

引用:王淑佳,朱淑倩. 离散时间模糊 Markov 跳变系统基于区间观测器的故障检测[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2026, 39(2): 159-170.

Citation: WANG Shujia, ZHU Shuqian. Fault detection based on interval observers for discrete-time fuzzy Markov jump systems[J]. Journal of Liaocheng University (Natural Science Edition), 2026, 39(2): 159-170.

文章编号 1672-6634(2026)02-0159-12

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2025030015

离散时间模糊 Markov 跳变系统基于区间观测器的故障检测

王淑佳, 朱淑倩

(山东大学 数学学院, 山东 济南 250100)

摘要 针对一类带有执行器故障的离散时间模糊 Markov 跳变系统, 基于区间观测器方法研究有限频域故障检测问题。通过融合系统状态与持续干扰的边界信息, 提出模态依赖的模糊区间观测器, 构建上下界估计误差增广系统模型并生成动态残差区间, 进而分别引入 l_∞ 性能指标和 H_- 性能指标来评估残差区间对扰动的鲁棒性和对故障的敏感性。为克服模态转移概率导致的有限频域性能指标设计难题, 引入 Markov 化状态数学期望将误差系统转化为确定性模糊系统, 并运用模态依赖的模糊 Lyapunov 函数方法, 分别建立误差系统的 l_∞ 性能和 H_- 性能分析结果, 进而以线性矩阵不等式形式给出实现有限频域故障检测的区间观测器设计与优化算法。通过数值仿真验证所提算法在故障检测效率上的有效性与优越性。

关键词 模糊 Markov 跳变系统; 模糊区间观测器; 故障检测; 有限频域

中图分类号 TP13; TP277

文献标志码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Fault detection based on interval observers for discrete-time fuzzy Markov jump systems

WANG Shujia, ZHU Shuqian

(School of Mathematics, Shandong University, Shandong Jinan 250100, China)

Abstract For a class of discrete-time fuzzy Markov jump systems with actuator faults, the problem of fault detection in finite frequency domain is investigated based on the interval observer approach. The mode-dependent fuzzy interval observer is proposed by utilizing the boundary information of both system state and persistent external disturbances, and the upper-bound and lower-bound estimation error augmented system model is constructed with generated dynamic residual intervals, then the l_∞ performance and H_- performance indexes are further introduced to evaluate the robustness of the residual intervals to the disturbances and the sensitivity to the faults, respectively. In order to overcome the difficulty of designing the performance index in the finite frequency domain due to the mode transfer probability, the Markovian state mathematical expectation is introduced to transform the error system into a deterministic fuzzy system, and the mode-dependent fuzzy Lyapunov function method is applied to establish the analysis results

收稿日期: 2025-03-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(62373220, 61773238); 山东省自然科学基金项目(ZR2023MF011)资助

通信作者: 朱淑倩, 女, 汉族, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 网络化控制与区间估计, E-mail: sqzhu@sdu.edu.cn。

of l_∞ performance and H_∞ performance of the error system, respectively, then the design and optimization algorithms of the interval observer are proposed to realize the fault detection in finite frequency domain by linear matrix inequalities. The effectiveness and superiority of the proposed algorithms in fault detection efficiency are verified by numerical simulation.

Keywords fuzzy Markov jump system; fuzzy interval observer; fault detection; finite frequency domain

0 引言

现代工业系统的故障检测是保障其安全稳定运行的核心环节。故障不仅会引发控制精度下降、生产效率降低等经济损失,更可能诱发连锁性安全事件,特别是在化工生产、智能电网、航空航天等安全敏感领域。因此,构建高效的故障检测技术已成为现代工业系统设计的必要组成部分^[1-2]。现有故障检测技术主要分为三类:基于模型、基于知识和基于信号的方法。其中基于模型的方法理论体系最为完善,其核心是通过残差生成与残差评价来实现故障检测,包括基于观测器/滤波器的故障检测、参数估计法等方法^[3]。

区间观测器旨在为带有不确定性和持续有界干扰的系统状态提供上下界估计,而非传统的单一估计值,在鲁棒性和实时性展现出独特优势,已被应用于解决电网状态估计、自动驾驶车辆轨迹范围等问题。文献[4]将区间观测器方法应用于故障检测问题,能够生成包含真实状态的时变区间包络,当系统输出或残差超出预设区间阈值时,即可触发故障警报。该方法不仅能够有效区分系统正常波动与故障异常,而且能够简化残差评价器的设计流程,尤其适用于存在参数摄动、未建模动态及有界外部扰动的工业场景^[5-7]。文献[7]设计了参数相关区间观测器,并构建残差区间以实现执行器故障的动态检测。文献[5-7]仅考虑了全频域范围内的系统性能分析,然而实际工程中的故障往往呈现显著的频域分布特性。以典型的卡死故障为例,其故障特征表现为零频特性。相较于全频域故障检测,有限频域故障检测能够针对故障信号的特定频率分布特征进行优化设计,通过提升目标频段的故障敏感性以有效地抑制有限频域内的故障对残差的影响,进而实现更精确的故障检测。Liu 等^[8]开创性地将 H_∞ 性能指标引入有限频域故障检测,通过优化 H_∞ 性能指标来提高检测精度。Zhang 等^[9]进一步结合输出分区技术实现了离散模糊系统的频域优化检测。

Markov 跳变系统通过概率转移机制描述系统模态的随机切换特性,能够有效刻画现代工业系统中因环境扰动、部件故障或参数突变引发的多模态耦合动态行为^[10],已被成功应用于智能交通^[11]、工业系统^[12]电力系统^[13]等领域。Markov 跳变系统的故障检测已开始受到关注^[14-15]。T-S 模糊系统通过模糊规则将非线性系统分解为局部线性子系统的加权组合,实现了对复杂非线性动态的高精度逼近,其优势在于融合线性系统理论与模糊逻辑的非线性处理能力,显著简化控制器设计并增强系统鲁棒性。将两者融合形成模糊 Markov 跳变系统可以提升其模型在处理非线性和随机性的优势,具有重要的科学意义和潜在应用价值。

基于上述分析,本文将基于区间观测器方法研究一类离散时间模糊 Markov 跳变系统的有限频域故障检测问题。鉴于该类系统的随机性,无法应用传统广义 KYP(Kalman-Yakubovich-Popov)引理^[15]实现有限频段性能指标的等效转换,给故障检测问题带来挑战。另外,如何在执行器故障和持续有界干扰下实现模糊 Markov 跳变系统的正性区间观测器设计也具有一定的难度。为解决这些难题,针对模糊 Markov 跳变系统模型,同时利用系统状态与持续干扰的上下界构建模态依赖的模糊区间观测器和基于区间观测器的上下界估计误差增广系统,基于正系统理论保证误差系统正性的同时并生成实时残差区间。区别于故障检测的频域分析方法和基于传统观测器的方法,通过引入有限频域 H_∞ 性能分析提升残差区间对故障信号的敏感度,并引入 l_∞ 性能分析提升残差信号对持续有界干扰的鲁棒性。基于 H_∞ 性能和 l_∞ 性能分析结果,提出了模糊区间观测器的可行性设计方法,实现模糊 Markov 跳变系统的有限频域故障检测。最后,通过数值算例验证所提模糊区间观测器方法:(1)在执行器发生突变故障和缓变故障时,相比传统观测器方法故障检测时间更短;(2)在全频域故障检测依然有效;(3)当执行器发生“小”突变故障时实现有限频域故障检测,而基于传统观测器的有限频域故障检测方法失效。

符号说明:对于对称矩阵 $\mathbf{P}$, $\mathbf{P} > 0$ (≥ 0) 表示 $\mathbf{P}$ 为正定(正半定)矩阵。 $\mathbf{R}^n$ 表示 n 维实向量集合, $\mathbf{R}^{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 维实矩阵集合。 $\mathbf{1}_n$ 表示元素全部为 1 的 n 维列向量。 $\text{diag}\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$ 表示由矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 组成的分块

对角矩阵。对于矩阵 $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}^+$ 表示 $\mathbf{A}$ 中元素和 0 的最大值组成的矩阵, $\mathbf{A}^- = \mathbf{A}^+ - \mathbf{A}$, $\lambda_{\min}(\mathbf{A})$ 表示 $\mathbf{A}$ 的最小特征值, $\text{Sym}\{\mathbf{A}\} = \mathbf{A} + \mathbf{A}^T$, $[\mathbf{A}]_{u,v}$, $[\mathbf{A}]_{c,\sigma}$ 和 $[\mathbf{A}]_{r,\sigma}$ 分别表示 $\mathbf{A}$ 的第 u 行第 v 列, 第 σ 列和第 σ 行元素。 $\mathbf{x} > 0$ (≥ 0) 表示向量 $\mathbf{x}$ 的所有元素都是严格正(非负), $\mathbf{x}$ 的 2 范数为 $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}$ 。信号 $\mathbf{v}(k)$ 的 l_∞ 范数和 l_2 范数分别为 $\|\mathbf{v}\|_{l_\infty} = \sup_{k \in \mathbb{N}} \mathbb{E}\{\|\mathbf{v}(k)\|\}$ 和 $\|\mathbf{v}\|_{l_2} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} \|\mathbf{v}(k)\|^2}$ 。 $l_2[0, \infty)$ 表示具有有限 l_2 范数的信号构成的空间。

1 问题描述

考虑如下离散时间模糊 Markov 跳变系统。

模糊规则 i : 如果 $\theta_1(k) \in \mu_{i1}, \theta_2(k) \in \mu_{i2}, \dots, \theta_p(k) \in \mu_{ip}$, 那么

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_{i,r_k} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{i,r_k} \boldsymbol{\omega}(k) + \mathbf{F}_{i,r_k} \mathbf{f}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_{i,r_k} \mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^{n_x}$ 为系统状态, $\boldsymbol{\omega}(k) \in \mathbf{R}^{n_w}$ 为干扰输入, $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^{n_y}$ 为量测输出, $\mathbf{f}(k) \in \mathbf{R}^{n_f}$ 为待检测的执行器故障信号。初始状态 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ 满足 $\underline{\mathbf{x}}_0 \leq \mathbf{x}_0 \leq \bar{\mathbf{x}}_0$, $\underline{\mathbf{x}}_0$ 和 $\bar{\mathbf{x}}_0$ 分别为已知定常上界和下界。 $\boldsymbol{\omega}(k)$ 满足 $\underline{\boldsymbol{\omega}}(k) \leq \boldsymbol{\omega}(k) \leq \bar{\boldsymbol{\omega}}(k)$, $\forall k \in \mathbb{N}$, $\bar{\boldsymbol{\omega}}(k)$ 和 $\underline{\boldsymbol{\omega}}(k)$ 分别为已知时变上界和下界。 $i=1, 2, \dots, s$, s 是模糊规则数。 $\boldsymbol{\theta}(k) = [\theta_1(k), \theta_2(k), \dots, \theta_p(k)]$ 是前件变量。 $\mu_{ie} (e=1, 2, \dots, p)$ 为模糊集。 $\{r_k, k \in \mathbb{N}\}$ 是在有限集合 $\Gamma = \{1, 2, \dots, N\}$ 取值的离散时间 Markov 链, 其转移概率矩阵为 $\mathbf{A}$, 且 $\pi_{lt} = [\mathbf{A}]_{l,t} = \Pr\{r_{k+1}=t \mid r_k=l\} \geq 0, \forall l, t \in \Gamma, \sum_{t=1}^N \pi_{lt} = 1$ 。当 $r_k=l$ 时, $\mathbf{A}_{i,l}, \mathbf{B}_{i,l}, \mathbf{C}_{i,l}$ 和 $\mathbf{F}_{i,l}$ 为具有适当维数的常数矩阵。应用单点模糊化、乘积推理和中心平均反模糊化方法, 模糊 Markov 跳变系统的全局模型可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [\mathbf{A}_{i,r_k} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{i,r_k} \boldsymbol{\omega}(k) + \mathbf{F}_{i,r_k} \mathbf{f}(k)], \\ \mathbf{y}(k) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \mathbf{C}_{i,r_k} \mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (2)$$

式中 $h_i(\boldsymbol{\theta}(k))$ 是归一化隶属度函数, $h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) = \prod_{e=1}^p \mu_{ie}(\theta_e(k)) / (\sum_{i=1}^s \prod_{e=1}^p \mu_{ie}(\theta_e(k))) \geq 0, \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) = 1$ 。

假设 1^[16] 执行器故障 $\mathbf{f}(k)$ 发生在有限频域 $\Theta = \{\theta_f \in \mathbf{R} \mid \tau(\theta_f - \theta_{f_1})(\theta_f - \theta_{f_2}) \leq 0\}$ 内, 其中 θ_f 代表故障信号发生的频率, θ_{f_1} 和 θ_{f_2} 是已知的标量, $\tau = \pm 1$ 。

注 1 当 $\tau=1, \theta_{f_1} < \theta_{f_2}$ 时, $\Theta = \{\theta_f \in \mathbf{R} \mid \theta_{f_1} \leq \theta_f \leq \theta_{f_2}\}$ 表示中频域; 当 $\tau=1, -\theta_{f_1} = \theta_{f_2} = \theta_{f_l}$ 时, $\Theta = \{\theta_f \in \mathbf{R} \mid |\theta_f| \leq \theta_{f_l}\}$ 表示低频域; 当 $\tau=-1, -\theta_{f_1} = \theta_{f_2} = \theta_{f_h}$ 时, $\Theta = \{\theta_f \in \mathbf{R} \mid |\theta_f| \geq \theta_{f_h}\}$ 表示高频域。

定义 1^[17] 考虑系统 (2), 当 $\mathbf{f}(k) = 0$ 和 $\boldsymbol{\omega}(k) = 0$ 时, 对任意初始条件 $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^{n_x}$ 和 $r_0 \in \Gamma$, 有 $\mathbb{E}\{\sum_{k=0}^{\infty} \|\mathbf{x}(k)\|^2 \mid \mathbf{x}_0, r_0\} < \infty$ 成立, 则称系统 (2) 是随机内稳定的。

引理 1^[18] (投影引理) 给定对称矩阵 Ψ 和矩阵 $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$, 存在矩阵 $\mathbf{U}$ 满足 $\Psi + \mathbf{X}\mathbf{U}\mathbf{Y}^T + \mathbf{Y}\mathbf{U}^T\mathbf{X}^T < 0$ 的充要条件为 $\mathbf{X}^\perp \Psi (\mathbf{X}^\perp)^T < 0, \mathbf{Y}^\perp \Psi (\mathbf{Y}^\perp)^T < 0$, 其中 $\mathbf{X}^\perp$ 和 $\mathbf{Y}^\perp$ 分别为矩阵 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的正交补。

定义 2^[19] 考虑如下 T-S 模糊系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [\mathbf{A}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_i \mathbf{f}(k)], \\ \mathbf{r}(k) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \mathbf{C}_i \mathbf{x}(k), \end{cases}$$

式中 $\mathbf{r}(k)$ 为残差信号, 对于故障 $\mathbf{f}(k) \in l_2[0, \infty)$, 下列条件成立

(1) 当 $f(k)$ 发生在低频域时,有

$$\sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)][\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)]^T \leq (2\sin \frac{\theta_{f_l}}{2})^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^T(k). \quad (3)$$

(2) 当 $f(k)$ 发生在中频域时,有

$$e^{j(\theta_{f_2} - \theta_{f_1})/2} \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}(k+1) - e^{j\theta_{f_1}} \mathbf{x}(k)][\mathbf{x}(k+1) - e^{j\theta_{f_2}} \mathbf{x}(k)]^T \leq 0. \quad (4)$$

(3) 当 $f(k)$ 发生在高频域时,有

$$\sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)][\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)]^T \geq (2\sin \frac{\theta_{f_h}}{2})^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^T(k). \quad (5)$$

给定标量 $\beta > 0$, 在零初始条件下, 如果 $\|\mathbf{r}\|_{l_2} \geq \beta \|\mathbf{f}\|_{l_2}$ 成立, 则称系统具有有限频域 H_{∞} 性能指标 β .

2 基于区间观测器的有限频域故障检测

当系统在 k 时刻的模式为 l 时, 即 $r_k = l$, 设计如下形式的模糊区间观测器

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [(\mathbf{A}_{i,l} - \bar{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l}) \bar{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_{i,l}^+ \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) - \mathbf{B}_{i,l}^- \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) + \bar{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{y}(k) + \bar{\mathbf{T}}_{i,l} (\bar{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{x}(k))], \\ \underline{\mathbf{x}}(k+1) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [(\mathbf{A}_{i,l} - \underline{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l}) \underline{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_{i,l}^+ \underline{\boldsymbol{\omega}}(k) - \mathbf{B}_{i,l}^- \underline{\boldsymbol{\omega}}(k) + \underline{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{y}(k) - \underline{\mathbf{T}}_{i,l} (\bar{\mathbf{x}}(k) - \underline{\mathbf{x}}(k))], \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\bar{\mathbf{x}}(k)$ 和 $\underline{\mathbf{x}}(k)$ 分别表示状态 $\mathbf{x}(k)$ 的上界和下界估计, $\bar{\mathbf{L}}_{i,l}, \underline{\mathbf{L}}_{i,l}, \bar{\mathbf{T}}_{i,l}$ 和 $\underline{\mathbf{T}}_{i,l}$ 是待设计的观测器增益矩阵。

定义上界估计误差 $\bar{\mathbf{e}}(k) = \bar{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{x}(k)$ 和下界估计误差 $\underline{\mathbf{e}}(k) = \mathbf{x}(k) - \underline{\mathbf{x}}(k)$, 可得到估计误差系统如下

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{e}}(k+1) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [(\mathbf{A}_{i,l} - \bar{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l} + \bar{\mathbf{T}}_{i,l}) \bar{\mathbf{e}}(k) + \mathbf{B}_{i,l}^+ \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) - \mathbf{B}_{i,l}^- \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) - \mathbf{B}_{i,l} \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) + \bar{\mathbf{T}}_{i,l} \bar{\mathbf{e}}(k) - \mathbf{F}_{i,l} \mathbf{f}(k)], \\ \underline{\mathbf{e}}(k+1) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [(\mathbf{A}_{i,l} - \underline{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l} + \underline{\mathbf{T}}_{i,l}) \underline{\mathbf{e}}(k) + \mathbf{B}_{i,l} \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) - \mathbf{B}_{i,l}^+ \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) + \mathbf{B}_{i,l}^- \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) + \underline{\mathbf{T}}_{i,l} \underline{\mathbf{e}}(k) + \mathbf{F}_{i,l} \mathbf{f}(k)]. \end{cases} \quad (7)$$

基于区间观测器(6)估计得到的系统状态上下界, 构建输出信号的上界 $\bar{\mathbf{y}}(k)$ 和下界 $\underline{\mathbf{y}}(k)$, 如下式所示

$$\bar{\mathbf{y}}(k) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [\mathbf{C}_{i,l}^+ \bar{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{C}_{i,l}^- \underline{\mathbf{x}}(k)], \underline{\mathbf{y}}(k) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [\mathbf{C}_{i,l}^+ \underline{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{C}_{i,l}^- \bar{\mathbf{x}}(k)], \quad (8)$$

定义残差信号为 $\bar{\mathbf{r}}(k) = \bar{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{y}(k)$, $\underline{\mathbf{r}}(k) = \underline{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{y}(k)$ 。令 $\hat{\mathbf{r}}(k) = [\bar{\mathbf{r}}^T(k) \quad \underline{\mathbf{r}}^T(k)]^T$, $\hat{\mathbf{e}}(k) = [\bar{\mathbf{e}}^T(k) \quad \underline{\mathbf{e}}^T(k)]^T$, $\hat{\boldsymbol{\omega}}(k) = [(\bar{\boldsymbol{\omega}}(k) - \boldsymbol{\omega}(k))^T \quad (\boldsymbol{\omega}(k) - \underline{\boldsymbol{\omega}}(k))^T]^T$, 则有如下增广误差系统

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{e}}(k+1) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) [\hat{\mathbf{A}}_{i,l} \hat{\mathbf{e}}(k) + \hat{\mathbf{B}}_{i,l} \hat{\boldsymbol{\omega}}(k) + \hat{\mathbf{F}}_{i,l} \mathbf{f}(k)], \\ \hat{\mathbf{r}}(k) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \hat{\mathbf{C}}_{i,l} \hat{\mathbf{e}}(k), \end{cases} \quad (9)$$

式中 $\hat{\mathbf{B}}_{i,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{i,l}^+ & \mathbf{B}_{i,l}^- \\ \mathbf{B}_{i,l}^- & \mathbf{B}_{i,l}^+ \end{bmatrix}$, $\hat{\mathbf{F}}_{i,l} = \begin{bmatrix} -\mathbf{F}_{i,l} \\ \mathbf{F}_{i,l} \end{bmatrix}$, $\hat{\mathbf{A}}_{i,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{i,l} - \bar{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l} + \bar{\mathbf{T}}_{i,l} & \bar{\mathbf{T}}_{i,l} \\ \underline{\mathbf{T}}_{i,l} & \mathbf{A}_{i,l} - \underline{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l} + \underline{\mathbf{T}}_{i,l} \end{bmatrix}$, $\hat{\mathbf{C}}_{i,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{i,l}^+ & \mathbf{C}_{i,l}^- \\ -\mathbf{C}_{i,l}^- & -\mathbf{C}_{i,l}^+ \end{bmatrix}$ 。

定义 3^[20] 给定标量 $\gamma > 0$, 如果系统(9)是随机内稳定的, 并且当 $f(k) = 0$ 时, 系统(9)在零初始条件下满足: $\|\hat{r}\|_{l_\infty} \leq \gamma \|\hat{\omega}\|_{l_\infty}$, 则称系统(9)具有 l_∞ 性能指标 γ 。

为基于模糊区间观测器(6)实现系统(2)的实时故障检测, 需要确保增广误差系统(9)满足以下条件:

- (1) 矩阵 $A_{i,l} - \bar{L}_{i,l}C_{i,l}, A_{i,l} - \underline{L}_{i,l}C_{i,l}, \bar{T}_{i,l}, \underline{T}_{i,l}$ 均为非负矩阵。
- (2) 当 $f(k) = 0$ 时, 系统对干扰满足 l_∞ 性能指标 $\|\hat{r}\|_{l_\infty} \leq \gamma \|\hat{\omega}\|_{l_\infty}$, 其中 $\gamma > 0$ 。
- (3) 当 $\hat{\omega}(k) = 0$ 且故障 $f(k)$ 发生在有限频域 Θ 时, 系统满足 H_- 性能指标 $\|\hat{r}\|_{l_2} \geq \beta \|f\|_{l_2}$, 其中 $\beta > 0$ 。

注 2 条件(1)确保无故障时区间观测器(6)能够实现对系统状态与输出的区间估计, 即 $\underline{x}(k) \leq x(k) \leq \bar{x}(k), \underline{y}(k) \leq y(k) \leq \bar{y}(k)$ 。条件(2)反映了残差信号对外部扰动的鲁棒性, 通过优化设计可使残差对扰动的响应程度最小化, γ 越小表明残差对扰动的鲁棒性越强。条件(3)则表征了残差信号对故障的敏感性, 通过最大化 β 来增强残差对故障的敏感性, 进而提升故障检测的灵敏度。

若增广误差系统(9)满足条件(1)~(3), 将区间观测器作为残差生成器, 进而提出以下故障检测方案

$$\begin{cases} 0 \in [\underline{r}(k)]_m, [\bar{r}(k)]_m, & \text{无故障,} \\ 0 \notin [\underline{r}(k)]_m, [\bar{r}(k)]_m, & \text{检测到故障, 报警,} \end{cases}$$

式中 $m \in \{1, 2, \dots, n_y\}$ 。在无故障情况下, 区间观测器的区间特性确保残差区间始终包含零点, 且残差区间对扰动具有较好的鲁棒性。当故障发生时, 由于无法保证增广误差系统的非负性, 区间特性不再成立。一旦残差区间无法继续包含零点, 即可判定故障发生并触发报警。特别地, 条件(3)的优化设计确保了残差区间对故障表现出较高的敏感性, 从而实现实时且快速的故障检测。

2.1 残差对扰动的鲁棒性条件

定理1 给定标量 $\gamma > 0, 0 < \lambda < 1$, 如果存在正标量 ϵ 及 $P_{1i,l} > 0$, 使得 $\forall i, j \in \Psi, l \in \Gamma$, 下式成立:

$$\begin{bmatrix} -\lambda P_{1j,l} & 0 & -\hat{A}_{j,l}^T \\ * & -\epsilon I & -\hat{B}_{j,l}^T \\ * & * & -\hat{P}_{1i,l}^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} -(1-\lambda)P_{1j,l} & 0 & -\hat{C}_{j,l}^T \\ * & -(\gamma-\epsilon)I & 0 \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

式中 $\tilde{P}_{1i,l} = \sum_{t=1}^N \pi_{it} P_{1i,t}$, 则误差系统(9)是随机内稳定的且满足 l_∞ 性能指标 γ 。

证明 构造模态依赖的模糊 Lyapunov 函数

$$V_1(k) := V_1(\hat{e}(k), r_k) = \hat{e}^T(k) \left(\sum_{i=1}^s h_i(\theta(k)) P_{1i,r_k} \right) \hat{e}(k), \text{ 其中 } P_{1i,r_k} > 0.$$

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{V_1(k+1) \mid \hat{e}(k), r_k\} - \lambda V_1(\hat{e}(k), r_k) - \epsilon \hat{\omega}^T(k) \hat{\omega}(k) \\ &= \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s \sum_{v=1}^s h_i(\theta(k+1)) h_j(\theta(k)) h_v(\theta(k)) [\hat{A}_{j,l} \hat{e}(k) + \hat{B}_{j,l} \hat{\omega}(k)]^T \tilde{P}_{1i,l} [\hat{A}_{v,l} \hat{e}(k) + \hat{B}_{v,l} \hat{\omega}(k)] - \\ & \quad \lambda \hat{e}^T(k) \left(\sum_{j=1}^s h_j(\theta(k)) P_{1j,l} \right) \hat{e}(k) - \epsilon \hat{\omega}^T(k) \hat{\omega}(k) \\ & \leq \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i(\theta(k+1)) h_j(\theta(k)) [\hat{e}^T(k) \hat{\omega}^T(k)] \begin{bmatrix} \hat{A}_{j,l}^T \tilde{P}_{1i,l} \hat{A}_{j,l} - \lambda P_{1j,l} & \hat{A}_{j,l}^T \tilde{P}_{1i,l} \hat{B}_{j,l} \\ * & \hat{B}_{j,l}^T \tilde{P}_{1i,l} \hat{B}_{j,l} - \epsilon I \end{bmatrix} [\hat{e}^T(k) \hat{\omega}^T(k)]^T, \end{aligned}$$

由 Schur 补引理及式(10)可知

$$\mathbb{E}\{V_1(\hat{e}(k+1), r_{k+1}) \mid \hat{e}(k), r_k\} - \lambda V_1(\hat{e}(k), r_k) - \epsilon \hat{\omega}^T(k) \hat{\omega}(k) < 0. \quad (12)$$

当 $\hat{\omega}(k) = 0$ 时, 有 $\mathbb{E}\{\Delta V_1(k)\} < (\lambda - 1)V_1(\hat{e}(k), r_k) < 0$ 成立。令 $\delta_{i,l} = \lambda_{\min}(\mathbf{P}_{1i,l}), \delta_l = \min_{i \in \Psi} \{\delta_{i,l}\}$, 则 $\mathbb{E}\{\Delta V_1(k)\} < (\lambda - 1)V_1(\hat{e}(k), r_k) \leq (\lambda - 1)\delta_l \|\hat{e}(k)\|^2$, 将上式的变量 k 从 0 到 ∞ 求和可得 $\mathbb{E}\{\sum_{k=0}^{\infty} \|\hat{e}(k)\|^2\} < \frac{V_1(\hat{e}(0), r_0) - V_1(\hat{e}(k+1), r_{k+1})|_{k=\infty}}{(1-\lambda)\delta} \leq \frac{V_1(\hat{e}(0), r_0)}{(1-\lambda)\delta} < \infty$, 其中 $\delta = \min_{l \in \Gamma} \{\delta_l\}$ 。因此, 误差系统(9)是随机内稳定的。

$$\begin{aligned} & \gamma^{-1} \hat{\mathbf{r}}^T(k) \hat{\mathbf{r}}(k) - [(1-\lambda)V_1(\hat{e}(k), r_k) + (\gamma - \epsilon)\hat{\omega}^T(k)\hat{\omega}(k)] \\ &= \gamma^{-1} \sum_{j=1}^s \sum_{v=1}^s h_j(\boldsymbol{\theta}(k)) h_v(\boldsymbol{\theta}(k)) \hat{\mathbf{e}}^T(k) \hat{\mathbf{C}}_{j,l}^T \hat{\mathbf{C}}_{v,l} \hat{\mathbf{e}}(k) - (1-\lambda) \sum_{j=1}^s h_j(\boldsymbol{\theta}(k)) \hat{\mathbf{e}}^T(k) \mathbf{P}_{1j,l} \hat{\mathbf{e}}(k) - \\ & (\gamma - \epsilon) \hat{\omega}^T(k) \hat{\omega}(k) \leq \sum_{j=1}^s h_j(\boldsymbol{\theta}(k)) \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}^T(k) & \hat{\omega}^T(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma^{-1} \hat{\mathbf{C}}_{j,l}^T \hat{\mathbf{C}}_{j,l} - (1-\lambda) \mathbf{P}_{1j,l} & 0 \\ * & -(\gamma - \epsilon) \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}(k) \\ \hat{\omega}(k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

由 Schur 补引理及式(11)可知

$$\hat{\mathbf{r}}^T(k) \hat{\mathbf{r}}(k) - \gamma [(1-\lambda)V_1(\hat{e}(k), r_k) + (\gamma - \epsilon)\hat{\omega}^T(k)\hat{\omega}(k)] < 0. \quad (13)$$

根据不等式(13)可知

$$V_1(\hat{e}(k), r_k) < \lambda^k V_1(\hat{e}(0), r_0) + \frac{\epsilon(1-\lambda^k)}{1-\lambda} \sup_{q \in [0, k-1]} \|\hat{\omega}(k-q-1)\|^2. \quad (14)$$

在零初始条件下, 将(14)代入(13)可得

$$\hat{\mathbf{r}}^T(k) \hat{\mathbf{r}}(k) < \gamma \epsilon (1-\lambda^k) \sup_{q \in [0, k-1]} \|\hat{\omega}(k-q-1)\|^2 + \gamma(\gamma - \epsilon) \hat{\omega}^T(k) \hat{\omega}(k). \quad (15)$$

对不等式(15)取期望, 可知 $\sup_{k \in [0, \infty)} \mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{r}}(k)\|^2\} \leq \gamma \epsilon \sup_{k \in [0, \infty)} \|\hat{\omega}(k)\|^2 + \gamma(\gamma - \epsilon) \sup_{k \in [0, \infty)} \|\hat{\omega}(k)\|^2$ 成立, 从而可得 $\sup_{k \in [0, \infty)} \mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{r}}(k)\|^2\} \leq \gamma^2 \sup_{k \in [0, \infty)} \|\hat{\omega}(k)\|^2$, 即 $\|\hat{\mathbf{r}}\|_{l_\infty} \leq \gamma \|\hat{\omega}\|_{l_\infty}$ 。因此增广误差系统(9)具有 l_∞ 性能指标 γ 。

2.2 残差对故障的敏感性条件

实际系统中, 执行器故障往往处于有限频域。若采用传统的全频域故障检测方法, 可能导致检测方案过于保守。文献[21]将基于广义 KYP 引理的有限频域故障检测方法推广至 Markov 跳变系统, 实现了各子系统的有限频域性能表征。然而, 各子系统具有有限频域性能并不能保证整个 Markov 跳变系统具有相同特性。为降低理论分析的保守性, 应确保整个 Markov 跳变系统具有有限频域性能指标。本节将文献[22]中去随机化方法应用到模糊 Markov 跳变系统的研究中, 通过将多模态的模糊 Markov 跳变系统转化为单模态模糊系统, 给出有限频域 H_∞ 性能指标的分析结果, 同时充分考量模态转移概率对系统动态特性的影响。

对增广误差系统(9)去随机化处理, 引入指示函数(16)来表征系统的当前模态。

$$\mathbf{1}_{\{r_k=l\}}(\omega) = \begin{cases} 1, & r_k(\omega) = l, l \in \Gamma, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \quad (16)$$

Markov 化系统(9)的状态并取数学期望得 $\tilde{\mathbf{e}}_l(k) = \mathbb{E}\{\hat{\mathbf{e}}(k) \mathbf{1}_{\{r_k=l\}}\}$, 则 $\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{e}}(k)\} = \sum_{l=1}^N \mathbb{E}\{\hat{\mathbf{e}}(k) \mathbf{1}_{\{r_k=l\}}\} = \sum_{l=1}^N \tilde{\mathbf{e}}_l(k)$ 。类似地, 定义 $\tilde{\mathbf{r}}_l(k) = \mathbb{E}\{\hat{\mathbf{r}}(k) \mathbf{1}_{\{r_k=l\}}\}$, $\tilde{\mathbf{f}}_l(k) = \mathbb{E}\{f(k) \mathbf{1}_{\{r_k=l\}}\}$, $\tilde{\omega}_l(k) = \mathbb{E}\{\hat{\omega}(k) \mathbf{1}_{\{r_k=l\}}\}$ 和以下增广向量:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{e}}(k) &= [\tilde{\mathbf{e}}_1^T(k) \quad \tilde{\mathbf{e}}_2^T(k) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{e}}_N^T(k)]^T, \tilde{\mathbf{r}}(k) = [\tilde{\mathbf{r}}_1^T(k) \quad \tilde{\mathbf{r}}_2^T(k) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{r}}_N^T(k)]^T, \\ \tilde{\omega}(k) &= [\tilde{\omega}_1^T(k) \quad \tilde{\omega}_2^T(k) \quad \cdots \quad \tilde{\omega}_N^T(k)]^T, \tilde{\mathbf{f}}(k) = [\tilde{\mathbf{f}}_1^T(k) \quad \tilde{\mathbf{f}}_2^T(k) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{f}}_N^T(k)]^T, \end{aligned}$$

可得到如下系统

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{e}}(k+1) = \hat{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{e}}(k) + \hat{\mathbf{B}}_i \tilde{\omega}(k) + \hat{\mathbf{F}}_i \tilde{\mathbf{f}}(k), \\ \tilde{\mathbf{r}}(k) = \hat{\mathbf{C}}_i \tilde{\mathbf{e}}(k), \end{cases} \quad (17)$$

式中 $\hat{\mathbf{A}}_i = (\mathbf{\Pi}^T \otimes \mathbf{I}) \cdot \text{diag}\{\hat{\mathbf{A}}_{i,1}, \hat{\mathbf{A}}_{i,2}, \dots, \hat{\mathbf{A}}_{i,N}\}$, $\hat{\mathbf{B}}_i = (\mathbf{\Pi}^T \otimes \mathbf{I}) \cdot \text{diag}\{\hat{\mathbf{B}}_{i,1}, \hat{\mathbf{B}}_{i,2}, \dots, \hat{\mathbf{B}}_{i,N}\}$, $\hat{\mathbf{C}}_i = \text{diag}\{\hat{\mathbf{C}}_{i,1},$

$\hat{\mathbf{C}}_{i,2}, \dots, \hat{\mathbf{C}}_{i,N}\}, \hat{\mathbf{F}}_i = (\Pi^T \otimes \mathbf{I}) \cdot \text{diag}\{\hat{\mathbf{F}}_{i,1}, \hat{\mathbf{F}}_{i,2}, \dots, \hat{\mathbf{F}}_{i,N}\}$ 。因此增广误差系统(9)可以转化为单一模态的模糊系统

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{e}}(k+1) = \hat{\mathbf{A}}(h)\tilde{\mathbf{e}}(k) + \hat{\mathbf{B}}(h)\tilde{\mathbf{w}}(k) + \hat{\mathbf{F}}(h)\tilde{\mathbf{f}}(k), \\ \tilde{\mathbf{r}}(k) = \hat{\mathbf{C}}(h)\tilde{\mathbf{e}}(k), \end{cases} \quad (18)$$

式中 $\hat{\mathbf{A}}(h) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \hat{\mathbf{A}}_i, \hat{\mathbf{B}}(h) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \hat{\mathbf{B}}_i, \hat{\mathbf{F}}(h) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \hat{\mathbf{F}}_i, \hat{\mathbf{C}}(h) = \sum_{i=1}^s h_i(\boldsymbol{\theta}(k)) \hat{\mathbf{C}}_i$ 。

考虑到

$$\mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{r}}(k)\|^2\} = \sum_{l=1}^N \mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{r}}(k)1_{\{r_k=l\}}\|^2\} = \sum_{l=1}^N \|\tilde{\mathbf{r}}_l(k)\|^2 = \|\tilde{\mathbf{r}}(k)\|^2, \quad (19)$$

故原残差信号 $\hat{\mathbf{r}}(k)$ 和新定义的信号 $\tilde{\mathbf{r}}(k)$ 具有相同的 l_2 范数,即 $\|\hat{\mathbf{r}}\|_{l_2} = \|\tilde{\mathbf{r}}\|_{l_2}$ 。同理可得 $\|\mathbf{f}\|_{l_2} = \|\tilde{\mathbf{f}}\|_{l_2}$,说明系统(9)和系统(18)的 H_{∞} 性能指标设计问题等价。

定理 2 给定标量 $\beta > 0$,如果存在 $\mathbf{P}_2(h) > 0, \mathbf{Q} > 0$,对于任意的 $h = (h_1(\boldsymbol{\theta}(k)), h_2(\boldsymbol{\theta}(k)), \dots, h_s(\boldsymbol{\theta}(k))), h^+ = (h_1(\boldsymbol{\theta}(k+1)), h_2(\boldsymbol{\theta}(k+1)), \dots, h_s(\boldsymbol{\theta}(k+1)))$,有如下不等式成立

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}(h) & \hat{\mathbf{F}}(h) \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\Xi} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}(h) & \hat{\mathbf{F}}(h) \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}}(h) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\Lambda} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}}(h) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

则系统(18)具有有限频域 H_{∞} 性能指标 β 。 $\boldsymbol{\Xi}$ 在不同频域的形式如表 1 所示,其中 $\theta_{f_c} = (\theta_{f_1} + \theta_{f_2})/2, \theta_{f_w} = (\theta_{f_2} - \theta_{f_1})/2$ 。

表 1 矩阵 $\boldsymbol{\Xi}$ 在不同频域的形式

Tab. 1 The form of matrix $\boldsymbol{\Xi}$ in different frequency domains

Frequency domain	θ_f	$\boldsymbol{\Xi}$
Low frequency domain	$ \theta_f \leq \theta_{f_l}$	$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_2(h^+) & \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{P}_2(h) - 2\cos\theta_{f_l}\mathbf{Q} \end{bmatrix}$
Middle frequency domain	$\theta_{f_1} \leq \theta_f \leq \theta_{f_2}$	$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_2(h^+) & e^{j\theta_{f_c}}\mathbf{Q} \\ e^{-j\theta_{f_c}}\mathbf{Q} & \mathbf{P}_2(h) - 2\cos\theta_{f_w}\mathbf{Q} \end{bmatrix}$
High frequency domain	$ \theta_f \geq \theta_{f_h}$	$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_2(h^+) & -\mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{P}_2(h) - 2\cos\theta_{f_h}\mathbf{Q} \end{bmatrix}$

证明 当执行器故障发生在中频段时,对式(20)左乘 $[\tilde{\mathbf{e}}^T(k) \tilde{\mathbf{f}}^T(k)]$ 右乘其转置,且由矩阵迹的性质 $\text{tr}(\xi\eta^T\mathbf{Q}) = \eta^T\mathbf{Q}\xi$,可得

$$\begin{aligned} & -\tilde{\mathbf{e}}^T(k+1)\mathbf{P}_2(h^+)\tilde{\mathbf{e}}(k+1) + \tilde{\mathbf{e}}^T(k)\mathbf{P}_2(h)\tilde{\mathbf{e}}(k) - \tilde{\mathbf{r}}^T(k)\tilde{\mathbf{r}}(k) + \beta^2\tilde{\mathbf{f}}^T(k)\tilde{\mathbf{f}}(k) + \\ & \text{tr}\{[e^{-j\theta_{f_c}}\tilde{\mathbf{e}}(k+1)\tilde{\mathbf{e}}^T(k) + e^{j\theta_{f_c}}\tilde{\mathbf{e}}(k)\tilde{\mathbf{e}}^T(k+1) - 2\cos\theta_{f_w}\tilde{\mathbf{e}}(k)\tilde{\mathbf{e}}^T(k)]\mathbf{Q}\} \leq 0. \end{aligned} \quad (21)$$

选取 Lyapunov 函数为 $V_2(k) = \tilde{\mathbf{e}}^T(k)\mathbf{P}_2(h)\tilde{\mathbf{e}}(k)$,则有

$$\begin{aligned} & -\Delta V_2(k) + \text{tr}\{[e^{-j\theta_{f_c}}\tilde{\mathbf{e}}(k+1)\tilde{\mathbf{e}}^T(k) + e^{j\theta_{f_c}}\tilde{\mathbf{e}}(k)\tilde{\mathbf{e}}^T(k+1) - \\ & 2\cos\theta_{f_w}\tilde{\mathbf{e}}(k)\tilde{\mathbf{e}}^T(k)]\mathbf{Q}\} - \tilde{\mathbf{r}}^T(k)\tilde{\mathbf{r}}(k) + \beta^2\tilde{\mathbf{f}}^T(k)\tilde{\mathbf{f}}(k) \leq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

在零初始条件下,对不等式(22)的变量 k 从 0 到 ∞ 求和可得

$$\text{tr}(\mathbf{M}\mathbf{Q}) - \sum_{k=0}^{\infty} (\tilde{\mathbf{r}}^T(k)\tilde{\mathbf{r}}(k) - \beta^2\tilde{\mathbf{f}}^T(k)\tilde{\mathbf{f}}(k)) \leq 0, \quad (23)$$

式中 $\mathbf{M} = \sum_{k=0}^{\infty} [e^{-j\theta_{f_c}}\tilde{\mathbf{e}}(k+1)\tilde{\mathbf{e}}^T(k) + e^{j\theta_{f_c}}\tilde{\mathbf{e}}(k)\tilde{\mathbf{e}}^T(k+1) - 2\cos\theta_{f_w}\tilde{\mathbf{e}}(k)\tilde{\mathbf{e}}^T(k)]$ 。根据欧拉公式及式(4)可知

$$\mathbf{M} = -\sum_{k=0}^{\infty} e^{j\theta_{f_w}} [\tilde{\mathbf{e}}(k+1) - e^{j\theta_{f_1}} \tilde{\mathbf{e}}(k)] [\tilde{\mathbf{e}}(k+1) - e^{j\theta_{f_2}} \tilde{\mathbf{e}}(k)]^T \geq 0, \quad (24)$$

则 $\text{tr}(\mathbf{M}\mathbf{Q}) \geq 0$, 由(23)可知 $\sum_{k=0}^{\infty} \tilde{\mathbf{r}}^T(k) \tilde{\mathbf{r}}(k) \geq \beta^2 \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{\mathbf{f}}^T(k) \tilde{\mathbf{f}}(k)$, 因此系统(18)具有 H_{-} 性能指 β 。

同理, 当执行器故障发生在低频段和高频段时, 类似上述过程, 可证系统(18)具有 H_{-} 性能指标 β 。

2.3 基于区间观测器的有限频域故障检测设计条件

定理3 给定标量 $\gamma > 0, \beta > 0, 0 < \lambda < 1$, 如果存在正标量 ϵ , 正定矩阵 $\mathbf{P}_{1j,l}, \mathbf{P}_{2j}, \mathbf{Q}$ 及非负矩阵 $\bar{\mathbf{W}} = \text{diag}\{\mathbf{W}, \mathbf{W}, \dots, \mathbf{W}\}, \bar{\mathbf{Y}}_{j,l}, \mathbf{Y}_{j,l}$, 矩阵 $\bar{\mathbf{G}} = \text{diag}\{\mathbf{G}, \mathbf{G}, \dots, \mathbf{G}\}, \bar{\mathbf{X}}_{j,l}, \mathbf{X}_{j,l}$, 使得如下不等式成立:

$$\mathbf{W}_{11,u} [\mathbf{A}_{i,l}]_{u,v} - [\bar{\mathbf{X}}_{i,l}]_{c,u}^T [\mathbf{C}_{i,l}]_{c,v} + [\bar{\mathbf{Y}}_{i,l}]_{v,u} \geq 0, \quad (25)$$

$$\mathbf{W}_{22,u} [\mathbf{A}_{i,l}]_{u,v} - [\mathbf{X}_{i,l}]_{c,u}^T [\mathbf{C}_{i,l}]_{c,v} + [\mathbf{Y}_{i,l}]_{v,u} \geq 0, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} -\lambda \mathbf{P}_{1j,l} & 0 & -\phi_{j,l} \\ * & -\epsilon \mathbf{I} & -\hat{\mathbf{B}}_{j,l}^T \mathbf{W} \\ * & * & \tilde{\mathbf{P}}_{1i,l} - \text{Sym}\{\mathbf{W}\} \end{bmatrix} < 0, \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} -(1-\lambda) \mathbf{P}_{1j,l} & 0 & -\hat{\mathbf{C}}_{j,l}^T \\ * & -(\gamma - \epsilon) \mathbf{I} & 0 \\ * & * & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_{2i} & e^{j\theta_{f_c}} \mathbf{Q} - \bar{\mathbf{W}} & -\bar{\mathbf{G}} \\ * & \mathbf{P}_{2j} - 2\cos\theta_{f_w} \mathbf{Q} - \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{C}}_j^T \hat{\mathbf{C}}_v + \hat{\mathbf{C}}_v^T \hat{\mathbf{C}}_j) + \text{Sym}\{\phi_j\} & \phi_j + \bar{\mathbf{W}}^T \hat{\mathbf{F}}_j \\ * & * & \text{Sym}\{\bar{\mathbf{G}}^T \hat{\mathbf{F}}_j\} + \beta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

式中

$$\mathbf{W} = \text{diag}\{\mathbf{W}_{11}, \mathbf{W}_{22}\}, \mathbf{W}_{11} = \text{diag}\{\mathbf{W}_{11,1}, \mathbf{W}_{11,2}, \dots, \mathbf{W}_{11,n_x}\}, \mathbf{W}_{22} = \text{diag}\{\mathbf{W}_{22,1}, \mathbf{W}_{22,2}, \dots, \mathbf{W}_{22,n_x}\},$$

$$\mathbf{P}_{1j,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{1j,l11} & \mathbf{P}_{1j,l12} \\ * & \mathbf{P}_{1j,l22} \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11} \mathbf{1}_{n_x} \\ \mathbf{W}_{22} \mathbf{1}_{n_x} \end{bmatrix}, \phi_{j,l} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{j,l}^T \mathbf{W}_{11} - \mathbf{C}_{j,l}^T \bar{\mathbf{X}}_{j,l} + \bar{\mathbf{Y}}_{j,l} & \mathbf{Y}_{j,l} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{j,l} & \mathbf{A}_{j,l}^T \mathbf{W}_{22} - \mathbf{C}_{j,l}^T \mathbf{X}_{j,l} + \mathbf{Y}_{j,l} \end{bmatrix},$$

$$\phi_{j,l} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_{j,l}^T \mathbf{W}_{11} - \mathbf{C}_{j,l}^T \bar{\mathbf{X}}_{j,l} + \bar{\mathbf{Y}}_{j,l} + \mathbf{Y}_{j,l}) \mathbf{1}_{n_x} \\ (\mathbf{A}_{j,l}^T \mathbf{W}_{22} - \mathbf{C}_{j,l}^T \mathbf{X}_{j,l} + \mathbf{Y}_{j,l} + \bar{\mathbf{Y}}_{j,l}) \mathbf{1}_{n_x} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\psi}_j = \text{diag}\{\boldsymbol{\psi}_{j,1}, \boldsymbol{\psi}_{j,2}, \dots, \boldsymbol{\psi}_{j,N}\} \cdot (\mathbf{H}^T \otimes \mathbf{I}), \boldsymbol{\phi}_j = \text{diag}\{\boldsymbol{\phi}_{j,1}, \boldsymbol{\phi}_{j,2}, \dots, \boldsymbol{\phi}_{j,N}\} \cdot (\mathbf{H}^T \otimes \mathbf{I}),$$

则可设计区间观测器(6)保证增广误差系统(9)满足条件(1)~(3), 且区间观测器(6)的增益矩阵为

$$\bar{\mathbf{L}}_{i,l} = \mathbf{W}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{X}}_{i,l}^T, \mathbf{L}_{i,l} = \mathbf{W}_{22}^{-1} \mathbf{X}_{i,l}^T, \bar{\mathbf{T}}_{i,l} = \mathbf{W}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}_{i,l}^T, \mathbf{T}_{i,l} = \mathbf{W}_{22}^{-1} \mathbf{Y}_{i,l}^T. \quad (30)$$

证明 由式(25)可知 $[\mathbf{W}_{11} \mathbf{A}_{i,l} - \mathbf{W}_{11} \bar{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l} + \mathbf{W}_{11} \bar{\mathbf{T}}_{i,l}]_{u,v} = \mathbf{W}_{11,u} [\mathbf{A}_{i,l}]_{u,v} - [\bar{\mathbf{X}}_{i,l}]_{c,u}^T [\mathbf{C}_{i,l}]_{c,v} + [\bar{\mathbf{Y}}_{i,l}]_{v,u} \geq 0$, 由 $\mathbf{W}_{11,u} \geq 0$ 可得 $[\mathbf{A}_{i,l} - \bar{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l} + \bar{\mathbf{T}}_{i,l}]_{u,v} = [\mathbf{A}_{i,l}]_{u,v} - [\bar{\mathbf{L}}_{i,l}]_{r,u} [\mathbf{C}_{i,l}]_{c,v} + [\bar{\mathbf{T}}_{i,l}]_{u,v} \geq 0$, 从而可知 $\mathbf{A}_{i,l} - \bar{\mathbf{L}}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l} + \bar{\mathbf{T}}_{i,l}$ 是非负矩阵。同理可得 $\bar{\mathbf{T}}_{i,l}, \mathbf{T}_{i,l}$ 和 $\mathbf{A}_{i,l} - \mathbf{L}_{i,l} \mathbf{C}_{i,l} + \mathbf{T}_{i,l}$ 是非负矩阵。

对不等式(10)左乘矩阵 $\text{diag}\{\mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{W}^T\}$, 右乘矩阵 $\text{diag}\{\mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{W}\}$, 且由 $-\mathbf{W}^T \tilde{\mathbf{P}}_{1i,l}^{-1} \mathbf{W} \leq \tilde{\mathbf{P}}_{1i,l} - (\mathbf{W} + \mathbf{W}^T)$ 可知, 不等式(10)成立可由下式保证

$$\begin{bmatrix} -\lambda \mathbf{P}_{1j,l} & 0 & -\hat{\mathbf{A}}_{j,l}^T \mathbf{W} \\ * & -\epsilon \mathbf{I} & -\hat{\mathbf{B}}_{j,l}^T \mathbf{W} \\ * & * & \tilde{\mathbf{P}}_{1i,l} - \text{Sym}\{\mathbf{W}\} \end{bmatrix} < 0. \quad (31)$$

由已知 $\mathbf{W} = \text{diag}\{\mathbf{W}_{11}, \mathbf{W}_{22}\}$ 及式(30)可得不等式(31)等价于不等式(27)。

不等式(20)可重新改写为

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}(h) & \hat{\mathbf{F}}(h) \\ \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\mathbf{P}_2(h^+) & e^{j\theta_{f_c}} \mathbf{Q} & 0 \\ * & \mathbf{P}_2(h) - 2\cos\theta_{f_w} \mathbf{Q} - \hat{\mathbf{C}}^T(h) \hat{\mathbf{C}}(h) & 0 \\ * & * & \beta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}(h) & \hat{\mathbf{F}}(h) \\ \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (32)$$

由矩阵 $\mathbf{P}_2(h^+) > 0$ 知下式成立

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\mathbf{P}_2(h^+) & e^{j\theta_{f_c}} \mathbf{Q} & 0 \\ * & \mathbf{P}_2(h) - 2\cos\theta_{f_w} \mathbf{Q} - \hat{\mathbf{C}}^T(h) \hat{\mathbf{C}}(h) & 0 \\ * & * & \beta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (33)$$

由引理 1 可知不等式(29)成立。因此由定理 1 和定理 2 知增广误差系统(10)满足条件(1)~(3)。

为获得满意的 l_∞ 性能指标 γ 与 H_∞ 性能指标 β , 采用目标函数加权求和法将多目标问题转化为单目标优化问题

$$\min_{\epsilon, \mathbf{P}_{1j,l}, \mathbf{P}_{2j}, \mathbf{Q}, \bar{\mathbf{W}}, \bar{\mathbf{Y}}_{j,l}, \underline{\mathbf{Y}}_{j,l}} \gamma - \kappa\beta \text{ s. t. (25) } \sim \text{(29)}, \quad (34)$$

式中 $\epsilon > 0, \mathbf{P}_{1j,l} > 0, \mathbf{P}_{2j} > 0, \mathbf{Q} > 0, \bar{\mathbf{W}} \geq 0, \bar{\mathbf{Y}}_{j,l} \geq 0, \underline{\mathbf{Y}}_{j,l} \geq 0, \forall j \in \Psi, l \in \Gamma$ 。 $\kappa > 0$ 为给定的权重因子。定理 3 中区间观测器的设计条件作为求解凸优化问题的约束条件, 进而可利用 MATLAB 的 YALMIP 工具箱求解该优化问题, 若(34)有解, 则最优的区间观测器增益矩阵 $\bar{\mathbf{L}}_{j,l}, \underline{\mathbf{L}}_{j,l}, \bar{\mathbf{T}}_{j,l}, \underline{\mathbf{T}}_{j,l}$ 可由下式求得

$$\bar{\mathbf{L}}_{i,l} = \mathbf{W}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{X}}_{i,l}^T, \underline{\mathbf{L}}_{i,l} = \mathbf{W}_{22}^{-1} \underline{\mathbf{X}}_{i,l}^T, \bar{\mathbf{T}}_{i,l} = \mathbf{W}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}_{i,l}^T, \underline{\mathbf{T}}_{i,l} = \mathbf{W}_{22}^{-1} \underline{\mathbf{Y}}_{i,l}^T。$$

3 仿真算例

考虑具有以下系数矩阵的系统(2)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{11} &= \begin{bmatrix} 1 & 0.05 \\ -0.94 & 0.6 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0.05 \\ -0.52 & 0.3 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} 1.1 & 0.06 \\ -0.66 & 0.4 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0.06 \\ -0.36 & 0.6 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_{11} &= \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{12} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{21} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{22} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.13 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{11} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{21} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{22} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_{11} &= [1], \mathbf{C}_{12} = [1], \mathbf{C}_{21} = [1], \mathbf{C}_{22} = [1]。 \end{aligned}$$

转移概率矩阵为 $\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.45 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}$, 隶属函数为 $h_1(\mathbf{x}_1(k)) = 0.5 + 0.5\sin(\mathbf{x}_1(k)), h_2(\mathbf{x}_1(k)) = 0.5 -$

$0.5\sin(\mathbf{x}_1(k))$ 。初始状态及其上下界为 $\mathbf{x}(0) = [0.05 \quad -0.05]^T, \bar{\mathbf{x}}(0) = [0.08 \quad 0]^T, \underline{\mathbf{x}}(0) = [0.02 \quad -0.1]^T$, 干扰输入及其上下界为 $\boldsymbol{\omega}(k) = 0.15\cos(9k) - 0.03\sin(9k), \bar{\boldsymbol{\omega}}(k) = 0.15\cos(9k) + 0.03,$
 $\underline{\boldsymbol{\omega}}(k) = 0.15\cos(9k) - 0.03$ 。执行器故障发生在有限频域 $\Theta = \{\theta_f \in \mathbf{R} \mid 0.01 \leq \theta_f \leq 0.04\}$ 。

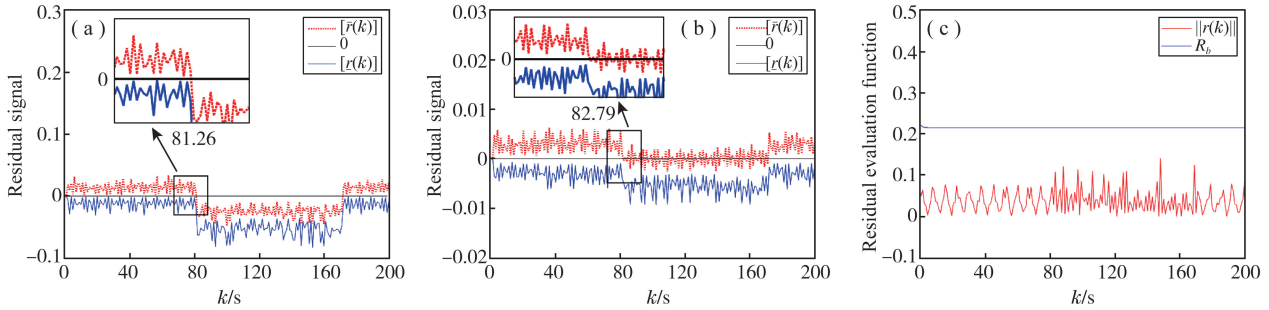
选取 $\kappa = 1, \lambda = 0.5$, 求解(34), 可得到最优性能指标 $\gamma = 1.4906, \beta = 0.3851$, 区间观测器的增益矩阵为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{L}}_{11} &= \begin{bmatrix} 1.0346 \\ -0.8300 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{L}}_{12} = \begin{bmatrix} 2.5083 \\ -1.0648 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{L}}_{21} = \begin{bmatrix} 1.1035 \\ -0.0670 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{L}}_{22} = \begin{bmatrix} 1.0010 \\ -0.3593 \end{bmatrix}, \\ \underline{\mathbf{L}}_{11} &= \begin{bmatrix} 0.9829 \\ -0.9476 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{L}}_{12} = \begin{bmatrix} 2.4971 \\ -1.3206 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{L}}_{21} = \begin{bmatrix} 1.0992 \\ -0.6639 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{L}}_{22} = \begin{bmatrix} 0.9999 \\ -0.3599 \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathbf{T}}_{11} &= \begin{bmatrix} 0.0959 & 0.0099 \\ 0.2720 & 0.0250 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{T}}_{12} = \begin{bmatrix} 0.0256 & 0.0024 \\ 0.3340 & 0.0392 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{T}}_{21} = \begin{bmatrix} 0.0203 & 0.0037 \\ 1.3148 & 0.0219 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{T}}_{22} = \begin{bmatrix} 0.0092 & 0.0615 \\ 0.0148 & 0.0023 \end{bmatrix}, \\ \underline{\mathbf{T}}_{11} &= \begin{bmatrix} 0.0171 & 0.0038 \\ 0.0249 & 0.0058 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{T}}_{12} = \begin{bmatrix} 0.0056 & 0.0011 \\ 0.0302 & 0.0097 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{T}}_{21} = \begin{bmatrix} 0.0028 & 0.0009 \\ 0.0154 & 0.0043 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{T}}_{22} = \begin{bmatrix} 0.0008 & 0.0601 \\ 0.0014 & 0.0003 \end{bmatrix}。 \end{aligned}$$

考虑突变故障和缓变故障两类执行器故障,具体包括“小”突变故障 $f_1(k)$,“大”突变故障 $f_2(k)$,线性缓变故障 $f_3(k)$ 和非线性缓变故障 $f_4(k)$,其中

$$f_1(k) = \begin{cases} 0, & 0 < k \leq 80, 170 < k \leq 200, \\ 0.05, & 80 < k \leq 170, \end{cases} \quad f_2(k) = \begin{cases} 0, & 0 < k \leq 60, 160 < k \leq 200, \\ 0.2, & 60 < k \leq 160, \end{cases}$$

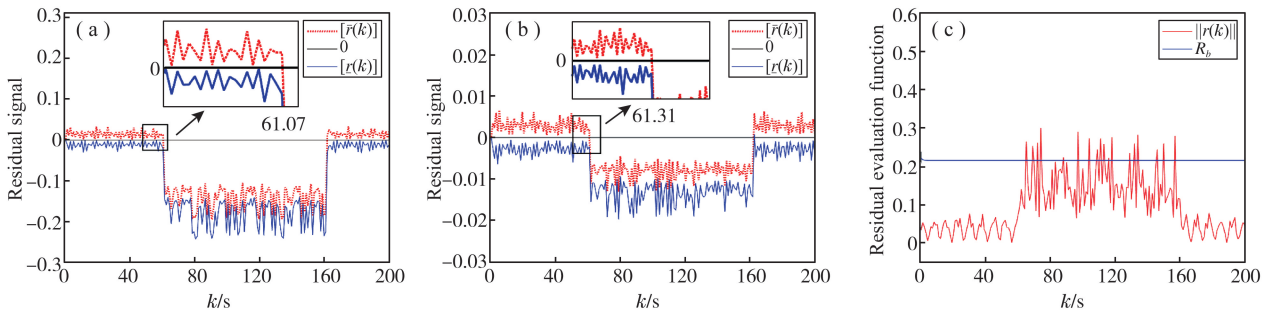
$$f_3(k) = \begin{cases} 0, & 0 < k \leq 40, 150 < k \leq 200, \\ 0.008(k-40), & 40 < k \leq 150, \end{cases} \quad f_4(k) = \begin{cases} 0, & 0 < k \leq 60, 120 < k \leq 200, \\ -0.0092e^{0.08(k-60)}, & 60 < k \leq 120. \end{cases}$$



注:(a) 基于区间观测器的有限频域故障检测;(b) 基于区间观测器的全频域故障检测;(c) 基于观测器的有限频域故障检测。

图1 “小”突变故障的检测效果

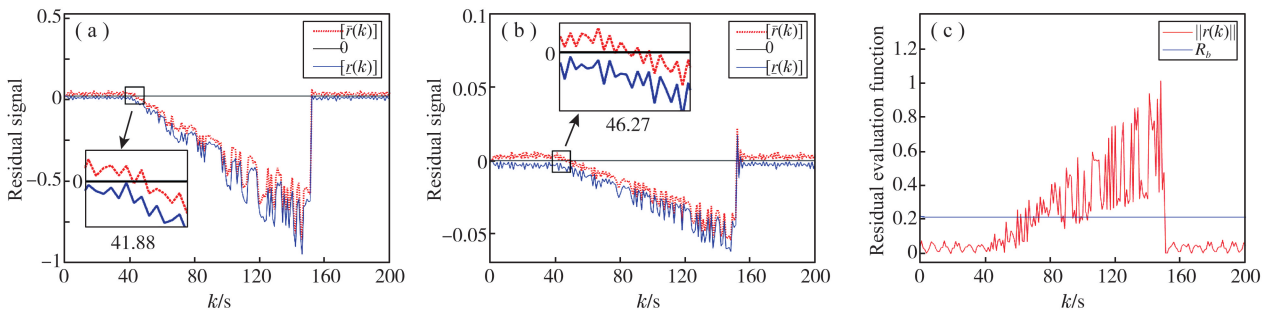
Fig. 1 Detection effect of small mutation faults



注:(a) 基于区间观测器的有限频域故障检测;(b) 基于区间观测器的全频域故障检测;(c) 基于观测器的有限频域故障检测。

图2 “大”突变故障的检测效果

Fig. 2 Detection effect of large mutation faults

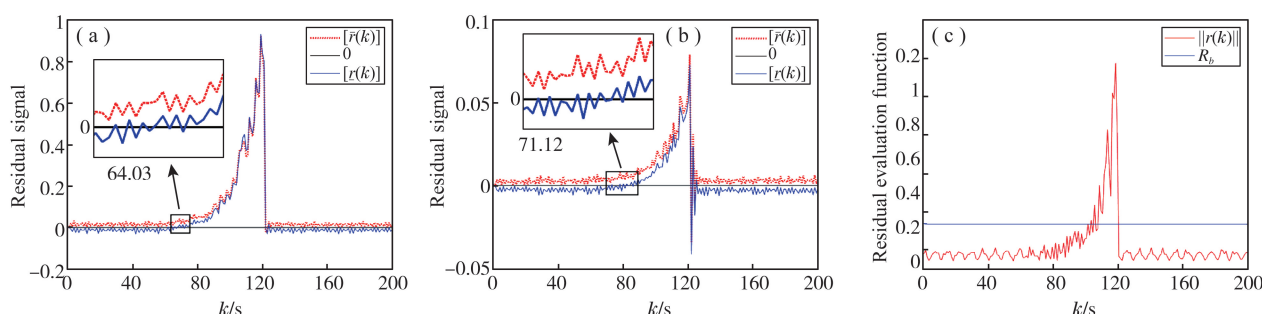


注:(a) 基于区间观测器的有限频域故障检测;(b) 基于区间观测器的全频域故障检测;(c) 基于观测器的有限频域故障检测。

图3 线性缓变故障的检测效果

Fig. 3 Detection effect of linear retardation faults

本文将所提方法与基于区间观测器的全频域故障检测方法以及基于观测器的有限频域故障检测方法进行对比分析。仿真结果如图1~4所示,其中图1~4的(a)、(b)中红色点线表示上界残差信号,蓝色实线表示下界残差信号;图1~4的(c)中红色实线描绘残差评价函数 $\|r(k)\|$ 的动态变化,蓝色实线表示预设的检测阈值 R_b 。根据故障检测方案,若残差区间不包含零值或残差评价函数突破阈值,则表明检测到故障。仿真结果对不含零值的残差区间进行了局部放大处理,证实了所提方法具备实时故障检测能力。



注:(a) 基于区间观测器的有限频域故障检测;(b) 基于区间观测器的全频域故障检测;(c) 基于观测器的有限频域故障检测。

图4 非线性缓变故障的检测效果

Fig. 4 Detection effect of nonlinear retardation faults

表2列举了不同方法的检测耗时。结合图1~4与表2的对比数据可知:首先,无论是针对突变故障还是缓变故障,本文提出的有限频域方法在检测耗时上均显著优于全频域方法;其次,基于区间观测器的方法相较于基于观测器的有限频域方法展现出更优的性能,当突变故障幅值较小时如图1(c),基于观测器的方法未能检测出故障,而基于区间观测器的方法仍能有效检测;在检测缓变故障时,基于区间观测器的方法所用时间显著少于基于观测器的方法,充分说明本文方法能够实现更快速、更高效的故障检测。

表2 故障检测所用时间的比较

Tab. 2 Comparison of time used for fault detection

Fault type	t_1 /s	t_2 /s	t_3 /s
Small mutant faults	1.26	2.79	—
Large mutant faults	1.07	1.31	4.71
Linear retardation faults	1.88	6.27	19.89
Nonlinear retardation faults	4.03	11.12	42.35

注: t_1 为基于区间观测器的有限频域故障检测时间, t_2 为基于区间观测器的全频域故障检测时间, t_3 为基于观测器的有限频域故障检测时间。

4 结论

针对离散时间模糊 Markov 跳变系统的有限频域故障检测问题,本文提出了一种基于区间观测器的故障检测方法。相较于传统方法,其核心优势在于无需设计复杂的残差评价函数与阈值,仅需判定残差区间是否包含零值即可实现故障检测,显著简化了故障检测流程;通过引入 l_∞ 性能指标,使残差信号在持续扰动环境下仍保持鲁棒性;提出了 Markov 化状态期望法,将原模糊 Markov 跳变系统转化为单模态模糊系统,并通过优化转换后系统的 H_∞ 性能指标,有效捕捉故障的频域特征,使残差信号对故障敏感性提升。通过数值仿真验证了所提方法在故障检测效率方面的优越性。此外,模糊 Markov 跳变系统通过融合模糊逻辑与 Markov 跳变系统理论展现出独特建模优势,能够有效处理复杂系统中的非线性动态特性和随机模态切换特性。针对此系统提出的基于区间观测器的故障检测方法有望为智能电网、航空航天等领域的高可靠性故障检测提供解决方案,具有重要的工程应用价值和发展潜力。

参 考 文 献

- [1] 周东华, 刘洋, 何潇. 闭环系统故障诊断技术综述[J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1933-1943.
- [2] 梅娜, 颜秉政. 基于小波散射和机器学习的轴承故障检测[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2025, 38(4): 516-526.
- [3] ZHANG X M, ZHU F L, GUO S H. Actuator fault detection for uncertain systems based on the combination of the interval observer and asymptotical reduced-order observer[J]. International Journal of Control, 2020, 93(11): 2653-2661.
- [4] ROTONDO D, FERNANDEZ-CANTIR M, TORNIL-SIN S, et al. Robust fault diagnosis of proton exchange membrane fuel cells using a Takagi-Sugeno interval observer approach[J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2016, 41(4): 2875-2886.

- [5] ZHANG Z H, YANG G H. Distributed fault detection and isolation for multiagent systems: an interval observer approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 50(6): 2220-2230.
- [6] ROTONDO D, CRISTOFARO A, JOHANSEN T A, et al. Robust fault and icing diagnosis in unmanned aerial vehicles using LPV interval observers[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(16): 5456-5480.
- [7] ZHANG Z H, YANG G H. Fault detection for discrete-time LPV systems using interval observers[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(14): 2921-2935.
- [8] LIU J, WANG J L, YANG G H. An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1995-2004.
- [9] ZHANG Z H, YANG G H. Interval observer-based fault detection in finite frequency domain for discrete-time fuzzy systems[J]. Neurocomputing, 2018, 310: 38-45.
- [10] 张蕊, 林红蕾. 异步马尔科夫跳变系统的分布式融合估计[J]. 黑龙江大学自然科学学报, 2024, 41(1): 116-126.
- [11] WEN S X, GUO G. Sampled-data control for connected vehicles with Markovian switching topologies and communication delay[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 21(7): 2930-2942.
- [12] 徐文灏, 石厅. 基于自适应事件触发的半马尔科夫跳变系统的有限时间 $L_2 - L_\infty$ 控制[J]. 控制理论与应用, 2025, 42(4): 722-730.
- [13] SUN Y H, ZHAI S W, CUI H T, et al. Frequency regulation strategy for private EVs participating in integrated power system of REs considering adaptive Markov transition probability[J]. Electric Power Systems Research, 2019, 173: 291-301.
- [14] LIU M, SHI P, ZHANG L X, et al. Fault-tolerant control for nonlinear Markovian jump systems via proportional and derivative sliding mode observer technique[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2011, 58(11): 2755-2764.
- [15] ZHOU Z H, LUAN X L, LIU F. Finite-frequency fault detection based on derandomisation for Markov jump linear system[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(8): 1148-1155.
- [16] LI X J, YANG G H. Fault detection in finite frequency domain for Takagi-sugeno fuzzy systems with sensor faults[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(8): 1446-1458.
- [17] DU C L, YANG C H, LI F B, et al. Asynchronous output feedback control for fuzzy Markovian jump systems via sliding mode[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(16): 8952-8970.
- [18] GAHINET P, APKARIAN P. A linear matrix inequality approach to H_∞ control[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1994, 4(4): 421-448.
- [19] ZHOU M, CAO Z C, ZHOU M C, et al. Finite-frequency H_-/H_∞ fault detection for discrete-time T-S fuzzy systems with unmeasurable premise variables[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(6): 3017-3026.
- [20] HUA M G, QIAN Y Y, DENG F Q, et al. Filtering for discrete-time Takagi-sugeno fuzzy nonhomogeneous Markov jump systems with quantization effects[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(2): 982-995.
- [21] 周超洁, 栾小丽, 刘飞. 跳变系统在给定时间内的有限频段 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(2): 251-256.
- [22] ZHU S Q, HAN Q L, ZHANG C H. l_1 -gain performance analysis and positive filter design for positive discrete-time Markov jump linear systems: a linear programming approach[J]. Automatica, 2014, 50(8): 2098-2107.

(责任编辑:赵海军)