

引用:郭宝弟,曹腾,马壮,等.基于障碍函数的轮式机器人滑模轨迹跟踪控制[J].聊城大学学报(自然科学版),2025,38(6):831-839.

Citation:GUO Baodi, CAO Teng, MA Zhuang YANG Shaohua. Barrier function based sliding mode trajectory tracking control of wheeled robots[J]. Journal of Liaocheng University (Natural Science Edition), 2025, 38(6):831-839.

文章编号 1672-6634(2025)06-0831-09

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2024120012

基于障碍函数的轮式机器人滑模轨迹跟踪控制

郭宝弟¹,曹腾¹,马壮²,杨少华³

(1. 曲阜师范大学 网络空间安全学院,山东 曲阜 273165;2. 山东中烟工业有限责任公司滕州卷烟厂,山东 滕州 277599;3. 曲阜师范大学 自动化研究所,山东 曲阜 273165)

摘要 提出了一种受未知干扰的轮式机器人的轨迹跟踪控制策略。设计了一种学习观测器来估计轮式机器人的位置和方向角,同时重建未知的干扰。基于学习观测器的估计值,设计了一种结合障碍函数的滑模控制器,以在轨迹跟踪中有效控制位置和方向角的估计误差。给出严格的 Lyapunov 稳定性分析,证明所提控制策略下闭环系统的稳定性。最后,仿真结果验证了所提方法的有效性和鲁棒性。

关键词 轮式机器人;学习观测器;障碍函数;滑模控制;轨迹跟踪控制

中图分类号 TP242;TP273

文献标志码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Barrier function based sliding mode trajectory tracking control of wheeled robots

GUO Baodi¹, CAO Teng¹, MA Zhuang², YANG Shaohua³

(1. School of Cyber Science and Engineering, Qufu Normal University, Qufu 273165, China; 2. Tengzhou Cigarette Factory of China Tobacco Shandong Industrial Co., Ltd, Tengzhou 277599, China; 3. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

Abstract The paper presents a trajectory tracking control strategy for wheeled robots subject to unknown disturbances. A learning observer is designed to estimate the position and orientation angle of the wheeled robots while reconstructing the unknown disturbances. Based on the estimated values of the learning observer, a sliding mode controller combined with the barrier function is designed to effectively control the estimated errors of the position and orientation angle in trajectory tracking. A rigorous Lyapunov stability analysis is given to prove the stability of the closed-loop system under the proposed control strategy. Simulation results validate the effectiveness and robustness of the proposed approach.

Keywords wheeled robots; learning observer; barrier function; sliding mode control; trajectory tracking control

0 引言

随着技术的不断进步,轮式机器人(WR)凭借其卓越的灵活性和易于操作的特点,在交通运输、搜索救援及环境监测等多个领域得到了广泛应用^[1-3]。在这些应用中,轨迹跟踪作为核心控制问题之一,对于确保

收稿日期:2024-12-23

基金项目:国家自然科学基金项目(62303264);山东省自然科学基金项目(ZR2022QF021)资助

通信作者:曹腾,男,汉族,博士,讲师,研究方向:机器人控制、人工智能,E-mail:caoteng@qfnu.edu.cn.

任务的成功完成至关重要。尤其是在系统受到外部未知干扰时,轨迹跟踪问题变得更加复杂,因此设计有效的控制策略以保障机器人在此情况下的安全高效运行尤为关键。

近年来,为了解决机器人的轨迹跟踪问题^[4-7],众多研究人员致力于开发适用于轨迹跟踪的先进控制方法。这些方法包括反步控制^[8]、神经网络控制^[9]、自适应控制^[10-11]、模糊控制^[12]和滑模控制^[13]等多种非线性控制策略。在上述控制方法中,滑模控制因其在对抗外界干扰方面的优异表现而得到广泛应用。通过合理设计滑模面,滑模控制器能够在进入滑模状态后展现出对外部扰动的高度鲁棒性,从而显著提高系统在复杂环境中的工作性能。然而,当面对大幅的未知扰动时,为确保系统具有足够的鲁棒性,传统滑模控制器中的滑模切换项通常需要设置得较高,这种设置虽然提高了系统对扰动的抑制能力,但可能导致系统状态出现剧烈波动,进而对控制精度与系统平稳性造成不利影响。

针对上述问题,研究人员开发了多种观测器用于估计机器人所受的未知扰动,包括扩展状态观测器(ESO)^[14]、扰动观测器(DO)、指数收敛观测器(ECO)以及输出延迟观测器(ODO)。ESO虽然能够有效估计扰动,但其性能依赖于扰动上界的信息,而实际系统中往往难以准确提供这种信息;DO在处理快速时变扰动时可能存在估计精度不足的问题;ECO在面对较大幅值扰动的情况下可能表现欠佳;ODO则依赖于精确的延迟模型和输出数据,然而这些数据在实际系统中并不总是可获得的,这可能会导致系统稳定性受到影响。在此背景下,陈文教授提出了一种学习观测器^[15],其主要优势在于无需依赖扰动的上界信息,通过代数运算即可实现对扰动的精确估计。学习观测器不仅能够重构多种类型的扰动模式,包括周期性变化、恒定故障以及不规则扰动,还显著提升了估计精度。与上述观测器相比,学习观测器尤其适用于处理多变且难以预测的扰动,为解决复杂环境中的控制问题提供了一种高效且可靠的手段。

尽管学习观测器在轨迹跟踪控制中具有显著优势,但其使用过程中可能导致偏差值波动较大,尤其是在系统遭遇突发性外部干扰时。为了解决这一问题,可以通过引入明确的安全边界,利用障碍函数(BF)^[16-17]对系统偏差施加约束。障碍函数能够有效避免因过度补偿引起的系统不稳定现象,同时优化控制性能。通过这种方式,不仅能减少因学习观测器估计误差导致的轨迹偏离,还能确保系统在复杂环境下稳定运行。

综上所述,本文旨在提出一种综合性的轨迹跟踪控制方案,该方案融合了学习观测器与基于障碍函数的滑模控制策略。学习观测器的使用能够精确估计并补偿未知扰动,障碍滑模控制器通过障碍函数机制将位置和方向角度偏差值限制在一个较小且可接受的范围内,从而显著提升系统的鲁棒性与控制精度。

1 轮式机器人运动学模型

1.1 具有未知扰动的轮式机器人模型

具有未知扰动的轮式机器人运动学方程可以描述为^[18]

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})\mathbf{v}_f + \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

式中,状态向量 $\mathbf{q} = [x_c, y_c, \theta_c]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 是可测量的状态, x_c, y_c 表示机器人在平面上的位置坐标, θ_c 表示机器人相对于参考方向的方向角; $\mathbf{v}_f = [v, \omega]^T \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ 表示系统状态的控制输入,其中 v 和 ω 分别表示机器人的线速度和角速度;矩阵 $\mathbf{S}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{3 \times 2}$ 定义为 $\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$, 变量 $\mathbf{f}(t) = [f_1(t), f_2(t), f_3(t)]^T$ 表示系统中的未知扰动,扰动可能来源于外界干扰或建模误差。

1.2 控制目标

本文的控制目标是基于学习观测器设计系统的障碍函数滑模控制器,使系统实现:(1) 控制输入 v 和 ω 使系统状态 $\mathbf{q} = [x_c, y_c, \theta_c]^T$ 能在有限时间内跟踪参考信号 $\mathbf{q}_d(t) = [x_d(t), y_d(t), \theta_d(t)]^T$; (2) 系统的位置和方向角的跟踪误差能够满足指定性能(即误差范围控制在很小的范围内)的要求,并在有限时间内收敛至某一区域内。

2 学习观测器的设计

在本节中,针对在未知扰动下的轮式机器人运动学模型(如方程(1)所示),设计了一个学习观测器^[19]用于实时估计系统中的未知扰动 $\mathbf{f}(t)$ 。

学习观测器的形式如下所示

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{q}}}(t) = \mathbf{S}(\mathbf{q})\mathbf{v}_f + \mathbf{L}(\mathbf{q}(t) - \hat{\mathbf{q}}(t)) + \hat{\mathbf{f}}(t), \\ \hat{\mathbf{f}}(t) = k_1\hat{\mathbf{f}}(t-\tau) + \mathbf{K}_2(\mathbf{q}(t) - \hat{\mathbf{q}}(t)) + \mathbf{K}_3(\mathbf{q}(t-\tau) - \hat{\mathbf{q}}(t-\tau)), \end{cases} \quad (2)$$

式中 k_1 为正常数, $\mathbf{L}$, $\mathbf{K}_2$, $\mathbf{K}_3$ 为正定对角增益矩阵, $\hat{\mathbf{q}}(t)$ 为系统状态信息的估计值, $\hat{\mathbf{f}}(t)$ 为学习观测器的输入信号, 用于估计未知扰动。 $\hat{\mathbf{f}}(t)$ 通过当前和先前的状态估计误差以及过去的信息更新, τ 为采样时间间隔。

假设 1 未知扰动向量 $\mathbf{f}(t)$ 是有界的, 并满足 $\|\mathbf{f}(t) - k_1\mathbf{f}(t-\tau)\| \leq k_d$, 其中 k_d 为已知的正标量。

定理 1 针对公式(1)所提到的在未知扰动下的轮式机器人控制系统, 选择适当的学习观测器增益为 $\kappa_1 = -(1 - \|\mathbf{L}\| + \frac{\gamma_7}{2}) - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_3\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2 \geq 0$, $\kappa_2 = 1 - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_2 \geq 0$, $\kappa_3 = 1 - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_4$, $\mathbf{K}_3^T\mathbf{K}_3 \geq 0$, 其中 γ_7 和 φ 为正常数, 位置和方向角的估计误差 $\tilde{\mathbf{q}}(t)$ 和扰动估计误差 $\tilde{\mathbf{f}}(t)$ 将会收敛到一个非常小的区域内。

证 设计一个 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{q}}^T(t)\tilde{\mathbf{q}}(t) + \int_{t-\tau}^t \tilde{\mathbf{f}}^T(\theta)\tilde{\mathbf{f}}(\theta)d\theta + \int_{t-\tau}^t \tilde{\mathbf{q}}^T(\theta)\tilde{\mathbf{q}}(\theta)d\theta, \quad (3)$$

式中 $\tilde{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{q}(t) - \hat{\mathbf{q}}(t)$ 表示系统状态的估计误差, $\tilde{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{f}(t) - \hat{\mathbf{f}}(t)$ 表示未知扰动的估计误差。

根据公式(2), 估计误差 $\tilde{\mathbf{f}}(t)$ 进一步可以表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}(t) &= \mathbf{f}(t) - k_1\hat{\mathbf{f}}(t-\tau) - \mathbf{K}_2\tilde{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{K}_3\tilde{\mathbf{q}}(t-\tau) \\ &= \boldsymbol{\chi}(t) + k_1\tilde{\mathbf{f}}(t-\tau) - \mathbf{K}_2\tilde{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{K}_3\tilde{\mathbf{q}}(t-\tau), \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\boldsymbol{\chi}(t) = \mathbf{f}(t) - k_1\mathbf{f}(t-\tau)$ 。

公式(3)的导数可以表示为

$$\dot{V} = \tilde{\mathbf{q}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{q}}}(t) + \tilde{\mathbf{f}}^T(t)\tilde{\mathbf{f}}(t) - \tilde{\mathbf{f}}^T(t-\tau)\tilde{\mathbf{f}}(t-\tau) + \tilde{\mathbf{q}}^T(t)\tilde{\mathbf{q}}(t) - \tilde{\mathbf{q}}^T(t-\tau)\tilde{\mathbf{q}}(t-\tau). \quad (5)$$

代入公式(2), 公式(5)可以被重写为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\mathbf{q}}^T(t)\tilde{\mathbf{f}}(t) - \tilde{\mathbf{q}}^T(t)\mathbf{L}\tilde{\mathbf{q}}(t) + \tilde{\mathbf{f}}^T(t)\tilde{\mathbf{f}}(t) - \tilde{\mathbf{f}}^T(t-\tau)\tilde{\mathbf{f}}(t-\tau) \\ &\quad + \tilde{\mathbf{q}}^T(t)\tilde{\mathbf{q}}(t) - \tilde{\mathbf{q}}^T(t-\tau)\tilde{\mathbf{q}}(t-\tau). \end{aligned} \quad (6)$$

使用 Young 不等式, 对于任意 $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 和正常数 γ_i ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6$), 有 $2\mathbf{a}^T\mathbf{b} \leq \gamma_i\mathbf{a}^T\mathbf{a} + \frac{1}{\gamma_i}\mathbf{b}^T\mathbf{b}$, 将方程(4)代入方程(6), 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq (1 - \|\mathbf{L}\| + \frac{\gamma_7}{2})\|\tilde{\mathbf{q}}(t)\|^2 + (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\tilde{\mathbf{f}}^T(t)\tilde{\mathbf{f}}(t) - \tilde{\mathbf{f}}^T(t-\tau)\tilde{\mathbf{f}}(t-\tau) - \\ &\quad \tilde{\mathbf{q}}^T(t-\tau)\tilde{\mathbf{q}}(t-\tau) - \varphi\tilde{\mathbf{f}}^T(t)\tilde{\mathbf{f}}(t) \\ &\leq -[(1 - \|\mathbf{L}\| + \frac{\gamma_7}{2}) - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_3\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2]\|\tilde{\mathbf{q}}(t)\|^2 + \\ &\quad (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_1k_d^2 - [1 - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_2]\|\tilde{\mathbf{f}}(t-\tau)\|^2 - \\ &\quad [1 - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_4\mathbf{K}_3^T\mathbf{K}_3]\|\tilde{\mathbf{q}}(t-\tau)\|^2 - \varphi\tilde{\mathbf{f}}^T(t)\tilde{\mathbf{f}}(t), \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $\alpha_1 = 1 + 1/\gamma_3 + 1/\gamma_5 + 1/\gamma_6$, $\alpha_2 = (1 + \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)k_1^2$, $\alpha_3 = 1 + 1/\gamma_1 + \gamma_4 + \gamma_5$, $\alpha_4 = 1 + 1/\gamma_2 + 1/\gamma_4 + \gamma_6$, φ 是一个正常数。

如果观测器增益满足以下方程

$$\kappa_1 = -(1 - \|\mathbf{L}\| + \frac{\gamma_7}{2}) - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_3\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2 \geq 0,$$

$$\kappa_2 = 1 - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_2 \geq 0,$$

$$\kappa_3 = 1 - (1 + \frac{1}{2\gamma_7} + \varphi)\alpha_4 \mathbf{K}_3^T \mathbf{K}_3 \geq 0,$$

则方程(7)可以简化为

$$\dot{V} \leq -\lambda \|\tilde{\mathbf{q}}(t)\|^2 - \varphi \|\tilde{\mathbf{f}}(t)\|^2 + \psi, \quad (8)$$

式中 $\lambda = [-(1 - \|\mathbf{L}\| + \gamma_7/2) - (1 + 1/2\gamma_7 + \varphi)\alpha_3 \mathbf{K}_2^T \mathbf{K}_2]$, $\psi = (1 + 1/2\gamma_7 + \varphi)\alpha_1 k_d^2$ 是个正常数。可以明显推断,如果 $\|\tilde{\mathbf{q}}(t)\| > \sqrt{\psi/\lambda}$, $\|\tilde{\mathbf{f}}(t)\| > \sqrt{\psi/\varphi}$, 则 $\dot{V}(t) < 0$, 因此 $V(t)$ 是单调递减的函数,从而推导出系统状态的估计误差 $\tilde{\mathbf{q}}(t)$ 和扰动的估计误差 $\tilde{\mathbf{f}}(t)$ 是最终一致有界的。

3 基于障碍函数的滑模控制器

方程(1)可以重新表述为

$$\begin{cases} \dot{x}_c = v \cos \theta_c + f_1, \\ \dot{y}_c = v \sin \theta_c + f_2, \\ \dot{\theta}_c = \omega + f_3. \end{cases} \quad (9)$$

定义误差变量为 $x_e = x_c - x_d, y_e = y_c - y_d, \theta_e = \theta_c - \theta_d$ 。

根据控制目标,即实现系统位置和方向角的精确跟踪,需要设计两个控制律,分别为 v 和 ω , 以实现位置和方向角的跟踪控制。下面将分别讨论这两个控制律的设计。

位置控制律:通过对位置偏差 x_e 和 y_e 进行求导,可以得到以下方程

$$\dot{x}_e = \dot{x}_c - \dot{x}_d = v \cos \theta_c + f_1 - \dot{x}_d, \quad (10)$$

$$\dot{y}_e = \dot{y}_c - \dot{y}_d = v \sin \theta_c + f_2 - \dot{y}_d. \quad (11)$$

为了简化控制律的设计,引入辅助变量 u_1 和 u_2 , 分别定义为 $u_1 = v \cos \theta_c$ 和 $u_2 = v \sin \theta_c$ 。将这两个变量代入方程(10)和方程(11),可以将其重新表示为

$$\dot{x}_e = \dot{x}_c - \dot{x}_d = u_1 + f_1 - \dot{x}_d, \quad (12)$$

$$\dot{y}_e = \dot{y}_c - \dot{y}_d = u_2 + f_2 - \dot{y}_d. \quad (13)$$

定义滑模变量为 $s_1 = x_e, s_2 = y_e, s_3 = \theta_e$, 结合滑模变换,辅助变量 u_1 和 u_2 可以被设计为

$$u_1 = \dot{x}_d - \hat{f}_1 - K(t, s_1(t)) \operatorname{sgn}(s_1), \quad (14)$$

$$u_2 = \dot{y}_d - \hat{f}_2 - K(t, s_2(t)) \operatorname{sgn}(s_2), \quad (15)$$

式中 $\hat{f}_1, \hat{f}_2$ 分别是观测器对未知扰动 $f_1(t), f_2(t)$ 的估计值, $K(t, s_i(t))$ 表示自适应控制增益, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数。

根据上述辅助变量,可以得到方向角的表达式为 $\theta_c = \arctan(u_2/u_1)$ 。当 $\theta_c = \theta_d$ 时,理想的轨迹控制律式(14)、(15)即可实现。然而,在实际控制的初期阶段 θ_c 和 θ_d 不可能完全一致,这会导致系统的不稳定,因此,必须满足以下条件

$$\theta_d = \arctan \frac{u_2}{u_1}. \quad (16)$$

根据上述结论,位置控制律 v 可以表示为

$$v = \frac{u_1}{\cos \theta_d}. \quad (17)$$

姿态控制律:通过对方向角偏差 θ_e 进行求导,可以得到以下方程

$$\dot{\theta}_e = \dot{\theta}_c - \dot{\theta}_d = \omega + f_3 - \dot{\theta}_d. \quad (18)$$

设计姿态控制律为

$$\omega = \dot{\theta}_d - \hat{f}_3 - K(t, s_3(t)) \operatorname{sgn}(s_3), \quad (19)$$

式中 $\hat{f}_3$ 是观测器对未知扰动 $f_3(t)$ 的估计值。

根据上述设计的滑模变量和式(14)、(15)、(19),可以进一步得到

$$\dot{s}_i = \delta_i - K(t, s_i(t)) \operatorname{sgn}(s_i), \quad (20)$$

式中 $\delta_i = f_i(t) - \hat{f}_i(t)$ 表示扰动的估计误差, $i=1,2,3$ 。

假设2 扰动的估计误差 $\delta_i = f_i(t) - \hat{f}_i(t)$ ($i=1,2,3$) 是有界的, $|\delta_i| \leq \delta_{\max}$, 其中 $\delta_{\max}$ 是一个未知的正常数。

定义障碍函数^[20] 本文采用正定障碍函数(PBF),其形式定义为 $K_{\text{pb}}(s_i(t)) = \frac{\epsilon \bar{F}}{(\epsilon - |s_i(t)|)}$ 。当 $s_i(t)=0$ 时, $K_{\text{pb}}(s_i(t))$ 具有一个下界 $\bar{F}$ 。因此,当 $\delta_{\max} \leq \bar{F}$ 时,下界值可能被设计得过高。在这种情况下,该策略能够提供理想的滑模控制性能。然而,为避免过高的设计,需要选择一个足够小的下界 $\bar{F}$ 。当扰动边界小于预定值 $\bar{F}$ 时,PBF 将引起不连续的控制信号,其幅度与下界 $\bar{F}$ 选择的大小成正比。因此,合理选择下界 $\bar{F}$ 对于减少估计误差和提高控制性能至关重要。

定理2 考虑到轮式机器人系统,可以设计自适应控制增益为

$$K(t, s_i(t)) = \begin{cases} K_a(t), \dot{K}_a(t) = \bar{K} |s_i(t)|, 0 < t \leq \bar{t}_i, \\ K_B(s_i(t)), t > \bar{t}_i, \end{cases}$$

式中 $\bar{K}$ 是一个正常数, $K_B(s_i(t)) = K_{\text{pb}}(s_i(t)) = \frac{\epsilon \bar{F}}{(\epsilon - |s_i(t)|)}$, 参数 $\epsilon > 0$ 。对于任意初始值 $s_i(0)$ 和 $\epsilon > 0$, 都存在 $\bar{t}_i$ 是 s_i 达到 $\epsilon/2$ 时的最小根。那么对于所有 $t \geq \bar{t}_i$, 不等式 $|s_i(t)| < \epsilon$ 都成立,其中 ϵ 是一个小的常数,表示误差最终收敛到的区域。由此可以得出结论,在有限时间内,轮式机器人的跟踪误差将收敛到一个有限的区域内 $\|x_e\| \leq \sqrt{3}\epsilon$, $\|y_e\| \leq \sqrt{3}\epsilon$, $\|\theta_e\| \leq \sqrt{3}\epsilon$ 。

证 当 $0 < t \leq \bar{t}_i$, 对于 $i=1,2,3$, 设计 Lyapunov 函数为

$$V_i = \frac{1}{2} s_i^2(t) + \frac{1}{2\gamma} (K_a(t) - K_i^*)^2, \quad (21)$$

式中 γ 是一个正常数,满足 $0 < \gamma < \bar{K}$, K_i^* 为正常数,且 $K_i^* > K_a(t)$ 。

对 V_i 求导,并代入式(20),可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= s_i(\delta_i - K_a(t) \operatorname{sgn}(s_i(t))) + \frac{1}{\gamma} (K_a(t) - K_i^*) \bar{K} |s_i(t)| \\ &\leq -(-\delta_{\max} + K_a(t)) |s_i(t)| + \frac{1}{\gamma} (K_a(t) - K_i^*) \bar{K} |s_i(t)| + K_i^* |s_i(t)| - K_i^* |s_i(t)| \\ &= -(-\delta_{\max} + K_i^*) |s_i(t)| - (\frac{\bar{K}}{\gamma} - 1) |s_i(t)| |K_i^* - K_a(t)| \\ &= -\beta_a |s_i(t)| - \beta_b |K_i^* - K_a(t)|, \end{aligned}$$

式中 $\beta_a = -\delta_{\max} + K_i^*$, $\beta_b = (\frac{\bar{K}}{\gamma} - 1) |s_i(t)|$ 。

考虑 $K_i^* > \delta_{\max} \geq |\delta_i|$ 和 $\bar{K} > \gamma$, 可知 $\beta_a > 0$ 且 $\beta_b > 0$ 。由此可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -\beta_a \sqrt{2} \frac{|s_i(t)|}{\sqrt{2}} - \beta_b \sqrt{2\gamma} \frac{|K_i^* - K_a(t)|}{\sqrt{2\gamma}} \\ &\leq -\min\{\beta_a \sqrt{2}, \beta_b \sqrt{2\gamma}\} \left(\frac{|s_i(t)|}{\sqrt{2}} + \frac{|K_i^* - K_a(t)|}{\sqrt{2\gamma}} \right) \\ &\leq -\beta V_i^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (22)$$

式中 $\beta = \min\{\beta_a \sqrt{2}, \beta_b \sqrt{2\gamma}\}$ 。根据有限时间稳定性定理^[21]可得, $|s_i(t)|$ 在有限时间内收敛至零。此外,存在一个 $\bar{t}_i \geq 0$, 其为满足 $|s_i(t)| = \epsilon/2$ 的最小时间点 ($i=1,2,3$)。

对于 $t > \bar{t}_i$ 的情况,如果满足 $|s_i(t)| > s_a$, 其中

$$s_a = \begin{cases} \epsilon(1 - \frac{\bar{F}}{\delta_{\max}}), & \bar{F} < \delta_{\max}, \\ 0, & \bar{F} \geq \delta_{\max}, \end{cases} \quad (23)$$

则障碍函数(PBF)确保在有限时间 t_i 内有 $|s_i(t)| \leq s_a$, 并且,对于所有 $t \geq \bar{t}_i + t_i$, 输出变量始终满足 $|s_i(t)| \leq s_a < \epsilon$ ($i=1,2,3$)。

定义 Lyapunov 函数

$$V_i = \frac{1}{2}s_i^2(t) + \frac{1}{2}(K_B(s_i(t)) - K_B(0))^2. \quad (24)$$

式(24)的导数为

$$\dot{V}_i = s_i \dot{s}_i + (K_B(s_i(t)) - K_B(0))\dot{K}_B(s_i(t)). \quad (25)$$

将式(20)代入式(25),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= s_i(\delta_i - K(t, s_i(t))\text{sgn}(s_i)) + (K_B(s_i(t)) - K_B(0))\dot{K}_B(s_i(t)) \\ &\leq \delta_{\max} |s_i| - K_B(s_i(t)) |s_i| + (K_B(s_i(t)) - K_B(0))\dot{K}_B(s_i(t)) \\ &\leq -(\delta_{\max} + K_B(s_i(t))) |s_i| - \frac{\epsilon \bar{F}}{(\epsilon - |s_i|)^2} (-\delta_{\max} + K_B(s_i(t))) |K_B(s_i(t)) - \bar{F}| \\ &= -\beta_i |s_i| - \xi_i \beta_i |K_B(s_i(t)) - \bar{F}|, \end{aligned} \quad (26)$$

式中 $\beta_i = -\delta_{\max} + K_B(s_i(t))$, $\xi_i = \frac{\epsilon \bar{F}}{(\epsilon - |s_i|)^2}$ 。

当 $\bar{F} < \delta_{\max}$ 且 $|s_i| > s_a$ 时,又因为障碍函数 $K_B(s_i(t))$ 在 $[0, \epsilon]$ 上为增函数可知 $K_B(s_i(t)) > K_B(s_a) = \delta_{\max}$, 那么 $\beta_i > 0$ 。因此式(26)可以进一步写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -\beta_i |s_i| - \xi_i \beta_i |K_B(s_i(t)) - \bar{F}| = -\beta_i \sqrt{2} \left(\frac{|s_i|}{\sqrt{2}} + \xi_i \frac{|K_B(s_i(t)) - \bar{F}|}{\sqrt{2}} \right) \\ &\leq -\beta_i \sqrt{2} \min\{1, \xi_i\} \left(\frac{|s_i|}{\sqrt{2}} + \frac{|K_B(s_i(t)) - \bar{F}|}{\sqrt{2}} \right) \leq -\beta_{si} V_i^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (27)$$

式中 $\beta_{si} = \beta_i \sqrt{2} \min\{1, \xi_i\}$ 。

对于 $\bar{F} \geq \delta_{\max}$ 且 $|s_i(t)| > s_a = 0$, 当 $K_B(s_i(t)) > K_B(0) = \bar{F} > \delta_{\max}$, 同样可以得到 $\beta_i > 0$ 。因此,系统的输出能在有限时间内收敛到域 $|s_i| \leq s_a$ 内,收敛时间 t_i 满足表达式

$$t_i \leq \frac{2(-V(s_i(t_i), K_{pb}(s_i(t_i)))^{\frac{1}{2}} + V(s_i(\bar{t}_i), K_{pb}(s_i(\bar{t}_i)))^{\frac{1}{2}})}{\beta_{si}}. \quad (28)$$

根据式(27)、(28),可以得出误差向量 $\mathbf{s} = [s_1, s_2, s_3]^T$ 在有限时间 t 内收敛到区域 $\|\mathbf{s}\| \leq \sqrt{3}s_a$, 并且收敛时间 t 满足, $t = \max\{\bar{t}_1 + t_1, \bar{t}_2 + t_2, \bar{t}_3 + t_3\}$ 。因此,跟踪误差将收敛到区域 $\|x_e\| \leq \sqrt{3}s_a, \|y_e\| \leq \sqrt{3}s_a, \|\theta_e\| \leq \sqrt{3}s_a$ 。

定理 2 得证。

4 仿真

为验证本文提出的控制方案的有效性和可行性,通过仿真实验评估所设计的学习观测器和基于障碍函数的滑模控制方法的性能。同时,对比分析所提学习观测器与传统学习观测器在扰动估计性能上的差异。

系统初始状态设置为 $x_c(0) = -2, y_c(0) = 2, \theta_c(0) = 0$, 系统的期望值为 $[x_d, y_d]^T = [t, \sin(0.5x_d) + 0.5x_d + 1]^T$ 。假设机器人在任务执行过程中,第 30 秒受到未知扰动的影响,将扰动模型设计为 $f_1 = \iota_1, f_2 = \iota_2, f_3 = \iota_3$, 30 秒前,扰动值设为 $\iota_1 = 0, \iota_2 = 0, \iota_3 = 0$; 30 秒后,扰动被定义为 $\iota_1 =$

$0.8\cos(0.2t), t_2 = 4.8\sin(0.2t), t_3 = 0.1$ 。

本文所提出的观测器的初始值设置为 $\hat{q}(0) = [0; 0; 0]$, $\hat{f}(0) = [0; 0; 0]$; 同时, 将学习观测器的控制增益设计为 $L = [0.48, 0, 0; 0, 0.48, 0; 0, 0, 0.48]$, $k_1 = 0.75$, $K_2 = [3, 0, 0; 0, 3, 0; 0, 0, 3]$, $K_3 = [0.75, 0, 0; 0, 0.75, 0; 0, 0, 0.75]$ 。基于障碍函数^[22]的滑模控制器参数可被设计为 $\bar{K} = 1\,000$, $\bar{F} = 0.05$, $K_a(0) = 10$ 。

图1~3展示了两种观测器对轮式机器人扰动的误差响应性能, 并分别给出了传统学习观测器(TLO)^[23]和本文提出的改进型学习型观测器(LO)的误差响应曲线。如图1~3所示, 两种观测器均能有效重构时变和恒定扰动。然而, 在误差波动范围方面, 传统学习观测器的估计误差波动幅度较大, 而本文提出的学习观测器估计误差波动幅度小, 并将波动范围显著缩小至 $[-0.05, 0.05]$ 内。这一比较表明, 本文提出的学习观测器在估计精度和稳定性方面均取得了显著的提升。

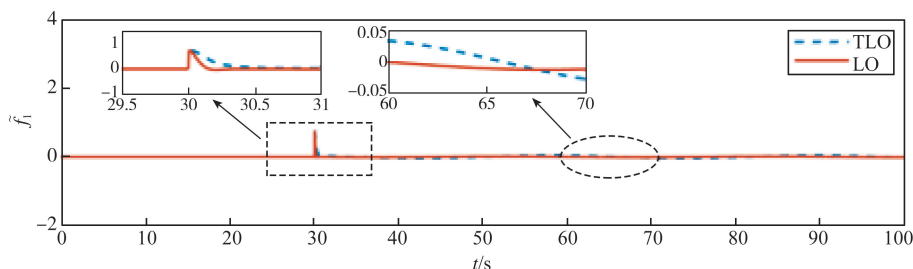


图1 传统的学习观测器(TLO)和本文所使用的学习观测器(LO)对扰动 $f_1(t)$ 的估计误差
Fig. 1 The estimation error of the disturbance $f_1(t)$ by the traditional learning observer and the learning observer used in this paper

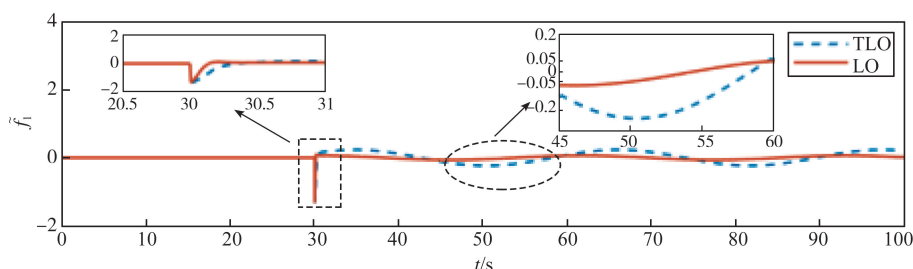


图2 传统的学习观测器(TLO)和本文所使用的学习观测器(LO)对扰动 $f_2(t)$ 的估计误差
Fig. 2 The estimation error of the disturbance $f_2(t)$ by the traditional learning observer and the learning observer used in this paper

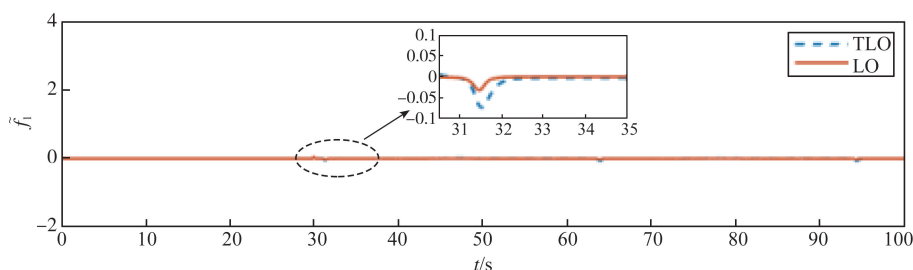


图3 传统的学习观测器(TLO)和本文所使用的学习观测器(LO)对扰动 $f_3(t)$ 的估计误差
Fig. 3 The estimation error of the disturbance $f_3(t)$ by the traditional learning observer and the learning observer used in this paper

图4展示了在两种不同控制策略下, 轮式机器人在外部干扰作用下的位置和方向角偏差响应。图4(a)展示了使用自适应滑模控制(ASMC)^[24]方法的偏差响应, 而图4(b)描述了本文所提出的方法的偏差响应。

图4(a)展示的 ASMC 方法需要设计一个较大的滑模切换项来抑制干扰, 导致其偏差范围较大, 并且使得系统偏差值很难在短时间内稳定。相比之下, 本文提出的方法通过结合学习观测器与基于障碍函数的滑

模控制器,能够自适应地估计和补偿干扰,从而显著将偏差缩小到 $[-0.05, 0.05]$ 的范围内,并使偏差值在很短的时间内稳定。这一比较表明,本文所提出的方法在受到外部干扰时,能有效提高机器人任务执行的准确性和精度。

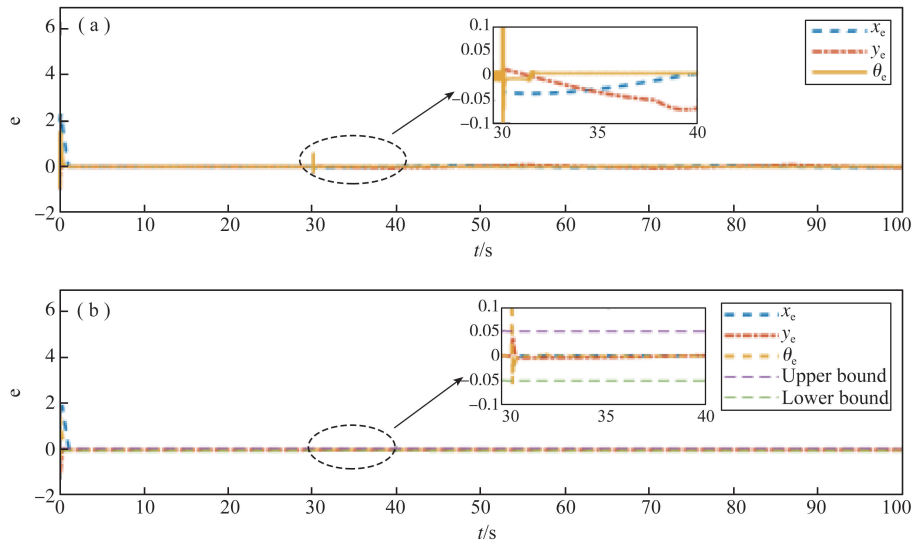


图4 (a) 自适应滑模控制法下的位置和方向角度偏差值; (b) 本文所使用方法下的位置和方向角度偏差值

Fig. 4 (a) Position and orientation angle deviation values under adaptive sliding mode control; (b) Position and orientation angle deviation values under the method used in this paper

图5(a)展示了在第30s出现扰动的情况下,轮式机器人轨迹运动情况,从图可以看出在受到扰动的情況下,轨迹的偏差大约在10cm左右,这种偏差可能导致机器人运行时潜在的安全风险,不利于机器人任务的执行。相比之下,图5(b)本文所提出的控制方法使得受扰动影响的机器人轨迹在1s内可以快速跟踪上理想的轨迹,并且跟踪性能随着时间的推移而不断提高,这证明了所提出的方法即使在干扰条件下也能保持精确的位置跟踪,提高了机器人的操作安全性和性能。

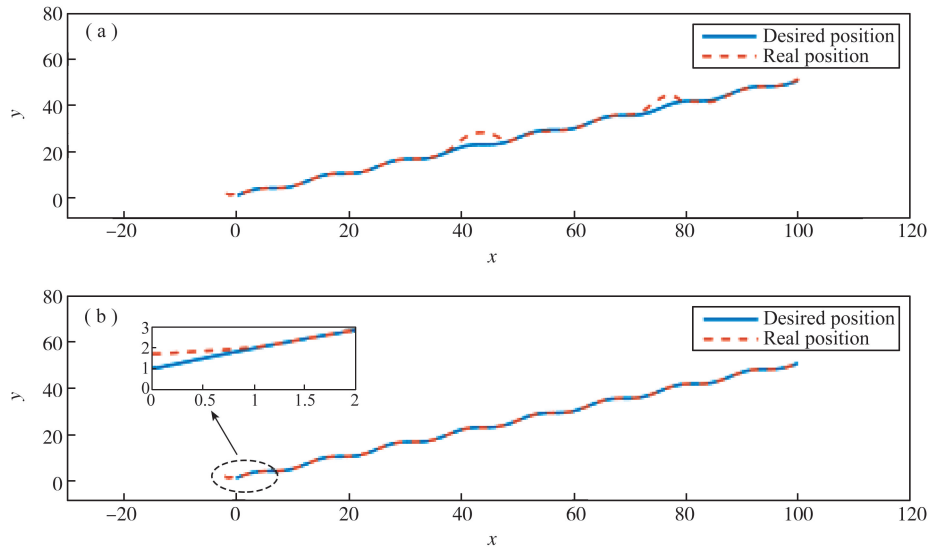


图5 (a) 第30s受到扰动下的轮式机器人轨迹响应图; (b) 本文所使用方法下的轮式机器人轨迹响应图

Fig. 5 (a) Trajectory response plot of the wheeled robot under disturbance at 30 s; (b) Trajectory response plot of the wheeled robot under the method used in this paper

5 结论

本文提出了一种结合学习观测器的轨迹跟踪控制方法,深入探讨了轮式机器人在未知扰动环境下的轨

迹跟踪问题。通过设计学习观测器,能够高效估计机器人位置和方向角信息,并动态重构未知扰动。基于此,设计了结合障碍函数的滑模控制器,并严格证明了闭环系统的稳定性以及估计误差的有界性。仿真结果表明,该方法在复杂工况下表现出优异的轨迹跟踪性能和强大的抗扰能力,为轮式机器人在复杂环境中的高精度轨迹跟踪控制提供了理论依据和技术支撑。

参 考 文 献

- [1] CHEN J W, XU K, QIN R P, et al. Locomotion control of quadrupedal robot with passive wheels based on coi dynamics on $SE(3)$ [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71(7): 7551-7560.
- [2] 罗彪, 欧阳志华, 易昕宁, 等. 基于自适应动态规划的移动机器人视觉伺服跟踪控制[J]. *自动化学报*, 2023, 49(11): 2286-2296.
- [3] 王久斌, 贺威, 孟亭亭, 等. 基于高仿生形态布局的仿鸽扑翼飞行机器人系统设计[J]. *自动化学报*, 2024, 50(2): 308-319.
- [4] YAN L X, MA B L, JIA Y M. Trajectory tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots using only measurements for position and velocity[J]. *Automatica*, 2024, 159: 111374.
- [5] QIN B, YAN H C, WANG M, et al. Nonlinear tracking differentiator based practical prescribed time tracking control for perturbed wheeled mobile robot[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2024, 113(2): 1389-1400.
- [6] 李波, 王成虎, 马玲, 等. 轮式移动机器人固定时间轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(3): 845-852.
- [7] 任世纪, 孙宗耀, 赵军圣. 一类输出受限机械系统的鲁棒自适应容错跟踪[J]. *聊城大学学报(自然科学版)*, 2024, 37(5): 8-17.
- [8] PENG X H, ZHANG Z M, ZHANG A C, et al. Antisaturation backstepping control for quadrotor slung load system with fixed-time prescribed performance[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(4): 4170-4181.
- [9] 祝贵兵, 吴晨, 马勇. 虚假数据注入式攻击下无人水面船舶自适应神经输出反馈轨迹跟踪控制[J]. *自动化学报*, 2024, 50(7): 1472-1484.
- [10] 梁振英, 王稀, 金增珂. 含未校准摄像机参数的非完整移动机器人自适应动态反馈跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(1): 247-256.
- [11] 代伟, 张政煊, 杨春雨, 等. 基于 SCN 数据模型的 SISO 非线性自适应控制[J]. *自动化学报*, 2024, 50(10): 2002-2012.
- [12] 解相朋, 杨馥伊, 魏聪, 等. 混合攻击下直流微电网的 FDI 估计与模糊控制联合设计[J]. *控制与决策*, 2023, 38(8): 2335-2345.
- [13] 王雪闯, 王会明, 赵振华. 基于改进型积分终端滑模控制方法的移动机器人轨迹跟踪设计与实验[J]. *控制与决策*, 2023, 38(10): 2881-2887.
- [14] QIN Q Y, GAO G Q, ZHONG J W. Finite-time adaptive extended state observer-based dynamic sliding mode control for hybrid robots [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(9): 3784-3788.
- [15] CHEN W, SAIF M. Observer-based fault diagnosis of satellite systems subject to time varying thruster faults[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2007, 129(3): 352-356.
- [16] OBEID H, FRIDMAN L M, LAGHROUCHE S, et al. Barrier function-based adaptive sliding mode control[J]. *Automatica*, 2018, 93: 540-544.
- [17] 陈仲秋, 刘勇华, 苏春翌. 基于滤波控制障碍函数的严格反馈系统安全控制[J]. *自动化学报*, 2024, 50(12): 2474-2486.
- [18] LU Q, CHEN J, WANG Q J, et al. Practical fixed-time trajectory tracking control of constrained wheeled mobile robots with kinematic disturbances[J]. *ISA transactions*, 2022, 129: 273-286.
- [19] CAO T, GONG H J, CHENG P, et al. A novel learning observer-based fault-tolerant attitude control for rigid spacecraft[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2022, 128: 107751.
- [20] ZHU X Y, CHEN J L, ZHU Z H. Adaptive learning observer for spacecraft attitude control with actuator fault[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 108: 106389.
- [21] 赵军圣, 赵雪静, 孙宗耀. 随机非线性系统的有限时间命令滤波输出反馈跟踪控制[J]. *聊城大学学报(自然科学版)*, 2023, 36(6): 9-17.
- [22] YAN Y, ZHAO X T, YU S H, et al. Barrier function-based adaptive neural network sliding mode control of autonomous surface vehicles [J]. *Ocean Engineering*, 2021, 238: 109684.
- [23] HU Q L, NIU G L, WANG C L. Spacecraft attitude fault-tolerant control based on iterative learning observer and control allocation[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 75: 245-253.
- [24] SU X J, QING F D, CHANG H B, et al. Trajectory tracking control of human support robots via adaptive sliding-mode approach[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(3): 1747-1754.

(责任编辑:赵海军)