squeezed states with three parameters and their nonclassical behaviors[J]. Journal of Liaocheng University (Natural Science Edition), 2026, 39(4): 528-534.

文章编号 1672-6634(2026)04-0528-07

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2025120001

含有三参数的广义压缩态及其特性

孟祥国

(山东第二医科大学 基础医学院, 山东 潍坊 261053)

摘要 作为普通压缩态的推广, 利用复杂的演化算符作用到真空态, 在理论上提出一类含三个参数的广义压缩态, 并根据亚泊松分布、光子数分布、纠缠熵与维格纳分布函数来探究它们的非经典特性。研究表明, 相比普通压缩态, 当三个参数取某些特定值时, 新的广义压缩态具有更为显著的亚泊松分布、纠缠性和压缩特性。

关键词 新广义压缩态, 非经典性, 纠缠性, 维格纳分布

中图分类号 O413.1

文献标志码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



New generalized squeezed states with three parameters and their nonclassical behaviors

MENG Xiangguo

(School of Basic Medical Sciences, Shandong Second Medical University, Weifang 261053, China)

Abstract As an extension of ordinary squeezed states, a class of generalized squeezed states with three parameters is theoretically proposed by acting a complex evolution operator on vacuum, and their nonclassical properties are explored based on the sub-Poisson distribution, photon number distribution, entanglement entropy, and Wigner distribution function. The results show that, compared to ordinary squeezed states, the new generalized squeezed states exhibit more significant sub-Poisson distribution, entanglement, and squeezing characteristics when the three parameters take certain specific values.

Keywords new generalized squeezed state, nonclassicality, entanglement, Wigner distribution function

0 引言

自从 Stoler 根据纯态下的量子理论提出压缩相干态以来, 压缩态的相关理论备受关注。这是因为压缩态噪声是量子光学中通过压缩技术重新分配光场噪声分布的一种现象, 它突破了经典极限, 让光场在特定方向上的噪声低于真空水平, 从而提升测量精度。因此, 压缩态在多个光学领域具有重要应用, 如光通信^[1], 精密测量^[2], 量子计算^[3-4]等。

双模压缩态由双模压缩算符作用在真空态上得到, 其核心特征是两模之间存在强量子关联, 表现为正交分量噪声的“一压一扩”。例如, 两模的正交振幅分量(如, 和或差)噪声被压缩, 而另一正交分量噪声相应增

收稿日期: 2025-12-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(11347026); 山东省自然科学基金项目(ZR2020MA085, ZR2020MF113)资助

通信作者: 孟祥国, 男, 汉族, 博士, 教授, 研究方向: 量子光学与量子信息, E-mail: mengxiangguo1978@sina.com。

加,但总噪声仍满足海森堡不确定性关系。目前研究发现,双模压缩态可以显著提高灵敏度干涉仪的相位估计,也可以高效实现纠缠蒸馏与量子时域成像等^[5-6]。因此,许多产生双模压缩态的可行技术方案被陆续提出,如四波混频技术^[7]和参数下转换过程^[8]等。此外,双模压缩态还可以看作是实现量子信息处理的理想纠缠资源,从而帮助实现一些特定的量子信息任务,如量子隐形传态^[9]、密钥分发^[10]和计量学^[11]等。

作为普通双模压缩态的推广,本文利用一个复杂的演化算符,提出一种含有三参数的新型广义压缩态,并通过研究亚泊松分布,光子数分布,纠缠熵以及维格纳分布函数来探查它们的非经典特性。其主要内容安排如下:在第1节中,把演化算符作用到真空中获得含有三参数的广义压缩态。在第2节中,借助亚泊松分布和光子数分布研究新压缩态的量子统计性质。第3节重点介绍如何利用 von Neumann 熵来描述新广义压缩态的量子纠缠。在第4节中,利用维格纳分布函数来揭示新广义压缩态的非经典性。最后,第5节给出一些主要结论。

1 含有三参数的广义压缩态

在玻色算符实现下, $SU(1,1)$ 李代数的生成算符分别为 $k_+ = a^\dagger b^\dagger$, $k_- = ab$ 和 $k_z = (a^\dagger a + b^\dagger b + 1)/2$, 这里 a, b 分别为双模光场的玻色湮灭算符, 而 $k_\pm, k_z$ 则遵循 $SU(1,1)$ 李代数关系 $[k_-, k_+] = 2k_z$ 以及 $[k_z, k_\pm] = \pm k_\pm$, 这样可引入一个演化算符^[12]

$$u = e^{-h} \exp(c_1 k_+) \exp(2k_z \ln c_2) \exp(-c_3 k_-), \quad (1)$$

它在形式上与普通的压缩算符相同, 其中参数 c_1, c_2, c_3 和 D 分别为

$$c_1 = \frac{g}{D \coth D - h}, c_2 = \frac{D \operatorname{sech} D}{D - h \tanh D}, c_3 = \frac{k}{D \coth D - h}, D = \pm \sqrt{h^2 - gk}, \quad (2)$$

可见, 压缩程度决定于三个实参数 h, k 和 g 。注意到, “+” 和 “-” 情况对应于相似的数值结论, 故仅考虑 “+” 的情况。因此, 把式(1)中压缩算符作用到双模真空 $|0, 0\rangle$, 可得一种含有三参数 h, k 和 g 的新型广义压缩态, 其具体形式表示如下:

$$|u\rangle = N^{-\frac{1}{2}} c_2 e^{-h} \exp(c_1 a^\dagger b^\dagger) |0, 0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_2 e^{-h} c_1^n}{\sqrt{N}} |n, n\rangle, \quad (3)$$

其归一化因子为 $N = \sum_{n=0}^{\infty} c_2^2 e^{-2h} c_1^{2n}$ 。

显然, 令 $h=0, g=k$ 且 $D=\sqrt{-g^2}$, 算符 u 则可被改写为

$$u' = \exp(d_1 k_+) \exp(2k_z \ln d_2) \exp(-d_1 k_-), \quad (4)$$

其中 $d_1 = \sqrt{-1} \tanh \sqrt{-g^2}$ 和 $d_2 = \operatorname{sech} \sqrt{-g^2}$, 这样可给出普通压缩态的表达式

$$|u'\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d_2 d_1^n}{\sqrt{N'}} |n, n\rangle, \quad (5)$$

式中归一化因子 $N' = \sum_{n=0}^{\infty} d_2^2 d_1^{2n}$ 。

2 量子统计性质

亚泊松分布和光子数分布是揭示量子态统计性质的可靠且常用工具。在这一小节, 将要讨论广义压缩态 $|u\rangle$ 的亚泊松分布和光子数分布, 并揭示参数 h, k 和 g 对其非经典特性的影响。

2.1 亚泊松分布

对于广义压缩态 $|u\rangle$ 而言, 可通过 Mandel Q -因子

$$Q_i = \Delta n_i / \langle n_i \rangle - 1, \quad (6)$$

来讨论其亚泊松分布, 这里 $\Delta n_i = \langle n_i^2 \rangle - \langle n_i \rangle^2$, 其中 $n_i = i^\dagger i$ ($i=a, b$) 为 i 模的粒子数算符^[13]。需要注意的是, $Q_i < 0$ 表示态 $|u\rangle$ 具有亚泊松分布。利用式(3), 可以计算如下平均值:

$$\langle n_a^2 \rangle = \langle n_b^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 c_2^2 e^{-2h} c_1^{2n}}{N}, \quad \langle n_a \rangle = \langle n_b \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n c_2^2 e^{-2h} c_1^{2n}}{N}, \quad (7)$$

显然,对于态 $|u\rangle$ 来说, a 模与 b 模的 Mandel Q -因子是相同的,这也意味着它们的亚泊松分布规律也是相同的,故只考虑 Q_a 的情况。

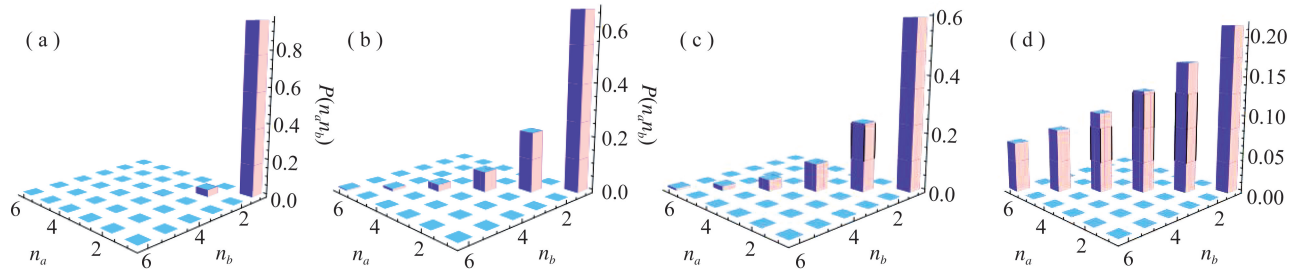
在图 1 中,相比于普通压缩态 $|u'\rangle$,对于给定的参数 g ,态 $|u\rangle$ 的 Mandel 因子 Q_a 有更好的负性,且随着参数 h 和 k 的增加,其负性会越来越显著。对于较大的参数 g ,态 $|u\rangle$ 呈现出亚泊松分布,且随着 h 和 k 的增加,能呈现亚泊松分布所对应的 g 的取值范围逐渐增大。对于参数 h 和 k 的任何值, Q_a 随着参数 g 的增加而单调减小,并最终趋近于 -1 ,即增大参数 g 会导致 Q_a 有更好的负性。此外,参数 h, k 对 Q_a 的变化规律有着相同的影响,然而相比于参数 h ,参数 k 对 Q_a 的负性影响更大。

2.2 光子数分布

对于态 $|u\rangle$,光子数分布 $|\langle n_a, n_b | u \rangle|^2$ 表示在态 $|u\rangle$ 中发现 (n_a, n_b) 光子的概率。事实上,光子数的振荡行为可以作为判断光场是否存在非经典特征的信号^[14-15]。利用式(3),可知态 $|u\rangle$ 的光子数分布函数为

$$P(n_a, n_b) = \frac{c_2^2 e^{-2h} c_1^{2n_a}}{N^*} \delta_{n_a, n_b}, \quad (8)$$

其中 $N^* = \sum_{n_a=0}^{\infty} c_2^2 e^{-2h} c_1^{2n_a}$ 。清晰可见,态 $|u\rangle$ 的光子数分布受约束条件 δ_{n_a, n_b} 的限制,这就意味着光子数只会出现在相空间对角线的位置。



注:参数 (h, k) 的取值分别为: $(0, 0.2)$ (黄色虚线), $(0.2, 0.2)$ (黑色实线), $(0.2, 0.5)$ (蓝色实线), $(0.2, 0.7)$ (红色虚线), $(0.5, 0.2)$ (棕色虚线), $(0.7, 0.2)$ (绿色实线)。

图 1 含有三参数的新广义压缩态的 Mandel 因子 Q_a 在不同参数 h, k 下随参数 g 的变化曲线

Fig. 1 The changes of the Mandel factors Q_a of the new generalized squeezed states with the parameter g for different values of h and k

注:参数 (h, k, g) 的取值分别为: (a) $(0, 0.2, 0.2)$, (b) $(0.9, 0.2, 0.2)$, (c) $(0.9, 0.7, 0.2)$, (d) $(0.9, 0.2, 0.3)$ 。

图 2 双模福克空间中含有三参数的新广义压缩态的光子数分布

Fig. 2 Photon number distributions of the new generalized squeezed states with three parameters in the two-mode Fock space

在图 2 中,对于参数 h, k 和 g 的任何值,光子仅仅分布于对角线位置,正如式(8)中的解析结果,这是由于存在约束条件 δ_{n_a, n_b} ,使得分布函数 $P(n_a, n_b)$ 仅仅在其中几个 (n_a, n_b) 上出现,而其他的都为零,即分布函数 $P(n_a, n_b)$ 呈现出能代表态 $|u\rangle$ 具有非经典性的奇偶振荡特征。相比普通压缩态 $|u'\rangle$,态 $|u\rangle$ 的光子会出现在粒子数更大的福克态上,而且光子数分布的最大概率会逐渐地降低。此外,随着参数 k 和 g 的增加,也会出现相同的结果,但参数 g 对光子数分布 $P(n_a, n_b)$ 会产生更为显著的影响。

3 纠缠熵

对于双模关联量子态 $|\varphi\rangle$,它的施密特分解式为 $|\varphi\rangle = \sum_{n=1} c_n |\alpha_n\rangle_a |\beta_n\rangle_b$,这里 $|\alpha_n\rangle_a, |\beta_n\rangle_b$ 为相互正交的量子态, c_n 为正实数,则其 von Neumann (纠缠)熵为^[16-17]

$$E(|\varphi\rangle_{ab}) = -\text{tr}(\rho_a \ln \rho_a) = -\sum_{n=1} c_n^2 \log_2 c_n^2, \quad (9)$$

它可描述量子态 $|\varphi\rangle$ 的纠缠特性,这里 $\rho_a = \text{tr}_b(|\varphi\rangle_{ab} \langle \varphi|)$ 。根据态 $|u\rangle$ 的施密特分解,可知其纠缠熵为

$$E = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_2^2 e^{-2h} c_1^{2n}}{N} \log_2 \frac{c_2^2 e^{-2h} c_1^{2n}}{N}. \quad (10)$$

在图3中,对于参数 h 和 k 的任意值,纠缠熵总是先增加,并达到几乎相同的最大值,然后再减小,而且随着 g 的增加最终趋于零。随着参数 h, k 的增加,纠缠熵的最大值向参数 g 更小值的方向移动,而且纠缠熵值逐渐趋近于零。然而,参数 g 比参数 k 对纠缠熵有着更明显的影响。此外,在某一 g 值范围内,随着参数 h 和 k 的增加,态 $|u\rangle$ 有着比普通压缩态 $|u'\rangle$ 更大的纠缠熵。总之,参数 h, k 和 g 在某些合适的取值范围内,态 $|u\rangle$ 才会展现出较强的纠缠特性。

4 维格纳分布函数

维格纳分布函数的量子干涉和部分负性可用于表征量子态的非经典性,故在量子物理中具有非常重要的应用。这一小节计划去讨论态 $|u\rangle$ 的维格纳分布函数。为此,引入连续变量纠缠态^[18,19]

$$|\eta\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|\eta|^2 + \eta a^\dagger - \eta^* b^\dagger + a^\dagger b^\dagger\right) |0,0\rangle, \quad (11)$$

η 是复数,可表示为 $\eta = \eta_1 + i\eta_2$ 。基于双模粒子数态 $|m, n\rangle$,可以把态 $|\eta\rangle$ 展开为

$$|\eta\rangle = e^{-|\eta|^2/2} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n H_{m,n}(\eta, \eta^*)}{\sqrt{m! n!}} |m, n\rangle, \quad (12)$$

这里利用了双变量埃尔米特多项式 $H_{m,n}(x, y)$ 的产生函数

$$\exp(-st + sx + ty) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{s^m t^n}{m! n!} H_{m,n}(x, y). \quad (13)$$

为了导出态 $|u\rangle$ 的维格纳分布函数,充分利用双模维格纳算符的纠缠态 $|\eta\rangle$ 表示^[19-20]

$$\Delta(\zeta, \sigma) = \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} |\zeta - \eta\rangle \langle \zeta + \eta| e^{\eta^* \sigma - \eta \sigma^*}, \quad (14)$$

这里 σ, ζ 均为复数。事实上,当 $\sigma = \alpha + i\beta^*$ 且 $\zeta = \alpha - i\beta^*$ 时,算符 $\Delta(\zeta, \sigma)$ 可写为单模维格纳算符 $\Delta(\alpha)$ 和 $\Delta(\beta)$ 的直积形式。利用式(3)和(12),给出内积

$$\langle \eta | u \rangle = \frac{e^{-|\eta|^2/2} c_2 e^{-h}}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-c_1)^n H_{n,n}(\eta^*, \eta)}{n!}. \quad (15)$$

这样,利用式(14)和(15),可得到态 $|u\rangle$ 的维格纳分布函数

$$W(\zeta, \sigma) = \frac{c_2^2 e^{-2h} e^{-|\zeta|^2 - |\sigma|^2}}{N} \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{(-c_1)^{n+m}}{m! n!} \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} H_{n,n}(\zeta^* + \eta^*, \zeta + \eta) \times H_{m,m}(\zeta - \eta, \zeta^* - \eta^*) \exp(-|\eta|^2 + \eta^* \sigma - \eta \sigma^*). \quad (16)$$

进一步,利用微分方程 $H_{m,n}(x, y) = \partial_s^m \partial_t^n e^{-st+sx+ty} |_{s=t=0}$ 以及数学积分公式^[21,22]

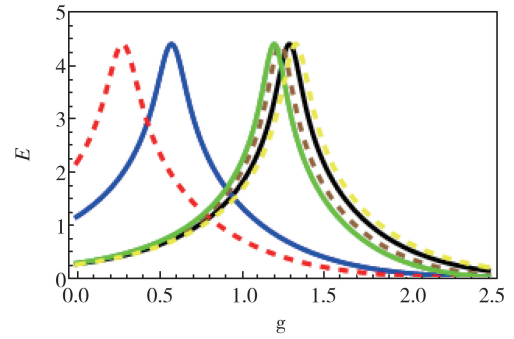
$$\int \frac{d^2\alpha}{\pi} e^{\xi|\alpha|^2 + \xi\alpha + \eta\alpha^*} = -\frac{1}{\xi} \exp\left(-\frac{\xi\eta}{\xi}\right), \quad \text{Re}\xi < 0, \quad (17)$$

因此有

$$W(\zeta, \sigma) = \frac{c_2^2 e^{-2h} e^{-|\zeta|^2 - |\sigma|^2}}{\pi^2 N} \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{(-c_1)^{n+m}}{n! m!} H_{n,m}(\zeta - \sigma, \zeta^* - \sigma^*) H_{n,m}(\zeta^* + \sigma^*, \zeta + \sigma). \quad (18)$$

再利用两个不同双变量埃尔米特多项式的产生函数^[23]

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{s^m t^n}{m! n!} H_{m,n}(\xi, \eta) H_{m,n}(\sigma, \kappa) = \frac{1}{1-st} \exp\left(\frac{s\xi\sigma + t\eta\kappa - st\xi\eta - st\sigma\kappa}{1-st}\right), \quad (19)$$



注:参数 (h, k) 的取值分别为:(0, 0.2) (黄色虚线), (0.2, 0.2) (黑色实线), (0.2, 0.5) (蓝色实线), (0.2, 0.7) (红色虚线), (0.5, 0.2) (棕色虚线), (0.7, 0.2) (绿色实线)。

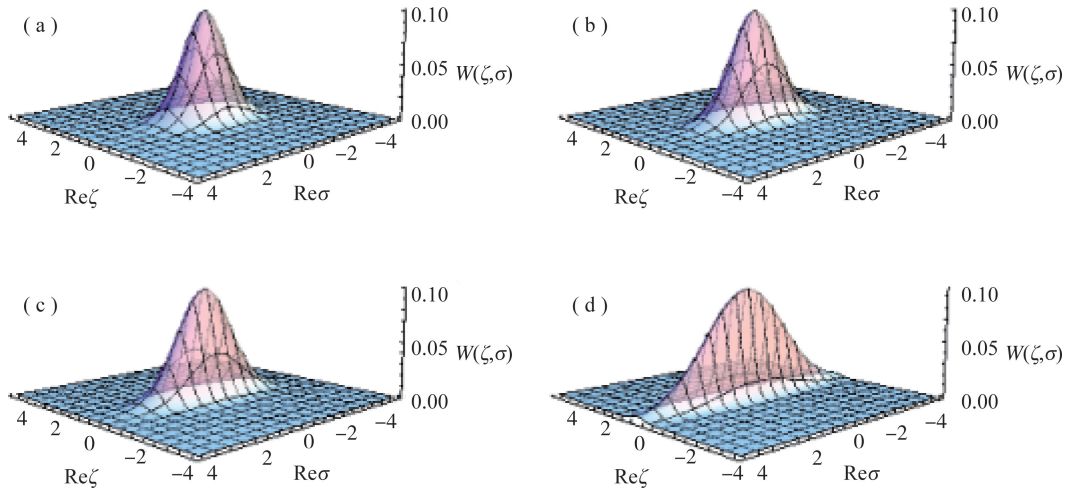
图3 含有三参数的新广义压缩态的纠缠熵在不同参数 h, k 下随参数 g 的变化曲线

Fig. 3 Entanglement entropies of the new generalized squeezed states with three parameters as a function of the parameter g for different values of h and k

可把维格纳函数 $W(\zeta, \sigma)$ 简化为

$$W(\zeta, \sigma) = \frac{c_2^2 e^{-2h}}{\pi^2 N (1 - c_1^2)} \exp\left(\frac{c_1 + 1}{c_1 - 1} |\zeta|^2 + \frac{c_1 - 1}{c_1 + 1} |\sigma|^2\right). \quad (20)$$

显然, $W(\zeta, \sigma)$ 函数为正定的高斯分布, 这是因为它存在 $c_1^2 < 1$ 和指数项 $\exp\left(\frac{c_1 + 1}{c_1 - 1} |\zeta|^2 + \frac{c_1 - 1}{c_1 + 1} |\sigma|^2\right)$ 。而且, 无论参数 g, h 以及 k 取任何值, 均存在压缩现象, 这是因为 $|\zeta|^2$ 和 $|\sigma|^2$ 的系数互为倒数, 表现为朝着一个方向拉伸, 必定朝着与之垂直的另一个方向压缩。



注: 参数 (h, k, g) 的取值分别为: (a) $(0, 0.2, 0.2)$, (b) $(0.5, 0.2, 0.2)$, (c) $(0.5, 2.5, 0.2)$, (d) $(0.5, 0.2, 0.4)$ 。

图 4 含有三参数的新广义压缩态在参数 h, k 和 g 下的维格纳分布函数

Fig. 4 Wigner distribution functions for the new generalized squeezed states with three parameters for different values of h, k and g

在图 4 中, 对于参数 h, k 和 g 的任意值, 函数 $W(\zeta, \sigma)$ 在相空间中总是存在一个向上的主峰, 始终保持高斯性和压缩性, 如式(20) 所示的解析结果, 且态 $|u\rangle$ 表现出的压缩性比普通压缩态 $|u'\rangle$ 更强。特别地, 相比参数 h 和 k , 参数 g 可以导致态 $|u\rangle$ 拥有更强的压缩。因此, 为了获得更强的压缩, 增加 g 值是一种更有效的方法, 因为它可以导致态 $|u\rangle$ 在相位空间中沿 σ 方向明显拉伸。

现在讨论维格纳函数 $W(\zeta, \sigma)$ 在 $\zeta - \sigma$ 相空间中的边缘分布。在整个相空间中, 把维格纳算符 $\Delta(\zeta, \sigma)$ 作为积分函数, 分别对变量 σ 和 ζ 进行积分, 得到 $\pi \int d^2 \sigma \Delta(\zeta, \sigma) = |\eta\rangle\langle\eta|_{\eta=\zeta}$ 以及 $\pi \int d^2 \zeta \Delta(\zeta, \sigma) = |\nu\rangle\langle\nu|_{\nu=\sigma}$, 其中态 $|\nu\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\nu|^2 + \nu a^\dagger + \nu^* b^\dagger - a^\dagger b^\dagger} |00\rangle$ 是与态 $|\eta\rangle$ 共轭的另一纠缠态。因此, 利用式(15), 可得到函数 $W(\zeta, \sigma)$ 在 ζ -方向的边缘分布

$$P(\zeta) = \frac{c_2^2 e^{-2h} e^{-|\zeta|^2}}{\pi N} \left| \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-c_1)^n H_{n,n}(\zeta^*, \zeta)}{n!} \right|^2, \quad (21)$$

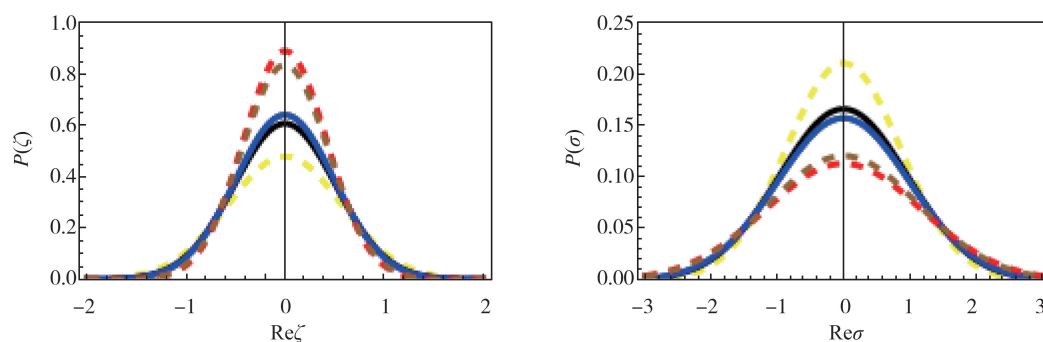
类似于推导式(21), 得到函数 $W(\zeta, \sigma)$ 在 σ -方向的边缘分布

$$P(\sigma) = \frac{c_2^2 e^{-2h} e^{-|\sigma|^2}}{\pi N} \left| \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_1^n H_{n,n}(\sigma^*, \sigma)}{n!} \right|^2, \quad (22)$$

这里利用了态 $|\nu\rangle$ 在双模福克态空间中的展开式

$$|\nu\rangle = e^{-|\nu|^2/2} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{H_{m,n}(\nu, \nu^*)}{\sqrt{m!n!}} |m, n\rangle. \quad (23)$$

根据式(21)和(22), 图 5 展示了在参数 h, k 和 g 取不同值情况下, 维格纳函数 $W(\zeta, \sigma)$ 的边缘分布函数 $P(\zeta)$ 和 $P(\sigma)$ 。



注:参数 (h, k, g) 的取值分别为: $(0, 0.2, 0.2)$ (黄色虚线), $(0.4, 0.2, 0.2)$ (黑色实线), $(0.4, 0.9, 0.2)$ (蓝色实线), $(0.4, 0.2, 0.3)$ (红色虚线), $(0.7, 0.2, 0.2)$ (棕色虚线)。

图5 参数 h, k 和 g 取不同值时维格纳分布函数在 ζ - σ 相空间中的边缘分布

Fig. 5 Marginal distributions for the Wigner distribution functions in the ζ - σ phase space for some different values of h, k and g

在图5中,对于参数 h, k 和 g 的任何值,边缘分布函数 $P(\zeta)$ [或者 $P(\sigma)$]始终展示出向上的主峰,并关于 $\text{Re}\zeta=0$ [或者 $\text{Re}\sigma=0$]呈轴对称分布。特别地,随着参数 $\text{Re}\zeta$ 和 $\text{Re}\sigma$ 的增加,它们总是从零开始增加,然后在达到最大值后,再减小到零。另一方面,相比普通压缩态 $|u\rangle$,随着参数 h, k 和 g 的增加,态 $|u\rangle$ 的 $P(\zeta)$ 分布函数在 $\text{Re}\zeta=0$ 附近较大,而分布函数 $P(\sigma)$ 在 $\text{Re}\sigma=0$ 附近较小。而且,相比参数 h, k ,参数 g 对分布函数 $P(\zeta)$ 和 $P(\sigma)$ 会产生更大的影响。

5 结论

本文通过对双模真空上作用一个复杂的演化算符,引入了一类含有三参数的广义压缩态,并研究了它们的亚泊松分布、光子数分布、纠缠熵和维格纳分布函数。研究表明,在给定参数 g 值时,相比普通压缩态,广义压缩态的Mandel因子 Q_a 具有更好的负性,且随着参数 h 和 k 值的增加, Q_a 的负性会更为显著。与三个参数无关,光子数分布仅出现在对角线上,并呈现出代表广义压缩态具有非经典性的奇偶振荡特征。而且,在三个参数合适的取值范围内,广义压缩态的纠缠程度显著增强。

此外,广义压缩态比起普通压缩态有着更强的压缩性,而且相比于参数 h 和 k ,参数 g 会导致更强的压缩。由于含有三参数的广义压缩态具有更强的压缩性和纠缠性,故它可能会成为一种新型的纠缠资源,并可能在量子信息的理论和实验方面提供一些具体应用。

参 考 文 献

- [1] VAHLBRUCH H, CHELKOWSKI S, DANZMANN K, et al. Quantum engineering of squeezed states for quantum communication and metrology[J]. New Journal of Physics, 2007, 9(10): 12505-12508.
- [2] YU J, QIN Y, QIN J L, et al. Quantum phase estimation with a stable squeezed state[J]. The European Physical Journal D, 2020, 74(4): 76-79.
- [3] LU B, LIU L, SONG J Y, et al. Recent progress on coherent computation based on quantum squeezing[J]. AAPPs Bulletin, 2023, 33(1): 7-15.
- [4] PFISTER O. Continuous-variable quantum computing in the quantum optical frequency comb[J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2019, 53(1): 012001.
- [5] CARDOSO F R, ROSSATTO D Z, FERNANDES G P L M, et al. Superposition of two-mode squeezed states for quantum information processing and quantum sensing[J]. Physical Review A, 2021, 103(6): 062405.
- [6] KUROCHKIN Y, PRASAD A S, LVOVSKY A I. Distillation of the two-mode squeezed state[J]. Physical Review Letters, 2014, 112(7): 070402.
- [7] WALLS D F. Squeezed states of light[J]. Nature, 1983, 306(5939): 141-146.
- [8] WU L, KIMBLE H, HALL J, et al. Generation of squeezed states by parametric down conversion[J]. Physical Review Letters, 1986, 57(20): 2520-2523.
- [9] TAKEI N, AOKI T, KOIKE S, et al. Experimental demonstration of quantum teleportation of a squeezed state[J]. Physical Review A,

- 2005, 72(4): 042304.
- [10] ZHOU J, SHI R H, GUO Y. Squeezed-state quantum key distribution with a Rindler observer[J]. Quantum Information Processing, 2018, 17(3): 47-52.
- [11] ZHANG Z, DUAN L M. Quantum metrology with Dicke squeezed states[J]. New Journal of Physics, 2014, 16(10): 103037.
- [12] Fan H Y. Brief Approaches to the Essence of Quantum Mechanics [M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2015.
- [13] 孟祥国. 均匀磁场中二维各向异性谐振子势的本征态[J]. 菏泽学院学报, 2026, 48(2), 24-31.
- [14] MENG X G, LI K C, WANG J S, et al. Multi-variable special polynomials using an operator ordering method[J]. Frontiers of Physics, 2020, 15(5): 52501.
- [15] Vaccaro J. Number-phase Wigner function on fock space[J]. Physical Review A. 1995, 52(5), 3474-3478.
- [16] Meng X G, Liang B L, Liu J M, et al. Entropy evolution law of general quadratic state in a laser channel [J]. Frontiers of Physics, 2025, 20(2): 022205.
- [17] KIRCHANOV V S. Entropy of quantum systems with linear dissipation[J]. Russian Physics Journal, 2023, 65(10): 1706-1715.
- [18] Fan H Y, John R K. Eigenvectors of two particles' relative position and total momentum [J]. Physical. Review. A, 1994, 49(2): 704-709.
- [19] FAN H Y. Entangled states, squeezed states gained via the route of developing dirac's symbolic method and their applications[J]. International Journal of Modern Physics B, 2004, 18(10n11): 1387-1455.
- [20] MENG X G, GOAN H S, WANG J S, et al. Nonclassical thermal-state superpositions; analytical evolution law and decoherence behavior[J]. Optics Communications, 2018, 411: 15-20.
- [21] ZHANG K, LI L L, GUO D W, et al. New light fields based on integration theory within the Weyl ordering product of operators[J]. Chinese Physics B, 2023, 32(4): 040301.
- [22] MENG X G, LI K C, WANG J S, et al. Continuous-variable entanglement and Wigner-function negativity via adding or subtracting photons[J]. Annalen der Physik, 2020, 532(5): 1900585.
- [23] ZHANG K, LI L L, YU P P, et al. Quantum entangled fractional Fourier transform based on the IWOP technique[J]. Chinese Physics B, 2023, 32(4): 040302.

(责任编辑:赵海军)

(上接第 517 页)

- [5] CHAN T C, ULLAH A, ROY B, et al. Finite element analysis and structure optimization of a gantry-type high-precision machine tool [J]. Scientific Reports, 2023, 13(1): 13006.
- [6] 张小雨, 闫坤, 孔绍天, 等. 重切龙门镗铣加工中心结构静动态特性分析[J]. 机床与液压, 2024, 52(12): 59-65.
- [7] 李鹏鹏. 车铣复合机床静动态特性分析及结构优化[D]. 西安: 西安理工大学, 2018.
- [8] 邢卓, 邢飞, 李明, 等. 大型增不减复合制造机床静力学分析及结构优化[J]. 机床与液压, 2025, 53(22): 10-16.
- [9] 邱自学, 高志来, 任东, 等. 桥式龙门铣床滑枕有限元分析及优化设计[J]. 机械设计与制造, 2020(9): 162-166.
- [10] 李俊, 侯力, 张海燕, 等. 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮机床静动态特性仿真分析[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2022(3): 17-20.
- [11] 李忠群, 张伟峰, 刘强, 等. 数控激光加工机床静动态特性分析[J]. 制造技术与机床, 2022(12): 76-80.
- [12] 李洲, 周俊荣, 赵天义. B-550E 高速精雕机静动态特性分析[J]. 机床与液压, 2024, 52(13): 195-199.
- [13] 林旭尧, 张洪庆, 姚宇. 数控纵切机床整机布局研究[J]. 机械工程师, 2014(3): 190-191.
- [14] 范伟. JD-40 卧式数控车床关键部件静动态特性分析及优化研究[D]. 大连: 大连交通大学, 2025.
- [15] 王先逵, 李旦, 孙凤池, 等. 机械加工工艺手册第 3 版[M]. 北京: 机械工业出版社, 2022.
- [16] 刘成颖, 谭锋, 王立平, 等. 面向机床整机动态性能的立柱结构优化设计研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(3): 161-168.
- [17] 陈淦兴, 林茂, 梁铭坚, 等. 电火花线切割机床工作台筋板结构优化设计[J]. 机械设计与研究, 2024, 40(3): 104-109.
- [18] 杨帆, 胡秋, 王瀚, 等. 重型立式车床工作台筋板优化设计[J]. 机床与液压, 2022, 50(1): 107-111.
- [19] 黄卫东, 赖章鹏, 陈侠宇, 等. 基于响应面法的柔性钻削加工机床的整机结构优化[J]. 机械设计与制造, 2024(9): 205-209.
- [20] LIU S H, HUANG X Q. Multi-objective optimization for the cross brace of a computer numerical control gantry machine tool based on intelligent algorithms [J]. Advanced Intelligent Systems, 2023, 5(3): 2200368.

(责任编辑:赵海军)