

引用:周琳超,吕红丽,冯俊娥. 基于半张量积方法的绿地灌溉模糊系统设计[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2026, 39(1): 1-10.

Citation: ZHOU Linchao, LÜ Hongli, FENG June. Design of green space irrigation fuzzy system based on semi-tensor product method[J]. Journal of Liaocheng University (Natural Science Edition), 2026, 39(1): 1-10.

文章编号 1672-6634(2026)01-0001-10

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2025030023

# 基于半张量积方法的绿地灌溉模糊系统设计

周琳超<sup>1</sup>, 吕红丽<sup>2</sup>, 冯俊娥<sup>1,3</sup>

(1. 聊城大学 数学科学学院, 山东 聊城 252059; 2. 湖首大学 工商管理学院, 加拿大 安大略省 P7B 5E1;

3. 山东大学 数学学院, 山东 济南 250100)

**摘要** 针对城市绿地面积增长与淡水资源不足的现状, 提出一种基于半张量积方法的城市绿地灌溉模糊系统。通过半张量积构造模糊关系矩阵, 将传统抽象的模糊规则语言信息进行量化并转化成矩阵运算。利用降雨量、土壤湿度等输入, 通过矩阵运算得到相应的灌溉水时间, 从而实现智能灌溉。最后, 分别通过模糊规则与实际数据两种方法进行了仿真。

**关键词** 半张量积; 模糊关系矩阵; 绿地灌溉模糊系统; 模糊控制

**中图分类号** TU985

**文献标志码** A

**开放科学(资源服务)标识码(OSID)**



## Design of green space irrigation fuzzy system based on semi-tensor product method

ZHOU Linchao<sup>1</sup>, LÜ Hongli<sup>2</sup>, FENG June<sup>1,3</sup>

(1. School of Mathematics Science, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China; 2. Faculty of Business Administration, Lakehead University, Thunder Bay, P7B 5E1, Canada; 3. School of Mathematics,

Shandong University, Jinan 250100, China)

**Abstract** Aiming at the current situation of the growth of urban green space area and the shortage of fresh water resources, an irrigation fuzzy system for urban green space based on the semi-tensor product(STP) method is proposed. The fuzzy relationship matrix is constructed through the STP, and the traditional abstract fuzzy rule language information is quantified and transformed into matrix operation. Using inputs such as rainfall and soil moisture, the corresponding irrigation water time is obtained by solving matrix operation, thus the intelligent irrigation is realized. Finally, the simulation was carried out by two methods, fuzzy rules and real data, respectively.

**Keywords** semi-tensor product; fuzzy relation matrix; green space irrigation fuzzy system; fuzzy control

## 0 引言

随着全球城市化进程加速, 高楼林立、车水马龙成了现代城市的常见景象。与此同时, 城市居民的生活

收稿日期: 2025-03-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973148)资助

通信作者: 冯俊娥, 女, 汉族, 博士, 泰山学者特聘教授, 研究方向: 奇异系统、鲁棒控制、逻辑系统等, E-mail: fengjune@sdu.edu.cn。

质量和健康状况,正面临着前所未有的挑战。空气污染、噪声污染、热岛效应等环境问题,对居民身心健康造成负面影响,城市环境问题急需改善<sup>[1-3]</sup>。城市绿地不仅是天然的空气净化器,还兼具涵养水源、保育土壤、固碳释氧、温度调节等作用<sup>[4]</sup>。现有研究表明,城市绿地对居民健康有着潜在的积极作用,一般来说,一个城市的绿化面积达到 30%~50%时,生态环境会向良好的方向发展<sup>[5-8]</sup>。

绿化面积大幅度的增长对城市环境改善起到至关重要的作用,例如,可以削弱“热岛效应”,提高空气质量等,同时绿化面积的迅速增加也给本就不足的淡水资源带来了巨大挑战<sup>[9]</sup>。从全球来看,我国的淡水资源总量丰富,但人均占有量较少<sup>[10]</sup>,淡水利用率低下,尤其是灌溉用水。美国、以色列等发达国家上世纪七十年代就开始关注智能灌溉技术,灌溉用水利用率达到 70%~80%,而我国仅有 45%<sup>[11-13]</sup>。可见,智能节水灌溉技术的设计和应用迫在眉睫。目前,已有许多智能灌溉模糊系统投入使用,这些系统通常采用传感器技术、自动控制技术等,能够实现对土壤湿度、气象条件等因素的监测,并根据预设的模糊规则进行自动灌溉。文献[14]通过采集气候、土壤信息,利用专家知识进行决策,对城市绿地自动化节水灌溉模糊系统进行了研究。文献[15]通过无线传感网络对温室番茄智能灌溉模糊系统进行了设计。文献[16]基于模糊 PID 方法设计了丘陵山地灌溉系统。

然而,基于模糊规则的智能灌溉模糊系统在一些方面仍存在不足,例如,部分系统的控制算法、模糊规则较为固定,难以适应复杂的灌溉环境,抽象的语言信息不易被掌握和理解,传统模糊推理方法对模糊规则的过度依赖,导致其不能被广泛的应用。程代展教授提出了一种矩阵运算工具<sup>[17]</sup>可以很好的解决上述问题。文献[18]首次使用半张量积方法讨论了具有退出机制的博弈问题。文献[19]使用半张量积工具探讨了布尔控制网络状态反馈稳定性问题,得到了全局稳定状态反馈控制器存在的充要条件。文献[20]对多智能体同步问题的研究进行了总结。文献[21]研究了数据缺失和带有干扰输入的布尔网络的鲁棒稳定性,并且提出了一种算法来验证基于真值矩阵的鲁棒系统稳定性。文献[22]对有限域上多智能体系统的事件触发同步问题进行了研究,并给出了 MAS 事件触发同步的必要和充分条件以及最优状态反馈事件触发控制器的设计方法。文献[23]利用半张量积方法求解了模糊关系方程,给出了方程解的结构。此外,得益于矩阵半张量积可以打破维数限制进行矩阵运算的优良特性,可以将矩阵半张量积推广到模糊推理过程中,构造模糊关系矩阵,从而简化推理过程<sup>[24]</sup>,然后基于模糊关系矩阵实现绿地智能灌溉模糊系统的设计。

本文的行文思路如下:第 1 节简要介绍了绿地灌溉模糊系统的组成结构;第 2 节给出了矩阵半张量积和模糊系统的基础知识;第 3 节介绍了矩阵半张量积与模糊推理过程结合的方法;第 4 节是对绿地灌溉模糊系统的仿真;第 5 节对全文进行总结,给出了矩阵半张量积方法运用到模糊推理系统中的优势,本文存在的不足以及未来可以继续优化的方向。

## 1 绿地灌溉模糊系统组成结构

### 1.1 气象和土壤信息采集系统<sup>[25]</sup>

系统中的多种气象信息传感器,能自动开展气象数据采集工作,其中降雨量是重点采集的气象要素之一。而土壤湿度监测传感器,则是借助测量土壤负压值来获取湿度信息。气象信息与土壤信息通过 RS485 总线,传输至采集终端。考虑到要对不同位置、不同深度的土层的土壤湿度状况进行测量,土壤湿度监测端需要安置的比较分散。因此,采集终端之间采用 Lora 组网方式,数据传输网关会对各节点数据进行打包处理,之后通过 GPRS 将采集到的土壤湿度信息发送至中控系统。

### 1.2 灌溉控制系统<sup>[25]</sup>

绿化带内等间隔放置若干个电磁阀,用来控制每个滴灌喷头的开关状态。电磁阀与解码器相连,中控系统下达指令后,会被传送到各个解码器。每个解码器具备特有的地址,当接收到信号,并解析、匹配地址成功后,相连的电磁阀就会进行开启或关闭动作,从而实现灌溉。

### 1.3 视频监控系統<sup>[25]</sup>

园林管理中控室配备一套显示设备,绿地区域布置多套高清晰度视频监控球机,对植被生长情况可以实时监控。

## 1.4 中控系统<sup>[25]</sup>

该系统是接收操作者的指令并对其他子系统发出指令的中枢。基于收集到的气象信息与土壤湿度信息情况,对灌溉系统的每个解码器下达不同的指令,从而使每个电磁阀做出相应的调整,实现根据实时信息智能灌溉。完整的绿地灌溉模糊补充如图1所示。

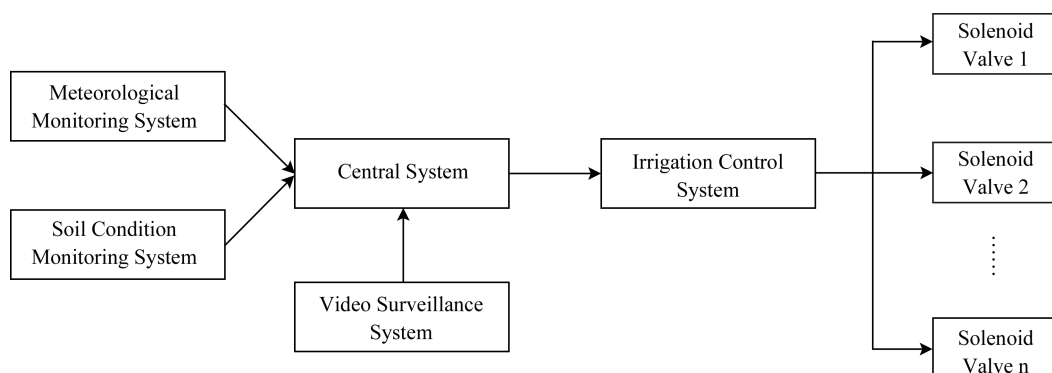


图1 绿地灌溉模糊系统结构图

Fig. 1 Structure of fuzzy system for green space irrigation

## 2 基本理论知识

### 2.1 矩阵半张量积

定义1<sup>[26]</sup> 假设矩阵  $A = (a_{i,j}) \in \mathbf{R}_{m \times n}$ , 矩阵  $B = (b_{i,j}) \in \mathbf{R}_{p \times q}$ ,  $t = \text{lcm}(n, p)$  是  $n, p$  的最小公倍数, 那么  $A$  与  $B$  的半张量积定义为

$$A \ltimes B := (A \otimes I_{t/n}) \times (B \otimes I_{t/p}) \in \mathbf{R}_{\langle mt/n \rangle \times \langle qt/p \rangle},$$

式中  $\ltimes$  为半张量积,  $\otimes$  为 Kronecker 积(张量积)。

定义2<sup>[27]</sup> 高维数组排列顺序: 设  $A = \{\alpha_{i_1 \dots i_k} \mid i_j = 1, \dots, n_j; j = 1, \dots, k\}$  是数据集合, 下标  $i = (i_1, \dots, i_k)$  是  $k$  重索引。那么排列顺序定义为  $I_d(i_1, \dots, i_k; n_1, \dots, n_k)$ 。在该顺序下  $\alpha_{i_1 \dots i_k}$  排在  $\alpha_{i_1^* \dots i_k^*}$  前面当且仅当, 存在  $1 \leq s \leq k$ , 满足  $i_j = i_j^*, j < s$ , 且  $i_s < i_s^*$ 。

### 2.2 模糊基础知识

定义3<sup>[27]</sup>  $A$  是有限论域  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  上的模糊子集, 若存在  $\mu_A: E \rightarrow [0, 1]$ , 满足  $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ ,  $x \in E$ , 式中  $\mu_A(x)$  为元素  $x$  在模糊子集  $A$  上的隶属度。那么  $A$  的向量形式定义为

$$\mathbf{V}_A = (\mu_A(e_1), \mu_A(e_2), \dots, \mu_A(e_n))^T。$$

定理1<sup>[27]</sup> 假设有  $k$  个论域  $E_i, i = 1, \dots, k$ , 论域之间的模糊关系矩阵  $F$  是乘积空间  $\prod_{i=1}^k E_i = E_1 \times E_2 \times \dots \times E_k$  上的模糊子集, 那么对于每个变量  $\mathbf{e}_i \in \prod_{i=1}^k E_i$  都有隶属度  $\mu_F(\mathbf{e}_i) \in [0, 1]$  与之对应。

定义4<sup>[27]</sup> 考虑  $R(X, Y)$  是论域  $\prod_{i=1}^n E_i \times \prod_{j=1}^m G_j$  上连续多变量  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  和  $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  的一个多变量模糊关系, 则变量  $\mathbf{X}$  和变量  $\mathbf{Y}$  之间的连续多变量模糊关系矩阵(FRM)可以定义为

$$\mathbf{F}_{\text{FRM}} = \begin{bmatrix} \gamma_{11 \dots 1}^{11 \dots 1} & \gamma_{11 \dots 2}^{11 \dots 1} & \cdots & \gamma_{11 \dots M_m}^{11 \dots 1} & \cdots & \gamma_{M_1 M_2 \dots M_m}^{11 \dots 1} \\ \gamma_{11 \dots 1}^{11 \dots 2} & \gamma_{11 \dots 2}^{11 \dots 2} & \cdots & \gamma_{11 \dots M_m}^{11 \dots 2} & \cdots & \gamma_{M_1 M_2 \dots M_m}^{11 \dots 2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{11 \dots 1}^{N_1 N_2 \dots N_n} & \gamma_{11 \dots 2}^{N_1 N_2 \dots N_n} & \cdots & \gamma_{11 \dots M_m}^{N_1 N_2 \dots N_n} & \cdots & \gamma_{M_1 M_2 \dots M_m}^{N_1 N_2 \dots N_n} \end{bmatrix}。 \quad (1)$$

在传统的模糊理论中, 连续多变量之间的模糊关系很难直观地描述和量化。当引入半张量积方法后, 可以得到公式(1)所示的矩阵形式, 该矩阵将原本的输入输出变量之间抽象的模糊关系转化为矩阵乘法的形

式,更加直观和便于理解。同时,每个变量可以看作类似 $(X, Y)$ 这样的数据对,这些数据可以来源于实际的实验数据。先将每个数据对进行模糊化,再将得到的输入输出向量进行矩阵乘法运算,得到每个数据对的输入输出模糊关系矩阵,最后根据实际情况采用取平均或者取并集的方式得到最终的模糊关系矩阵。

### 3 矩阵半张量积方法下的模糊系统

传统的模糊系统一般包括四部分,分别是模糊化、模糊规则库、模糊推理机和解模糊<sup>[28]</sup>。其中的核心部分便是模糊推理,模糊推理又来源于专家知识、经验得到的模糊规则库,其中的信息被称为“语言信息”。相较于一般系统只具有机械的工程信息,模糊推理在非线性、复杂性和不确定性的场景下有得天独厚的优势。

尽管模糊推理在非线性和不确定性方面有很大优势,但也具有设计相对复杂,专家知识依赖性强,语言化的模糊规则不够直观的缺点<sup>[29]</sup>。为此,基于半张量积方法,我们将模糊推理过程转化为模糊关系矩阵运算,将抽象的语言规则转化为直观的代数形势,如图2所示。

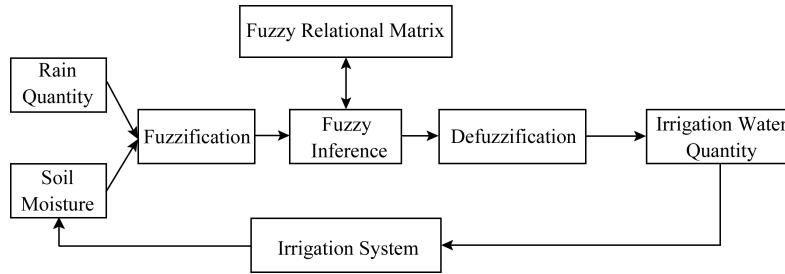


图2 基于半张量积方法的绿地灌溉系统设计流程图

Fig. 2 Flowchart of the design of green space system based on semi-tensor product approach

矩阵半张量积方法,打破矩阵乘法维数的限制,使多个不同维数的矩阵可以随意进行运算,这样非常适合多输入多输出系统,这里以 $m$ 输入 $n$ 输出系统举例,介绍矩阵半张量积工具在模糊系统中如何应用<sup>[30]</sup>。

假设系统输入输出分别为 $U_i (i=1, \dots, m)$ 和 $Y_j (j=1, \dots, n)$ ,则这 $m$ 个输入变量和 $n$ 个输出变量之间的模糊关系可以表示为 $F \in f(U_1 \times \dots \times U_m \times Y_1 \times \dots \times Y_n)$ 。

**步骤1 模糊化。**模糊化首先要选取模糊集合和隶属度函数,假设有 $E_{U_i} = \{u_1^i, \dots, u_{\alpha_i}^i\}$ ,  $i=1, \dots, m$ ,  $E_{Y_j} = \{y_1^j, \dots, y_{\beta_j}^j\}$ ,  $j=1, \dots, n$ ,其中, $u_k^i (k=1, \dots, \alpha_i)$ 是含有 $\alpha_i$ 个模糊子集的模糊集合, $E_{U_i}, E_{Y_j}$ 分别是输入 $U_i$ 和输出 $Y_j$ 的论域。假设输入数据为 $U_1^*, U_2^*, \dots, U_m^*$ ,输出数据为 $Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_n^*$ ,则进行模糊化后的向量形式分别为

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{U_1} = (\mu_{u_1^1}(U_1^*), \dots, \mu_{u_{\alpha_1}^1}(U_1^*))^T, \\ \mathbf{V}_{U_2} = (\mu_{u_1^2}(U_2^*), \dots, \mu_{u_{\alpha_2}^2}(U_2^*))^T, \\ \dots, \\ \mathbf{V}_{U_m} = (\mu_{u_1^m}(U_m^*), \dots, \mu_{u_{\alpha_m}^m}(U_m^*))^T, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{Y_1} = (\mu_{y_1^1}(Y_1^*), \dots, \mu_{y_{\beta_1}^1}(Y_1^*))^T, \\ \mathbf{V}_{Y_2} = (\mu_{y_1^2}(Y_2^*), \dots, \mu_{y_{\beta_2}^2}(Y_2^*))^T, \\ \dots, \\ \mathbf{V}_{Y_n} = (\mu_{y_1^n}(Y_n^*), \dots, \mu_{y_{\beta_n}^n}(Y_n^*))^T, \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\mu_{u_1^1}(x)$ 代表模糊集合 $u_1^1$ 的隶属度函数,(2)式是输入数据的向量形式,(3)式是输出数据的向量形式。

**步骤2 模糊规则库(构造模糊关系矩阵)。**传统的模糊系统是通过模糊规则库 IF-THEN 语句来进行模糊关系推理的,这类的语言信息比较抽象很难直观看到输入输出之间的关系,这里我们使用半张量积建立模

糊关系的矩阵来替代模糊规则。

根据步骤 1 的数据,输入数据之间的关系矩阵可以表示为

$$\mathbf{V}_U = \mathbf{V}_{U_1} \times \mathbf{V}_{U_2} \times \cdots \times \mathbf{V}_{U_m}, \quad (4)$$

输出数据之间的关系矩阵可以表示为

$$\mathbf{V}_Y = \mathbf{V}_{Y_1} \times \mathbf{V}_{Y_2} \times \cdots \times \mathbf{V}_{Y_n}. \quad (5)$$

为了保证准确性,我们需要不止一组的数据来构造模糊关系矩阵,假设一共  $s$  组数据,第  $t$  组的输入、输出向量分别为  $\mathbf{V}_U^t$  和  $\mathbf{V}_Y^t$ , 那么该组数据的模糊关系矩阵为

$$\mathbf{F}^t = \mathbf{V}_Y^t \times (\mathbf{V}_U^t)^T, \quad (6)$$

总的模糊关系矩阵可以由每个关系矩阵取平均或并集得到,如

$$\mathbf{F} = \bigcup_{t=1}^s \mathbf{F}^t \text{ 或 } \mathbf{F} = \frac{1}{s} \sum_{t=1}^s \mathbf{F}^t, \quad (7)$$

需要根据实际情况选择“取平均”或者“取并集”的方法。

**步骤 3 模糊推理。**将给定的测试输入数据按照步骤 1 模糊化,再根据式(4)得到输入数据的模糊关系矩阵,设为  $\mathbf{V}_{\text{input}}$ , 利用模糊关系矩阵  $\mathbf{F}$  进行半张量积运算,得到输出数据之间的模糊关系矩阵为

$$\mathbf{V}_{\text{output}} = \mathbf{F} \times \mathbf{V}_{\text{input}} = [a_{11} \cdots a_{1n} \cdots a_{\beta_1 \beta_2 \cdots \beta_n}]^T. \quad (8)$$

**步骤 4 解模糊。**解模糊,顾名思义就是将模糊映射得到的模糊集合形式的结果转化为具体的数值的过程。主要有联合解模糊(Joined Defuzzification)和单独解模糊(Separated Defuzzification)方法,这里采用以最大隶属度对应点为中心值的加权平均联合解模糊方法<sup>[31]</sup>。假设得到的清晰数值(Clear Value)为  $U_{CV}$ , 具体见公式(9)

$$U_{CV} = \sum_{j_1=1}^{\beta_1} \cdots \sum_{j_n=1}^{\beta_n} \left( \frac{a_{j_1 j_2 \cdots j_n}}{\sum_{i_1=1}^{\beta_1} \cdots \sum_{i_n=1}^{\beta_n} a_{i_1 i_2 \cdots i_n}} \right) C, \quad (9)$$

式中  $C$  为模糊集合的代表值,一般是以模糊集合中心值或最大隶属度对应的值作为代表值(为了避免空集的情况下也可以稍作调整)。 $C$  可以是一个集合也可以是一个数,取决于输出的个数,这里为了简化就用  $C$  来代替。

## 4 仿真

绿地灌溉模糊系统是一个双输入单输出的系统,以土壤湿度(Soil Moisture)和降雨量(Rain Quantity)作为系统的输入,以灌溉水量(Irrigation Water Quantity)作为系统的输出。用 SM 代表土壤湿度,RQ 代表降雨量,IWQ 代表灌溉水量,这里以灌溉时间的长短表示灌溉水量多少。

以 2016 年中卫市固海扬灌溉实验基地<sup>[32]</sup>为研究对象,以每五天为一个采样点,以五天内的降雨总量和平均湿度作为系统两个输入,灌溉时间作为系统输出。

降雨量和土壤湿度可以直接测量得到,土壤湿度用来反映土壤是否缺水。一般来说大多数绿地植物最佳土壤湿度为 70%,因此以 70%土壤湿度为最终的灌溉目标。

一般来说,模糊子集个数越多,划分的越细,推理结果越准确,因此将土壤湿度(SM)划分为{很低(VL),低(L),有点低(RL),比较合适(RM),合适(MED)}5 个模糊子集,它们对应的范围见表 1。同理,降雨量的 6 个模糊子集{小雨(SR),中雨(MR),大雨(DR),暴雨(RS),大暴雨(DRS),特大暴雨(SRS)},对应范围见表 2。灌溉水量我们以灌溉时间为衡量标准,将灌溉时间也划分为 6 个模糊子集{极少量灌溉(MINI),微量灌溉(DI),少量灌溉(LI),中量灌溉(MI),大量灌溉(PI),极大量灌溉(MAXI)}<sup>[8]</sup>,对应范围见表 3。

方法一:利用传统模糊推理方法进行建模。土壤湿度划分为 5 个语言变量,降雨量划分为 6 个语言变量,灌溉水量划分为 6 个语言变量,这样一来该模糊系统共有 30 条模糊规则,如下所示<sup>[8]</sup>

- (1) if RQ is SR and SM is VL, then IWQ is MAXI;
- (2) if RQ is SR and SM is L, then IWQ is PI;

...

- (29) if RQ is SRS and SM is RM, then IWQ is MINI;
- (30) if RQ is SRS and SM is MED, then IWQ is MINI.

将以上 30 条模糊规则转化为模糊规则表,如表 4 所示。

表 1 土壤湿度模糊子集划分

Tab. 1 Classification of fuzzy subsets of soil moisture

| Subset Name | Left Endpoint | Vertex | Right Endpoint |
|-------------|---------------|--------|----------------|
| VL          | 10            | 10     | 25             |
| L           | 10            | 25     | 40             |
| RL          | 25            | 40     | 55             |
| RM          | 40            | 55     | 70             |
| MED         | 55            | 70     | 70             |

表 2 降雨量模糊子集划分

Tab. 2 Classification of fuzzy subsets of rain quantity

| Subset Name | Left Endpoint | Vertex | Right Endpoint |
|-------------|---------------|--------|----------------|
| SR          | 0             | 5      | 17.5           |
| MR          | 5             | 17.5   | 37.5           |
| DR          | 17.5          | 37.5   | 75             |
| RS          | 37.5          | 75     | 150            |
| DRS         | 75            | 150    | 300            |
| SRS         | 150           | 30     | 300            |

表 3 灌溉水量模糊子集划分

Tab. 3 Classification fuzzy subset of irrigation water quantity

| Subset Name | Left Endpoint | Vertex | Right Endpoint |
|-------------|---------------|--------|----------------|
| MINI        | 0             | 0      | 5              |
| DI          | 0             | 5      | 15             |
| LI          | 5             | 15     | 25             |
| MI          | 15            | 25     | 40             |
| PI          | 25            | 40     | 60             |
| MAXI        | 40            | 60     | 60             |

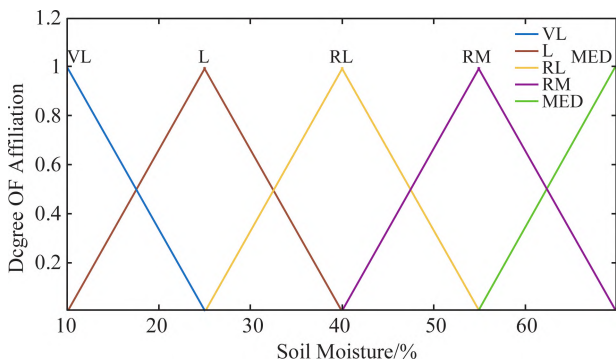


图 3 土壤湿度隶属度函数图像

Fig. 3 Image of soil moisture affiliation function

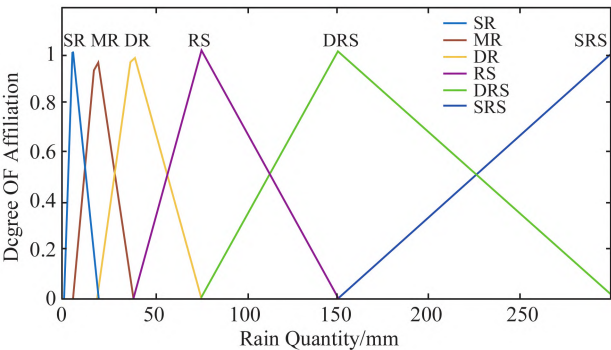


图 4 降雨量函数图像

Fig. 4 Image of rain quantity affiliation function

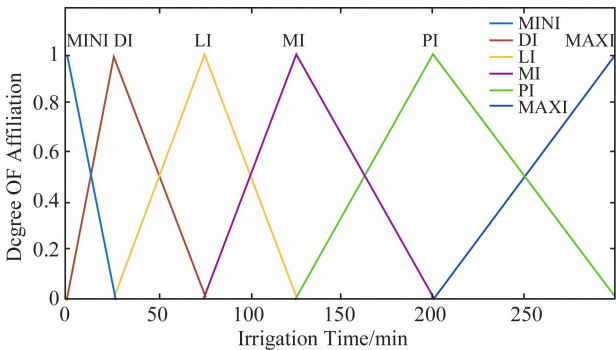


图 5 灌溉时间隶属度函数图像

Fig. 5 Irrigation time affiliation function image

表 4 绿地系统模糊规则表

Tab. 4 Table of fuzzy rules for green space systems

| Rain Quantity | Soil Moisture |      |      |      |      |
|---------------|---------------|------|------|------|------|
|               | VL            | L    | RL   | RM   | MED  |
| SR            | MAXI          | PI   | MI   | LI   | MINI |
| MR            | PI            | PI   | LI   | DI   | MINI |
| DR            | MI            | MI   | DI   | DI   | MINI |
| RS            | LI            | LI   | DI   | MINI | MINI |
| DRS           | DI            | DI   | MINI | MINI | MINI |
| SRS           | DI            | MINI | MINI | MINI | MINI |

传统的模糊推理方法可以借助 MATLAB 软件中自带的 Fuzzy 工具箱得到推理平面,如图 6 所示。根据推理平面来看,推理得到的灌溉时间集中在 0~25 min,这与实际灌溉时间差别很大的。单纯使用模糊规则进行模糊推理的预测效果是不好的,不能够适应不同的环境情况。接下来,采取使用实际数据构造模糊关系矩阵的方法进行建模。

方法二:通过实际数据构造模糊关系矩阵进行建模。与上文类似,以每五天为一个采样点,共得到 73 组实验数据,取 23 组为测试集,50 组为训练集。从训练集中分别选取 30 组 40 组 50 组数据分别建模,进行对比实验,选出相对最优的模型。

模糊子集与模糊隶属度函数的选取与方法一中的一致,按照步骤 2 中的式(4)~(9)构建模糊关系矩阵。这里对于式(7)分别采取“平均法”与“取并集法”得到总模糊关系矩阵,经过步骤 3 的模糊推理,步骤 4 的解模糊得到预测结果,最后对比预测效果,选择其中较好的作为最终的模糊关系矩阵。

(1)取平均法。分别采用 30 组、40 组、50 组数据进行构建模糊关系矩阵,并通过 23 个测试数据进行测试,结果如图 7 所示。

从图 7 中可以看到,黑色虚线为真实数据,与该折线最接近的是蓝色的折线,即平均法取 40 组数据进行构建的模糊关系矩阵相对最优。

(2)取并集法。分别采用 30 组、40 组、50 组数据进行构建模糊关系矩阵,并通过 23 个测试数据进行测试,结果如图 8 所示。从图 8 中可以看到,黑色虚线为真实数据,与该折线最接近的是绿色的折线,即取大法取 50 组数据进行构建的模糊关系矩阵相对最优。

分别得到取平均法和取大法的相对最优模糊关系矩阵后,将两者的预测数据折线画在同一个图中,比较两者的拟合程度,如图 9 所示。从图中可以看出,黑色虚线为真实数据,蓝色的折线更加接近真实数据的黑色虚线,因此选择取平均法 50 组数据构造出的模糊关系矩阵作为最终结果。下面再通过平均相对误差比较一下每个模糊关系矩阵的优劣情况。从表 5 中可以看到平均法的三个模糊关系模型中,效果最好的是平均法 40 组实验数据构造的模型,平均相对误差 9.79%。

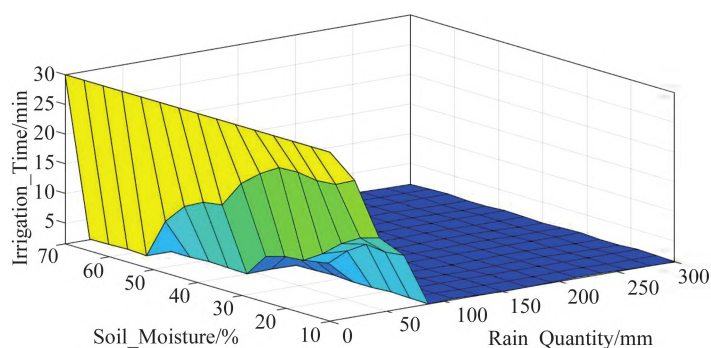


图 6 模糊推理平面

Fig. 6 Fuzzy inference plane

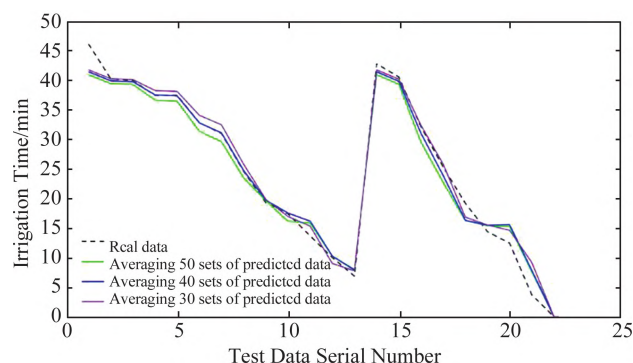


图 7 平均法灌溉时间预测图

Fig. 7 Prediction of irrigation time by averaging method

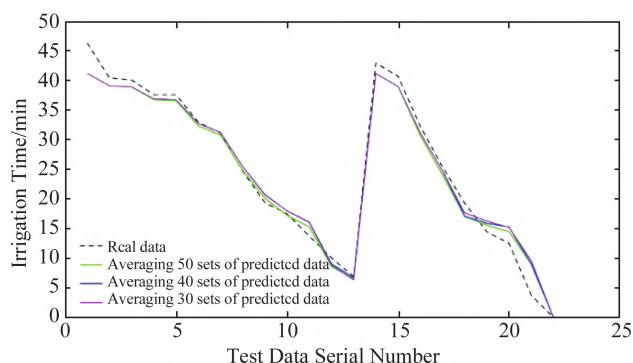


图 8 取并集法灌溉时间预测图

Fig. 8 Prediction of irrigation time by the concatenation method

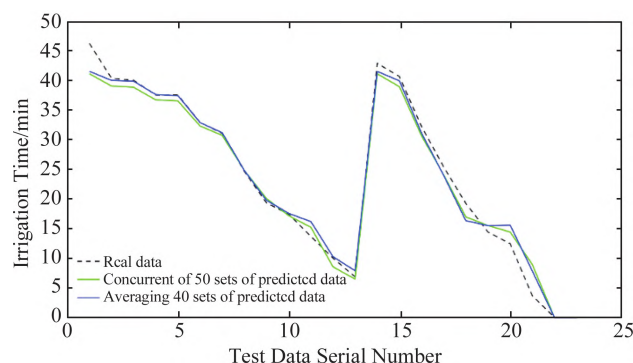


图 9 平均法与取大法相对最优预测曲线对比图

Fig. 9 Comparison of the relative optimal prediction curves of the averaging and concatenation methods

表 5 平均法预测数据与实际数据比较表

Tab. 5 Comparison of predicted and actual data from the averaging method

| Serial Number          | Soil Moisture/% | Rain Quantity/mm | Actual Irrigation Time/min | Prediction Time For 50 Sets Of Data/min | Prediction Time For 40 Sets Of Data/min | Prediction Time For 30 Sets Of Data/min |
|------------------------|-----------------|------------------|----------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1                      | 34.31           | 0.25             | 46.32                      | 41.107 4                                | 41.594 6                                | 41.934 6                                |
| 2                      | 38.89           | 0.08             | 40.44                      | 39.601 2                                | 40.073 7                                | 40.435 2                                |
| 3                      | 39.46           | 0.40             | 40.08                      | 39.454 8                                | 39.924 2                                | 40.286 9                                |
| 4                      | 41.33           | 3.51             | 37.6                       | 36.801 6                                | 37.684 5                                | 38.423 3                                |
| 5                      | 41.45           | 2.17             | 37.6                       | 36.583 1                                | 37.494 5                                | 38.265 9                                |
| 6                      | 44.48           | 1.51             | 32.96                      | 31.504 1                                | 32.929 3                                | 34.212                                  |
| 7                      | 45.66           | 3.83             | 31.12                      | 29.729 7                                | 31.226 1                                | 32.591                                  |
| 8                      | 50.36           | 0.38             | 24.68                      | 23.573 4                                | 24.827 7                                | 25.884 8                                |
| 9                      | 54.17           | 6.13             | 19.36                      | 19.703 2                                | 19.806 7                                | 19.914 2                                |
| 10                     | 57.39           | 1.17             | 17.48                      | 16.208 4                                | 17.599 1                                | 17.025 1                                |
| 11                     | 59.38           | 0.00             | 13.72                      | 15.882 8                                | 16.225 2                                | 15.384 7                                |
| 12                     | 65.90           | 2.64             | 10.04                      | 10.259 5                                | 10.287 2                                | 9.031 4                                 |
| 13                     | 67.85           | 4.91             | 6.88                       | 8.048 8                                 | 7.902 7                                 | 7.778                                   |
| 14                     | 34.32           | 1.65             | 42.96                      | 41.103 3                                | 41.590 5                                | 41.930 5                                |
| 15                     | 39.21           | 0.53             | 40.72                      | 39.518 1                                | 39.988 9                                | 40.351 1                                |
| 16                     | 45.71           | 0.48             | 32.28                      | 29.656 8                                | 31.154 8                                | 32.521 7                                |
| 17                     | 51.00           | 0.17             | 25.44                      | 22.831 9                                | 24.001 1                                | 25.939 5                                |
| 18                     | 54.20           | 15.59            | 19.28                      | 16.329 1                                | 16.369 4                                | 16.912 3                                |
| 19                     | 58.05           | 11.90            | 14.44                      | 15.457 9                                | 15.529 4                                | 15.568 6                                |
| 20                     | 60.20           | 1.16             | 12.48                      | 15.292 1                                | 15.609 9                                | 14.672 6                                |
| 21                     | 66.04           | 18.23            | 3.72                       | 7.615 6                                 | 7.876 9                                 | 9.214 5                                 |
| 22                     | 70.37           | 1.05             | 0                          | 0                                       | 0                                       | 0                                       |
| 23                     | 75.13           | 29.82            | 0                          | 0                                       | 0                                       | 0                                       |
| Average Relative Error |                 |                  |                            | 10.97%                                  | 9.79%                                   | 11.79%                                  |

从表 6 中可以看到取并集法的三个模糊关系模型中,效果最好的是取并集法 50 组实验数据构造的模型,平均相对误差 11.22%。

表 6 取并集法预测数据与实际数据比较表

Tab. 6 Comparison of predicted and actual data by the concurrent set method

| Serial Number | Soil Moisture/% | Rain Quantity/mm | Actual Irrigation Time/min | Prediction Time For 50 Sets Of Data/min | Prediction Time For 40 Sets Of Data/min | Prediction Time For 30 Sets Of Data/min |
|---------------|-----------------|------------------|----------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1             | 34.31           | 0.25             | 46.32                      | 41.188 3                                | 41.188 3                                | 41.188 3                                |
| 2             | 38.89           | 0.08             | 40.44                      | 39.119 2                                | 39.119 2                                | 39.119 2                                |
| 3             | 39.46           | 0.40             | 40.08                      | 38.912 1                                | 38.912 1                                | 38.912 1                                |
| 4             | 41.33           | 3.51             | 37.6                       | 36.768 7                                | 36.907 2                                | 36.907 2                                |
| 5             | 41.45           | 2.17             | 37.6                       | 36.595                                  | 36.745 1                                | 36.745 1                                |
| 6             | 44.48           | 1.51             | 32.96                      | 32.355 6                                | 32.748 6                                | 32.748 6                                |
| 7             | 45.66           | 3.83             | 31.12                      | 30.776 7                                | 31.240 8                                | 31.240 8                                |
| 8             | 50.36           | 0.38             | 24.68                      | 24.854                                  | 25.488 5                                | 25.488 5                                |

(续)表 6 取并集法预测数据与实际数据比较表  
(Continued)Tab. 6 Comparison of predicted and actual data by the concurrent set method

| Serial Number          | Soil Moisture/% | Rain Quantity/mm | Actual Irrigation Time/min | Prediction Time For 50 Sets Of Data/min | Prediction Time For 40 Sets Of Data/min | Prediction Time For 30 Sets Of Data/min |
|------------------------|-----------------|------------------|----------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| 9                      | 54.17           | 6.13             | 19.36                      | 20.098 6                                | 20.687 8                                | 20.756                                  |
| 10                     | 57.39           | 1.17             | 17.48                      | 17.220 1                                | 17.992 3                                | 17.970 6                                |
| 11                     | 59.38           | 0.00             | 13.72                      | 15.262 1                                | 16.071 2                                | 16.019                                  |
| 12                     | 65.90           | 2.64             | 10.04                      | 8.578 6                                 | 9.034                                   | 8.778 2                                 |
| 13                     | 67.85           | 4.91             | 6.88                       | 6.495 6                                 | 6.675 2                                 | 6.318 3                                 |
| 14                     | 34.32           | 1.65             | 42.96                      | 41.182 8                                | 41.182 8                                | 41.182 8                                |
| 15                     | 39.21           | 0.53             | 40.72                      | 39.001 8                                | 39.001 8                                | 39.001 8                                |
| 16                     | 45.71           | 0.48             | 32.28                      | 30.710 6                                | 31.177 5                                | 31.177 5                                |
| 17                     | 51.00           | 0.17             | 25.44                      | 24.089 8                                | 24.753 1                                | 24.753 1                                |
| 18                     | 54.20           | 15.59            | 19.28                      | 17.009 4                                | 17.090 8                                | 17.650 6                                |
| 19                     | 58.05           | 11.90            | 14.44                      | 15.544 7                                | 15.877 9                                | 16.249 1                                |
| 20                     | 60.20           | 1.16             | 12.48                      | 14.444 5                                | 15.251                                  | 15.182 5                                |
| 21                     | 66.04           | 18.23            | 3.72                       | 8.974 9                                 | 8.974 9                                 | 9.556 1                                 |
| 22                     | 70.37           | 1.05             | 0                          | 0                                       | 0                                       | 0                                       |
| 23                     | 75.13           | 29.82            | 0                          | 0                                       | 0                                       | 0                                       |
| Average Relative Error |                 |                  |                            | 11.22%                                  | 11.52%                                  | 12.49%                                  |

综合来看,这六个模糊关系矩阵模型中相对最优的是平均法 40 组数据得到模型。该模糊关系矩阵见式(10)

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001\ 1 & 0.001\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.019\ 6 & 0.004\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.022\ 6 & 0.005\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.066\ 1 & 0.000\ 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.018\ 3 & 0.003\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0150 & 0.003\ 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.002\ 5 & 0.002\ 8 & 0.000\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0.012\ 2 & 0.013\ 4 & 0.000\ 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.006\ 5 & 0.015\ 7 & 0.005\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0.012\ 2 & 0.030\ 7 & 0.009\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.062\ 4 & 0.028\ 5 & 0.000\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0.016\ 8 & 0.003\ 7 & 0.000\ 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.039\ 2 & 0.017\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001\ 1 & 0.000\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.007\ 6 & 0.000\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

最后可以得到该绿地灌溉模糊系统的模型  $V_Y = F \times V_{U_1} \times V_{U_2}$ , 式中  $V_{U_1}, V_{U_2}$  分别是降雨量与土壤湿度模糊化后的向量形式,  $V_Y$  是计算得到的灌溉水量的模糊向量形式,  $F$  是式(9)中的模糊关系矩阵。得到  $V_Y$  后再利用式(9)解模糊即可得到最终所需的灌溉时间。

## 5 结论

本文将半张量积方法应用到绿地灌溉模糊系统设计中,一方面,半张量积方法为智能灌溉模糊系统带来了全新的分析视角和强大的设计工具。它能够对复杂的灌溉系统进行描述和建模,与传统的设计方案相比,避免了复杂抽象的模糊规则推理,以矩阵计算的形式更简便直观地得到输入输出之间的关系。同时,矩阵半张量积不受维数限制这一特性使得在处理多输入多输出的系统中更具优势。另一方面,相较于传统模糊推

理过度依赖于模糊规则,矩阵半张量积方法在难以获得模糊规则或者模糊规则对于具体的环境不太适合的情况下依旧可以发挥作用,只要有大量的实验数据便可以训练出比较合适的模糊关系矩阵。最后,本文也存在着一些局限性,在解模糊的处理中采用的是最大隶属度对应的元素作为模糊集合中心值,这是一个定值,无法随环境实时改变。未来将可以实时调节的自适应参数引入,来代替模糊集合中心值,将会有更好的效果。

## 参 考 文 献

- [1] 杨馨仪. 城市绿地建设对居民身心健康的影响[J]. 居舍, 2024(36): 174-177.
- [2] 张丹婷. 城市绿地的居民健康效益及影响因素分析[D]. 杨凌:西北农林科技大学, 2019.
- [3] 裴炳,周杨. 新技术在植物景观设计中的应用与创新[J]. 分子植物育种, 2025, 23(5): 1688-1693.
- [4] 徐华清, 杨水平, 陈玉碧, 等. 城市绿地生态服务功能价值评估—以北京林业大学为例[J]. 宁夏农林科技, 2014, 55(2): 48-51.
- [5] 杨春, 谭少华, 董明娟. 基于 ESs 的城市绿地健康影响研究:服务功能、内涵及机制[J]. 中国园林, 2021, 37(3): 32-37.
- [6] 贺珍怡. 将环境与健康融入中国发展战略:新常态与新挑战[J]. 学海, 2017(1): 64-72.
- [7] 贺香, 纪凯婷, 孙建平, 等. 城市绿地与绿化投入的居民健康效应[J]. 生态学报, 2024, 44 (24): 11177-11187.
- [8] 胡新华, 王志明. 基于气象预报信息的绿地灌溉模糊控制系统的仿真研究[J]. 节水灌溉, 2007(5): 33-34.
- [9] 李圣楠. 我国农业用水供求问题探究[J]. 河北企业, 2020(6): 127-128.
- [10] 刘志华, 宗文明, 赵博, 等. 我国农业节水灌溉技术推广过程中的问题及对策建议[J]. 安徽农业科学, 2014, 42(10): 3097-3098.
- [11] 黄森, 周安妮, 何镇琦, 等. 基于天气预报的智能灌溉模糊控制系统设计[J]. 物联网技术, 2021, 11(12): 67-70.
- [12] 张兵, 袁寿其, 成立. 作物需水量模糊决策系统的设计与研究[J]. 农机化研究, 2003, 25(2): 117-119.
- [13] 李德旺, 许春雨, 宋建成. 现代农业智能灌溉技术的研究现状与展望[J]. 江苏农业科学, 2017, 45(17): 27-31.
- [14] 姜文峰, 郑文刚, 王彦文, 等. 城市绿地自动化节水灌溉系统的研究[J]. 节水灌溉, 2005(1): 12-13.
- [15] 张胜. 基于 ZigBee 无线传感网和模糊控制的温室番茄智能灌溉系统设计[D]. 杭州:浙江大学, 2011.
- [16] 廖洪铠, 刘志达, 龚立, 等. 基于模糊 PID 的丘陵山地灌溉控制系统设计[J]. 中国农村水利水电, 2024(2): 109-114.
- [17] CHENG D Z, QI H S, ZHAO Y. An introduction to semi-tensor product of matrices and its applications[M]. Singapore: World Scientific, 2012.
- [18] TANG Y, LI L L, LU J Q. Modeling and optimization for networked evolutionary games with player exit mechanism: semi-tensor product of matrices method[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2022, 590: 126710.
- [19] LI R, YANG M, CHU T G. State feedback stabilization for Boolean control networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(7): 1853-1857.
- [20] 王晓, 夏建伟, 付世华, 等. 多智能体系统中的同步问题综述[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2024, 37(2): 1-8.
- [21] WANG X, XIA J W, FENG J E, et al. Robust stability of Boolean networks with data loss and disturbance inputs[J]. Neural Networks, 2024, 179: 106504.
- [22] YU M, XIA J W, FENG J E, et al. Event-triggered synchronization of multiagent systems over finite fields[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 71(1): 370-374.
- [23] CHENG D Z, FENG J E, LÜ H L. Solving fuzzy relational equations via semitensor product[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2011, 20(2): 390-396.
- [24] LYU H L, WANG W, LIU X P, et al. Modeling of multivariable fuzzy systems by semi-tensor product[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 28(2): 228-235.
- [25] 刘炯, 吴子鑫, 邢伟华, 等. 基于模糊控制的示范农田智能灌溉系统研究与设计[J]. 内蒙古科技与经济, 2024(6): 126-128+145.
- [26] LV H L, CHENG D Z, FENG J E, et al. Construction and optimization of fuzzy relation matrices model based-on semi-tensor product [C]//Proceedings of the 31st Chinese Control Conference. IEEE, 2012: 3488-3493.
- [27] FENG J E, LV H L, CHENG D Z. Multiple fuzzy relation and its application to coupled fuzzy control[J]. Asian Journal of Control, 2013, 15(5): 1313-1324.
- [28] 孙长乐, 李海涛. 基于矩阵半张量积的模糊逻辑研究进展[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2022, 35(1): 9-21.
- [29] WANG L X. A Course in Fuzzy Systems and Control[M]. New Jersey USA: Prentice Hall, 1996.
- [30] 花晓慧, 段培永, 吕红丽, 等. 基于半张量积的空调系统模糊控制器设计[C]//第 26 届中国控制与决策会议论文集. 2014, 3508-3513.
- [31] LYU H L, WANG W, LIU X P. Universal approximation of fuzzy relation models by semitensor product[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 28(11): 2972-2981.
- [32] 熊玉江. 2016-2017 年固海扬水灌区农业灌溉用水数据集[DS]. CSTR: 17058. 11. E0251. 20211011. 00. ds. 1725.

(责任编辑:赵海军)