

时变时滞随机马尔科夫跳变系统非脆弱 H_∞ 动态输出反馈控制器设计

林玉倩,尹月霞,孙梦,王馨,庄光明

(聊城大学 数学科学学院,山东 聊城 252059)

摘要 研究了具有时变时滞的随机跳变系统的鲁棒 H_∞ 动态输出反馈控制器的设计问题。主要目标是实现非脆弱动态输出反馈控制,以证明闭环随机马尔科夫跳变系统的鲁棒指数均方稳定性和 H_∞ 性能指标。利用线性矩阵不等式给出了非脆弱动态输出反馈控制器存在的改进条件。工业非等温连续搅拌槽反应器验证了方法的有效性和实用性。

关键词 动态输出反馈控制;Itô公式;非脆弱控制;随机马尔科夫跳变系统;时变时滞

中图分类号 TP13

文献标识码 A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)



Resilient H_∞ Dynamic Output Feedback Controller Design for Stochastic Jump Systems with Time-varying Delays

LIN Yuqian, YIN Yuexia, SUN Meng, WANG Xin, ZHUANG Guangming

(School of Mathematical Sciences, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China)

Abstract This paper considers the issue of resilient H_∞ dynamic output feedback controller design for stochastic jump systems with time-varying delays. The main aim is to realize resilient dynamic output feedback control so as to demonstrate the robust exponential mean-square stability and H_∞ performance index of the closed-loop stochastic jump systems. The improved conditions for the existence of the resilient dynamic output feedback controller are given by linear matrix inequalities. Industrial non-isothermal continuous stirred tank reactor is employed to show the effectiveness and correctness of the method proposed in this paper.

Key words Itô formula; Dynamic output feedback control; Resilient control; stochastic jump system; Time-varying delay

0 引言

马尔科夫跳变系统作为一种混合随机系统,在电力系统、BM/C³、太阳能热系统等领域具有很强的实际应用价值,在过去几十年里得到了许多非常重要的研究成果^[1-6]。马尔科夫跳变系统与时间演化和事件机制有关,且对于突发现象的建模,它可用于表示随机故障和环境的突发性变化,对模块进行更新,改变子系统之

收稿日期:2020-12-04

基金项目:国家自然科学基金面上项目(61773191);山东省高校青创科技支持计划项目(2019KJ1010);山东省本科高校教学改革研究面上项目(M2018X047);聊城大学教改项目(G201811);聊城大学实验技术研究项目(26322170267)资助

通讯作者:庄光明,男,汉族,博士,教授,研究方向:随机系统、奇异系统分析与控制.E-mail:zgmsg@126.com.

间的互联性等^[7-9]。众所周知,马尔可夫过程决定了不同模式的跳变和突变,而在跳变或者转换过程中概率测度则决定了马尔科夫跳变系统的行为^[10-13]。

由于随机系统在机械系统、经济学、人类操作系统等领域的广泛应用,近几十年来受到了广泛的关注。在实际应用中,这些系统往往受到噪声的破坏,如布朗运动,且许多研究问题都与 H_∞ 反馈控制和滤波有关^[14]。在文献[15]中,给出了一种简洁的连续随机系统的 H_∞ 控制器,并用耦合非线性矩阵不等式表示。文献[16]研究了参数不确定性和时滞随机系统的 H_∞ 控制,其中假设所有状态变量对状态反馈控制都可行。近年来,随机马尔科夫跳变系统受到了广泛的关注,并且出现了各种有意义的随机马尔科夫跳变系统的研究成果^[17-21]。

在许多情况下,时滞往往是许多动态系统性能差和不稳定的根源^[22]。在此基础上,时滞系统的稳定性问题,特别是时变时滞系统的稳定性问题在过去几十年中受到了广泛关注^[23-27]。文献[28]研究了对于时变时滞系统的 H_∞ 状态反馈控制问题,并采用了修正的代数 Riccati 方程和线性矩阵不等式方法。

在大多数相关文献中,假设动态系统的状态是完全可测的,并且状态反馈控制可以轻松实现^[29]。然而,在实践中,不可避免的是状态信息并不总是完全可测的。针对这种情况,控制器的分析和设计主要涉及两种方法,第一种方法是设计一个基于观测器的控制器,通过观测器可以重构动态系统的状态^[30,31]。第二种方法是设计一个动态输出反馈控制器,利用动态系统的测量输出信号实现反馈控制^[32,33]。在实际控制应用与实施中,当系统状态不可用时,由于完整的状态信息难以获取而系统输出信号易于获取,输出反馈控制策略就显得非常重要。

另一方面,非脆弱性现象在现实系统中是不可避免的,非脆弱控制策略的研究不仅集中在理论分析上,而且在实际应用中也得到了广泛关注^[34-37]。非脆弱控制是指设计一个反馈控制器,使控制器不受由数值舍入误差、固有误差或执行器退化等引起的增益的不确定性影响。据作者有限的知识所知,具有时变时滞的随机马尔科夫跳变系统的非脆弱鲁棒 H_∞ 动态输出反馈控制的问题仍然是开放并充满挑战的。

受上述问题的启发,本文将研究具有时变时滞随机马尔科夫跳变系统非脆弱 H_∞ 动态输出反馈控制器的问题。主要目标是研究具有更快收敛速度和更好准确性的时变时滞随机马尔科夫跳变系统鲁棒指数均方稳定问题;设计的动态输出反馈控制器能确保鲁棒指数均方稳定和闭环随机马尔科夫跳变系统的 H_∞ 性能指标;设计的动态输出反馈控制器具有非脆弱的特性,并保证闭环随机马尔科夫跳变系统的鲁棒性。

1 问题描述

本文研究的具有时变时滞的随机马尔科夫跳变系统

$$\begin{cases} dx(t) = [A_1(r_t)x(t) + B_1(r_t)x(t - \tau_1(t, r_t)) + C_1(r_t)u(t) + D_1(r_t)v(t)]dt \\ \quad + E_1(r_t)x(t - \tau_2(t, r_t))d\omega(t), \\ dy(t) = [A_2(r_t)x(t) + B_2(r_t)x(t - \tau_1(t, r_t)) + C_2(r_t)u(t) + D_2(r_t)v(t)]dt \\ \quad + E_2(r_t)x(t - \tau_2(t, r_t))d\omega(t), \\ z(t) = A_3(r_t)x(t) + C_3(r_t)u(t), \\ x(t) = \varphi(t), \quad \forall t \in [-h, 0], \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 是系统的状态, $\varphi(t)$ 是初始状态, $z(t) \in \mathbf{R}^q$ 是估计输出, $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入, $v(t) \in \mathbf{R}^p$ 是属于 $L_2[0, +\infty)$ 的扰动输入, $y(t) \in \mathbf{R}^r$ 是测量输出, $\omega(t)$ 是概率空间 (Ω, F, P) 上的 Wiener 过程。 $\{r_t\}$ 是右连续的马尔科夫过程且独立于 $\omega(t)$, $\{r_t\}$ 在有限集合 $S = \{1, 2, \dots, N\}$ 中取值。 π_{ij} 是马尔科夫过程的转移率^[4]。 $\tau_1(t, r_t)$ 和 $\tau_2(t, r_t)$ 是系统状态中的时变时滞,对 $\forall r_t = i \in S$, 满足

$$\begin{cases} 0 \leq \tau_{1i}(t) \leq h_1, & 0 \leq \tau_{2i}(t) \leq h_2, \\ \dot{\tau}_{1i}(t) \leq u_1 < 1, & \dot{\tau}_{2i}(t) \leq u_2 < 1, \end{cases} \quad (2)$$

其中 h_1, h_2, u_1, u_2 是实常数标量, $h = \max\{h_1, h_2\}$ 。 $A(r_t), A_d(r_t), B_1(r_t), B_2(r_t), B_3(r_t), C(r_t), C_d(r_t), D_1(r_t), D_2(r_t), E(r_t), E_d(r_t), G_d(r_t)$ 是已知的常数矩阵。

在本文中,将考虑如下全阶非脆弱动态输出反馈控制器

$$\begin{cases} d\zeta(t) = \mathbf{A}_{\Delta K}(r_t)\zeta(t)dt + \mathbf{B}_{\Delta K}(r_t)dy(t), \\ u(t) = \mathbf{C}_{\Delta K}(r_t)\zeta(t), \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\zeta(t) \in \mathbf{R}^m$ 是控制器状态, $\mathbf{A}_{\Delta K}(r_t) = \mathbf{A}_K(r_t) + \Delta \mathbf{A}_K(r_t)$, $\mathbf{B}_{\Delta K}(r_t) = \mathbf{B}_K(r_t) + \Delta \mathbf{B}_K(r_t)$, $\mathbf{C}_{\Delta K}(r_t) = \mathbf{C}_K(r_t) + \Delta \mathbf{C}_K(r_t)$, $\mathbf{A}_K(r_t)$, $\mathbf{B}_K(r_t)$, $\mathbf{C}_K(r_t)$ 是动态输出反馈控制器的未知参数,且

$$[\Delta \mathbf{A}_K(r_t) \quad \Delta \mathbf{B}_K(r_t)] = L_1(r_t)F(r_t)[\mathbf{E}_a(r_t) \quad \mathbf{E}_b(r_t)], \quad (4)$$

$$\Delta \mathbf{C}_K(r_t) = L_2(r_t)F(r_t)\mathbf{E}_c(r_t), \quad (5)$$

其中 $L_1(r_t) \in \mathbf{R}^{n \times r}$, $L_2(r_t) \in \mathbf{R}^{m \times r}$, $\mathbf{E}_a(r_t) \in \mathbf{R}^{r \times n}$, $\mathbf{E}_b(r_t) \in \mathbf{R}^{r \times l}$, $\mathbf{E}_c(r_t) \in \mathbf{R}^{r \times n}$, 是已知的实常数矩阵。

将式(4)代入式(1)得闭环系统

$$\begin{cases} d\boldsymbol{\eta}(t) = [\mathbf{A}_c(r_t)\boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{A}_{cd}(r_t)\mathbf{H}\boldsymbol{\eta}(t - \tau_1(t, r_t)) + \mathbf{D}_c(r_t)\mathbf{v}(t)]dt + \mathbf{E}_{cd}(r_t)\mathbf{H}\boldsymbol{\eta}(t - \tau_2(t, r_t))d\boldsymbol{\omega}(t), \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_c(r_t)\boldsymbol{\eta}(t), \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\boldsymbol{\eta}(t) = [\mathbf{x}(t)^\top \quad \zeta(t)^\top]^\top$, 且 $\mathbf{A}_c(r_t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1(r_t) & \mathbf{C}_1(r_t)\mathbf{C}_{\Delta K}(r_t) \\ \mathbf{B}_{\Delta K}(r_t)\mathbf{A}_2(r_t) & \mathbf{A}_{\Delta K}(r_t) + \mathbf{B}_{\Delta K}(r_t)\mathbf{C}_2(r_t)\mathbf{C}_{\Delta K}(r_t) \end{bmatrix}$,

$\mathbf{A}_{cd}(r_t) = [\mathbf{B}_1(r_t)\mathbf{B}_{\Delta K}(r_t)\mathbf{B}_2(r_t)]$, $\mathbf{H} = [\mathbf{I} \quad 0]$, $\mathbf{D}_c(r_t) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1(r_t) \\ \mathbf{B}_{\Delta K}(r_t)\mathbf{D}_2(r_t) \end{bmatrix}$, $\mathbf{E}_{cd}(r_t) =$

$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_1(r_t) \\ \mathbf{B}_{\Delta K}(r_t)\mathbf{E}_2(r_t) \end{bmatrix}$, $\mathbf{C}_c(r_t) = [\mathbf{A}_3(r_t) \quad \mathbf{C}_3(r_t)\mathbf{C}_{\Delta K}(r_t)]$, 为了简化符号,矩阵 $\mathbf{A}_1(r_t)$ 将用 \mathbf{A}_{1i} 表示,

$\mathbf{E}(r_t)$ 将用 \mathbf{E}_i 表示,依此类推。

定义 1^[9] 对于未加控制输入 $\mathbf{u}(t)$ 的随机马尔科夫跳变系统(6),如果 $\exists d > 0, c > 0$ 使得

$$\mathbf{E}\{|\mathbf{x}(t, \varphi, r_0)|^2\} \leq d \sup_{-u \leq \theta \leq 0} |\varphi|^2 e^{-c\theta} \quad (7)$$

成立,其中 φ 是 r_0 的初始状态,则称未加控制输入 $\mathbf{u}(t)$ 的随机马尔科夫跳变系统(6)是鲁棒指数均方稳定的。

定义 2^[11] 对于随机马尔科夫跳变系统(6),若对于标量 $\alpha > 0, \gamma > 0$ 和任一非零 $\mathbf{v}(t) \in L_2[0, +\infty)$ 有

$$\mathbf{E}\left\{\int_0^{t_f} [\mathbf{z}^\top(t)\mathbf{z}(t) - \gamma^2 \mathbf{v}^\top(t)\mathbf{v}(t)]dt\right\} \leq 0 \quad (8)$$

成立,其中 φ 是 r_0 的初始状态,则称随机马尔科夫跳变系统(6)满足 H_∞ 性能指标 γ 。

2 主要结果

定理 1 未加控制输入 $\mathbf{u}(t)$ 的随机马尔科夫跳变系统(6)是鲁棒指数均方稳定并满足 H_∞ 性能指标 γ , 如果对 $\forall r_t = i \in S$, $\exists \varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ 和矩阵 $\mathbf{P}_i > 0, \mathbf{Q}_1 > 0, \mathbf{Q}_2 > 0$ 使得以下的线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_i + \mathbf{C}_{ci}^\top \mathbf{C}_{ci} & \mathbf{P}_i \mathbf{A}_{cdi} & 0 & \mathbf{P}_i \mathbf{D}_{ci} & 0 \\ \mathbf{A}_{cdi}^\top \mathbf{P}_i & -(1 - u_1)\mathbf{Q}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1 - u_2)\mathbf{Q}_2 & 0 & \mathbf{E}_{cdi}^\top \\ \mathbf{D}_{ci}^\top \mathbf{P}_i & 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{E}_{cdi} & 0 & -\mathbf{P}_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

其中 $\boldsymbol{\Omega}_i = \mathbf{P}_i \mathbf{A}_{ci} + \mathbf{A}_{ci}^\top \mathbf{P}_i + (1 + \eta h)\mathbf{H}^\top(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2)\mathbf{H} + \sum_{j=1}^N \pi_{ij}\mathbf{P}_j$, $\eta = \max\{|\pi_{ii}|, i \in S\}$ 。

证明 首先,考虑当 $\mathbf{v}(t) = 0$ 时,系统(6)为

$$d\boldsymbol{\eta}(t) = [\mathbf{A}_c(r_t)\boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{A}_{cd}(r_t)\mathbf{H}\boldsymbol{\eta}(t - \tau_1(t, r_t))]dt + \mathbf{E}_{cd}(r_t)\mathbf{H}\boldsymbol{\eta}(t - \tau_2(t, r_t))d\boldsymbol{\omega}(t), \quad (10)$$

让 $\boldsymbol{\eta}(t) = \boldsymbol{\eta}(t + \theta)$, $\theta \in [-h, 0]$, 且取 L - K 函数

$$V(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) = V_1(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) + V_2(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) + V_3(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) + V_4(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) + V_5(\boldsymbol{\eta}_t, r_t), \quad (11)$$

且 $V_1(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) = \boldsymbol{\eta}(t)^\top \mathbf{P}(r_t)\boldsymbol{\eta}(t)$, $V_2(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) = \int_{t-\tau_1(t, r_t)}^t \boldsymbol{\eta}(s)^\top \mathbf{H}^\top \mathbf{Q}_1 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds$, $V_3(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) = \int_{t-\tau_2(t, r_t)}^t \boldsymbol{\eta}(s)^\top$

$$\mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds, V_4(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) = \boldsymbol{\eta} \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds d\theta, V_5(\boldsymbol{\eta}_t, r_t) = \boldsymbol{\eta} \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds d\theta.$$

令 \mathbf{A} 为随机过程 $\{\boldsymbol{\eta}_t, r_t\}$ 的弱无穷小微分算子, 根据 Itô 公式, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{A}V_1(\boldsymbol{\eta}_t, r_t = i) &= \boldsymbol{\eta}(t)^T \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \mathbf{P}_j \boldsymbol{\eta}(t) + 2\boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{P}_i [\mathbf{A}_{ci} \boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{A}_{cdi} \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{1i}(t))] \\ &\quad + \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t))^T \mathbf{H}^T \mathbf{E}_{cdi}^T \mathbf{P}_i \mathbf{E}_{cdi} \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t)), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{A}V_2(\boldsymbol{\eta}_t, r_t = i) = \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \int_{t-\tau_{1j}(t)}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds + \boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}V_3(\boldsymbol{\eta}_t, r_t = i) &= \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \int_{t-\tau_{2j}(t)}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds + \boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t) \\ &\quad - (1 - \dot{\tau}_{2i}(t)) \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t))^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t)), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{A}V_4(\boldsymbol{\eta}_t, r_t = i) = \boldsymbol{\eta} h \boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta} \int_{t-h}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds, \quad (15)$$

$$\mathbf{A}V_5(\boldsymbol{\eta}_t, r_t = i) = \boldsymbol{\eta} h \boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta} \int_{t-h}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds, \quad (16)$$

因此, 由(2)和(11)-(16)可推出

$$\begin{aligned} \mathbf{A}V(\boldsymbol{\eta}_t, i) &\leq \boldsymbol{\eta}(t)^T \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \mathbf{P}_j \boldsymbol{\eta}(t) + 2\boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{P}_i [\mathbf{A}_{ci} \boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{A}_{cdi} \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t))] \\ &\quad + \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t))^T \mathbf{E}_{cdi}^T \mathbf{P}_i \mathbf{E}_{cdi} \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t)) \\ &\quad + (1 + \boldsymbol{\eta} h) \boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{H}^T (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2) \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t) - (1 - u_1) \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{1i}(t))^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{1i}(t)) \\ &\quad - (1 - u_2) \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t))^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t)), \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t)) = \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{1i}(t))$, $\mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t)) = \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t))$ 。且对于 $j \neq i, \pi_{ii} \leq 0$ 马尔科夫转移率 $\pi_{ij} \geq 0$, 并令 $\boldsymbol{\eta} = \max\{|\pi_{ii}|, i \in S\}$, 有

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N \pi_{ij} \int_{t-\tau_{1j}(t)}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \int_{t-\tau_{2j}(t)}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds \\ &\leq \boldsymbol{\eta} \int_{t-h}^t \boldsymbol{\eta}(s)^T \mathbf{H}^T (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2) \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(s) ds, \end{aligned} \quad (18)$$

则有

$$\mathbf{A}V(\boldsymbol{\eta}_t, i) \leq [\boldsymbol{\eta}(t)^T \quad \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t))^T \quad \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t))^T] V_i \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t) \\ \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t)) \\ \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t)) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

其中

$$V_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_i & \mathbf{P}_i \mathbf{A}_{cdi} & 0 \\ \mathbf{A}_{cdi}^T \mathbf{P}_i & -(1 - u_1) \mathbf{Q}_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{E}_{cdi}^T \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{E}_{cdi} - (1 - u_2) \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix}.$$

由(10)可得对 $[\boldsymbol{\eta}(t)^T \quad \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t))^T \quad \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t))^T]^T \neq 0$, 有 $V_i < 0$, 则 $\mathbf{A}V_i < 0$ 。

因此, 通过 Dynkin 公式, 得到具有时变时滞的随机马尔科夫跳变系统(6)是随机稳定的。为证具有时变时滞的随机马尔科夫跳变系统(6)是鲁棒指数均方稳定的, 我们指出

$$\mathbf{A}V(\boldsymbol{\eta}_t, i) \leq -a |\boldsymbol{\eta}(t)|^2, \quad (20)$$

其中 $a = \lambda_{\min}(-V_i) > 0$ 。则

$$dV(\boldsymbol{\eta}_t, i) \leq -a |\boldsymbol{\eta}(t)|^2 dt + 2\boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{P}_i \mathbf{E}_{cdi} \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t)) d\boldsymbol{\omega}(t). \quad (21)$$

令 $\beta > 0$ 使

$$\beta b - a + 2\beta b h e^{\beta h} (1 + \boldsymbol{\eta} h) = 0, \quad (22)$$

其中 $b = \max\{\lambda_{\max}(\mathbf{P}_i), \lambda_{\max}(\mathbf{H}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{H}), \lambda_{\max}(\mathbf{H}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{H})\}$ 。

考虑到

$$\begin{aligned} d[e^{\beta t} V(\boldsymbol{\eta}_t, i)] &\leq e^{\beta t} [(\beta b - a) |\boldsymbol{\eta}(t)|^2 dt + 2\boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{P}_i \mathbf{E}_{cdi} \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t)) d\boldsymbol{w}(t) + \beta b \int_{t-\tau_{1i}(t)}^t |\boldsymbol{\eta}(s)|^2 ds \\ &+ \beta b \int_{t-\tau_{2i}(t)}^t |\boldsymbol{\eta}(s)|^2 ds + \beta \boldsymbol{\eta} b \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t |\boldsymbol{\eta}(s)|^2 ds d\theta + \beta \boldsymbol{\eta} b \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t |\boldsymbol{\eta}(s)|^2 ds d\theta] \\ &\leq e^{\beta t} [(\beta b - a) |\boldsymbol{\eta}(t)|^2 dt + 2\beta b (1 + \boldsymbol{\eta} h) \int_{t-h}^t |\boldsymbol{\eta}(s)|^2 ds \\ &+ 2\boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{P}_i \mathbf{E}_{cdi}(t) \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t)) d\boldsymbol{w}(t)], \end{aligned} \quad (23)$$

应用广义 Itô 公式有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{e^{\beta T} V(\boldsymbol{\eta}_T, i)\} - \mathbf{E}\{V(\boldsymbol{\eta}_0, i)\} &\leq (\beta b - a) \mathbf{E}\left\{\int_0^T e^{\beta t} |\boldsymbol{\eta}(t)|^2 dt\right\} \\ &+ 2\beta b (1 + \boldsymbol{\eta} h) \mathbf{E}\left\{\int_0^T e^{\beta t} \int_{t-h}^t |\boldsymbol{\eta}(s)|^2 ds dt\right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

注意到 $\int_0^T e^{\beta t} \int_{t-h}^t |\boldsymbol{\eta}(s)|^2 ds = h e^{\beta h} \int_{-h}^T e^{\beta t} |\boldsymbol{\eta}(t)|^2 dt$, 则有 $\mathbf{E}\{e^{\beta T} V(\boldsymbol{\eta}_T, i)\} \leq 2[b + \beta b h e^{\beta h} (1 + \boldsymbol{\eta} h)]$

$$\sup_{-h \leq \theta \leq 0} \mathbf{E}\{|\varphi(\theta)|^2\} + [\beta b - a + 2\beta b h e^{\beta h} (1 + \boldsymbol{\eta} h)] \mathbf{E}\left\{\int_0^T e^{\beta t} |\boldsymbol{\eta}(t)|^2 dt\right\}.$$

由(22), 可得 $\mathbf{E}\{e^{\beta T} V(\boldsymbol{\eta}_T, i)\} \leq 2[b + \beta b h e^{\beta h} (1 + \boldsymbol{\eta} h)] \sup_{-h \leq \theta \leq 0} \mathbf{E}\{|\varphi(\theta)|^2\}$, 然后对于 $T > 0$, 有

$$\mathbf{E}\{|\boldsymbol{\eta}(T)|^2\} \leq 2\lambda_{\min}(\mathbf{P}_i)^{-1} (b + \beta b h e^{\beta h} (1 + \boldsymbol{\eta} h)) \sup_{-h \leq \theta \leq 0} \mathbf{E}\{|\varphi(\theta)|^2\} e^{-\beta T},$$

因此, 随机马尔科夫跳变系统(6)满足鲁棒指数均方稳定。

其次, 对于初始条件 $\mathbf{v}(t) \in \mathbf{L}_2[0, \infty)$ 有

$$dV(\boldsymbol{\eta}_t, i) = \mathbf{A}_1 V(\boldsymbol{\eta}_t, i) dt + 2\boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{P}_i \mathbf{E}_{cdi}(t) \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t - \tau_{2i}(t)) d\boldsymbol{w}(t), \quad (25)$$

其中 $V(\boldsymbol{\eta}_t, t)$ 在(11)中已给出, 且

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 V(\boldsymbol{\eta}_t, i) &= 2\boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{P}_i [\mathbf{A}_{ci} \boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{A}_{cdi} \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t)) + \mathbf{D}_{ci} \mathbf{v}(t)] + \boldsymbol{\eta}(t)^T \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \mathbf{P}_j \boldsymbol{\eta}(t) \\ &+ \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t))^T \mathbf{E}_{cdi}^T \mathbf{P}_i \mathbf{E}_{cdi} \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t)) + (1 + \boldsymbol{\eta} h) \boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{H}^T (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2) \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}(t) \\ &- (1 - \dot{\tau}_{1i}(t)) \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t))^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t)) - (1 - \dot{\tau}_{2i}(t)) \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t))^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t)). \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{定义 } J(T) = \mathbf{E}\left\{\int_0^T [\mathbf{z}(s)^T \mathbf{z}(s) - \gamma^2 \mathbf{v}(s)^T \mathbf{v}(s)] ds\right\},$$

则有

$$\begin{aligned} J(T) &\leq \mathbf{E}\left\{\int_0^T [\mathbf{z}(s)^T \mathbf{z}(s) - \gamma^2 \mathbf{v}(s)^T \mathbf{v}(s)] ds\right\} + \mathbf{E}\{V(\boldsymbol{\eta}_T, \gamma_T)\} - \mathbf{E}\{V(0, 0)\} \\ &= \mathbf{E}\left\{\int_0^T [\mathbf{z}(s)^T \mathbf{z}(s) - \gamma^2 \mathbf{v}(s)^T \mathbf{v}(s)] ds + \mathbf{A} V_1(\boldsymbol{\eta}_t, i)\right\} \\ &\leq \mathbf{E}\left\{\left[\boldsymbol{\eta}(t)^T \quad \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t))^T \quad \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t))^T \quad \mathbf{v}(s)^T\right] h_i \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t) \\ \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t)) \\ \mathbf{x}(t - \tau_{2i}(t)) \\ \mathbf{v}(s) \end{bmatrix}\right\}, \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$h_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_i + \mathbf{C}_{ci}^T \mathbf{C}_{ci} & \mathbf{P}_i \mathbf{A}_{cdi} & 0 & \mathbf{P}_i \mathbf{D}_{ci} \\ \mathbf{A}_{cdi}^T \mathbf{P}_i & -(1 - u_2) \mathbf{Q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{E}_{cdi}^T \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{E}_{cdi} - (1 - u_2) \mathbf{Q}_2 & 0 \\ \mathbf{D}_{ci}^T \mathbf{P}_i & 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0,$$

则对 $T > 0$, 有 $J(T) < 0$, 故系统(6)在零初始条件以及 $\mathbf{w}(t) \neq 0$ 时满足 H_∞ 性能指标 γ 。定理得证。

定理 2 对于标量 $\gamma > 0$ 和给定的标量 $\epsilon_l > 0, l=1,2,\dots,7$, 存在一个非脆弱动态输出反馈控制器(3) 使得闭环系统(6)满足鲁棒指数均方稳定和 H_∞ 性能指标, 如果对所有的 $r_i = i \in S$, 存在矩阵 $\mathbf{P}_i > 0, \mathbf{R} > 0, \mathbf{Q}_1 > 0, \mathbf{X}_i > 0, \mathbf{Y}_i > 0, \mathbf{Q}_2 > 0, \mathbf{Y}_i, \Phi_i$ 和 Ψ_i 使得以下的线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11i} & \mathbf{R}_{12i} & \mathbf{R}_{13i} & \mathbf{R}_{14i} & \mathbf{R}_{15i} \\ \mathbf{R}_{12i}^T & \mathbf{R}_{22i} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{R}_{13i}^T & 0 & \mathbf{R}_{33i} & 0 & 0 \\ \mathbf{R}_{14i}^T & 0 & 0 & \mathbf{R}_{44i} & 0 \\ \mathbf{R}_{15i}^T & 0 & 0 & 0 & \mathbf{R}_{55i} \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{11i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1i} & \mathbf{J}_{2i} & 0 & \mathbf{J}_{3i} \\ \mathbf{J}_{2i}^T & -(1-u_1)\mathbf{Q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1-u_2)\mathbf{Q}_2 & 0 \\ \mathbf{J}_{3i}^T & 0 & 0 & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{22i} = \begin{bmatrix} -\epsilon_2^{-1}\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\epsilon_6^{-1}\mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{J}_{10i} & \mathbf{J}_{5i} \\ 0 & 0 & \mathbf{J}_{5i}^T & -\epsilon_2\mathbf{I} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_{33i} &= \begin{bmatrix} -\epsilon_5^{-1}\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} & \mathbf{C}_{3i}\mathbf{L}_{2i} & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_{2i}^T\mathbf{C}_{3i}^T & -\epsilon_7^{-1}\mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\epsilon_1^{-1}\mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{12i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{E}_{2i}^T\mathbf{E}_{bi}^T & \mathbf{J}_{9i} & 0 \\ \mathbf{D}_{2i}^T\mathbf{E}_{bi}^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_{13i} &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{J}_{4i} & 0 & \mathbf{J}_{5i} \\ \mathbf{E}_{2i}^T\mathbf{E}_{bi}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{14i} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{6i} & \mathbf{J}_{7i} & \mathbf{J}_{8i} & \mathbf{J}_{5i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{15i} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{8i} & \mathbf{J}_{5i} & \mathbf{J}_{5i} & \mathbf{J}_{8i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_{44i} &= \text{diag}\{-\epsilon_1\mathbf{I}, -\epsilon_2^{-1}\mathbf{I}, -\epsilon_2\mathbf{I}, -\epsilon_3^{-1}\mathbf{I}\}, \mathbf{R}_{55i} = \text{diag}\{-\epsilon_3\mathbf{I}, -\epsilon_4\mathbf{I}, -\epsilon_5\mathbf{I}, -\epsilon_7\mathbf{I}\}, \\ \mathbf{J}_{2i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1i} \\ \mathbf{X}_i\mathbf{B}_{1i} + \Psi_i\mathbf{B}_{2i} \end{bmatrix}, \mathbf{J}_{3i} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{1i} \\ \mathbf{X}_i\mathbf{D}_{1i} + \Psi_i\mathbf{D}_{2i} \end{bmatrix}, \mathbf{J}_{4i} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_i\mathbf{A}_{3i}^T + \Phi_i^T\mathbf{C}_{3i}^T \\ \mathbf{A}_{3i}^T \end{bmatrix}, \\ \mathbf{J}_{6i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_i\mathbf{A}_{2i}^T\mathbf{E}_{bi}^T + \mathbf{W}_i\mathbf{E}_{ai}^T + \Phi_i\mathbf{C}_{2i}^T\mathbf{E}_{bi}^T \\ \mathbf{A}_{2i}^T\mathbf{E}_{bi}^T \end{bmatrix}, \mathbf{J}_{5i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{S}_i\mathbf{L}_{1i} \end{bmatrix}, \mathbf{J}_{7i} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1i}\mathbf{L}_{2i} \\ \mathbf{X}_i\mathbf{C}_{1i}\mathbf{L}_{2i} + \Psi_i\mathbf{C}_{2i}\mathbf{L}_{2i} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{J}_{8i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i\mathbf{E}_{ci}^T \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{J}_{10i} = \begin{bmatrix} -\mathbf{Y}_i & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & -\mathbf{X}_i \end{bmatrix}, \mathbf{J}_{9i} = [\mathbf{E}_{1i}^T \quad \mathbf{E}_{1i}^T\mathbf{X}_i + \mathbf{E}_{2i}^T\Psi_i^T], \\ \mathbf{J}_{1i} &= \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_j & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1i}\mathbf{Y}_i + \mathbf{C}_{1i}\Phi_i + \mathbf{Y}_i\mathbf{A}_{1i}^T + \Phi_i^T\mathbf{C}_{1i}^T & \Upsilon_i^T \\ \Upsilon_i & \mathbf{X}_i\mathbf{A}_{1i} + \Psi_i\mathbf{A}_{2i} + \mathbf{A}_{1i}^T\mathbf{X}_i + \mathbf{A}_{2i}^T\Psi_i^T \end{bmatrix} \\ &+ (1 + \eta h)\mathbf{H}^T(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2)\mathbf{H}, \end{aligned}$$

此时, 非脆弱动态输出反馈控制器(4)的参数可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{Ki} &= \mathbf{S}_i^{-1}(\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_{1i}^T - \mathbf{X}_i\mathbf{A}_{1i}\mathbf{Y}_i - \Psi_i\mathbf{A}_{2i}\mathbf{Y}_i - \mathbf{X}_i\mathbf{C}_{1i}\Phi_i - \Psi_i\mathbf{C}_{2i}\Phi_i)\mathbf{W}_i^T, \\ \mathbf{B}_{Ki} &= \mathbf{S}_i^{-1}\Psi_i, \mathbf{C}_{Ki} = \Phi_i\mathbf{W}_i^{-T}, \end{aligned} \quad (29)$$

其中 \mathbf{S}_i 和 \mathbf{W}_i 是可逆的且满足

$$\mathbf{S}_i\mathbf{W}_i^T = \mathbf{I} - \mathbf{X}_i\mathbf{Y}_i. \quad (30)$$

证明 注意, 总存在可逆矩阵 \mathbf{S}_i 和 \mathbf{W}_i 使得(30)成立, 并且我们从(28)可得

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{Y}_i & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & -\mathbf{X}_i \end{bmatrix} < 0, \quad (31)$$

则由 Schur 补, 有 $\mathbf{X}_i - \mathbf{Y}_i^{-1} > 0$, 因此 $\mathbf{I} - \mathbf{X}_i\mathbf{Y}_i$ 是可逆的且满足(30). 引入以下矩阵

$$\mathbf{\Pi}_{1i} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_i & \mathbf{I} \\ \mathbf{W}_i^T & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Pi}_{2i} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{X}_i \\ 0 & \mathbf{S}_i^T \end{bmatrix}, \quad (32)$$

且令 $\hat{P}_i = \Pi_{2i} \Pi_{1i}^{-1}$, 那么可证得

$$\hat{P}_i = \begin{bmatrix} X_i & S_i \\ S_i^T & \Gamma_i \end{bmatrix}, \quad (33)$$

其中 $\Gamma_i = W_i^{-1} Y_i (X_i - Y_i) Y_i W_i^{-1T} > 0$ 。因为 $\Gamma_i - S_i^T X_i^{-1} S_i = S_i^T (Y_i X_i - I)^{-1} (X_i - Y_i^{-1}) (X_i \Psi_i - I)^{-1} S_i > 0$, 所以 $\hat{P}_i > 0$ 。注意

$$\begin{aligned} A_{cdi} &= \begin{bmatrix} B_{1i} \\ B_{Ki} B_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_{1i} \end{bmatrix} F_i(t) E_{bi} B_{2i} = A_{cdi1} + L_{1i} F_i(t) E_{bi} B_{2i}, \\ E_{cdi} &= \begin{bmatrix} E_{1i} \\ B_{Ki} E_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_{1i} \end{bmatrix} F_i(t) E_{bi} E_{2i} = E_{cdi1} + L_{1i} F_i(t) E_{bi} E_{2i}, \\ D_{ci} &= \begin{bmatrix} D_{1i} \\ B_{Ki} D_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_{1i} \end{bmatrix} F_i(t) E_{bi} D_{2i} = D_{ci1} + L_{1i} F_i(t) E_{bi} D_{2i}, \\ C_{ci} &= [A_{3i} \ C_{3i} \ C_{Ki}] + C_{3i} L_{2i} F_i(t) [0 \ E_{ci}] = C_{ci1} + C_{3i} L_{2i} F_i(t) E_{ci}, \\ A_{ci} &= \begin{bmatrix} A_{1i} & C_{1i} C_{Ki} \\ B_{Ki} A_{2i} & A_{Ki} + B_{Ki} C_{2i} C_{Ki} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_{1i} F_i(t) E_{bi} A_{2i} & L_{1i} F_i(t) (E_{ai} + E_{bi} C_{2i} C_{Ki}) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 & B_{1i} L_{2i} F_i(t) E_{ci} \\ 0 & B_{Ki} C_{2i} L_{1i} F_i(t) E_{ci} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & L_{1i} F_i(t) E_{bi} C_{2i} L_{2i} F_i(t) E_{ci} \end{bmatrix} \\ &= A_{ci1} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_{1i} \end{bmatrix} F_i(t) [E_{bi} A_{2i} \ E_{ai} + E_{bi} C_{2i} C_{Ki}] + \begin{bmatrix} C_{1i} L_{2i} \\ B_{Ki} C_{2i} L_{2i} \end{bmatrix} F_i(t) [0 \ E_{ci}] \\ &= A_{ci1} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_{1i} \end{bmatrix} F_i(t) [E_{bi} A_{2i} \ E_{ai} + E_{bi} C_{2i} C_{Ki}] + \begin{bmatrix} C_{1i} L_{2i} \\ B_{Ki} C_{2i} L_{2i} \end{bmatrix} F_i(t) [0 \ E_{ci}] \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ L_{1i} \end{bmatrix} F_i(t) E_{bi} C_{2i} L_{2i} F_i(t) [0 \ E_{ci}] \\ &= A_{ci1} + L_{1i} F_i(t) N_{ai} + M_{ai} F_i(t) E_{ci} + L_{1i} F_i(t) E_{bi} C_{2i} L_{2i} F_i(t) E_{ci}, \end{aligned}$$

则(28)可重写为

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{11i} & \mathbf{R}_{12i} & \mathbf{R}_{13i} & \mathbf{R}_{14i} & \mathbf{R}_{15i} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{12i}^T & \mathbf{R}_{22i} & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{13i}^T & 0 & \mathbf{R}_{33i} & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{14i}^T & 0 & 0 & \mathbf{R}_{44i} & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{15i}^T & 0 & 0 & 0 & \mathbf{R}_{55i} \end{matrix} \end{bmatrix} < 0, \quad (34)$$

其中

$$\begin{aligned} \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{11i} \end{matrix} &= \begin{bmatrix} \tilde{d}_i & \Pi_{1i}^T \hat{P}_i A_{cdi1} & 0 & \Pi_{1i}^T \hat{P}_i D_{ci1} \\ A_{cdi1}^T \hat{P}_i \Pi_{1i} & -(1-u_1)Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1-u_2)Q_2 & 0 \\ D_{ci1}^T \hat{P}_i \Pi_{1i} & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{12i} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{2i}^T E_{bi}^T & E_{cdi}^T \Pi_{2i} & 0 \\ D_{2i}^T E_{bi}^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{22i} \end{matrix} &= \begin{bmatrix} -\epsilon_5^{-1} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\epsilon_6 I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Pi_{2i}^T \hat{P}_i^{-1} \Pi_{2i} & \Pi_{2i}^T L_{1i} \\ 0 & 0 & L_{1i}^T & -\epsilon_6^{-1} I \end{bmatrix}, \begin{matrix} \gg \\ \mathbf{R}_{13i} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0 & \Pi_{1i}^T C_{ci1}^T & 0 & \Pi_{1i}^T \hat{P}_i L_{1i} \\ E_{2i}^T E_{bi}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{15i} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{E}}_{ci}^T & \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} & \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} & \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{E}}_{ci}^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{R}}_{14i} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{N}}_{ai}^T & \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{M}}_{ai} & \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{E}}_{ci}^T & \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{d}_i = \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{A}}_{ci1} \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i} + \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{A}}_{ci1}^T \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i} \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i} + \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \hat{\mathbf{P}}_j \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i} + (1 + \eta h) \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T \hat{\mathbf{H}}^T (\hat{\mathbf{Q}}_1 + \hat{\mathbf{Q}}_2) \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}.$$

对于给定的标量 $\varepsilon_l > 0, l = 1, 2, \dots, 7$, 且矩阵 $\hat{\mathbf{Q}}_1 > 0, \hat{\mathbf{Q}}_2 > 0$, 由(34)可以发现

$$2\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{F}}_i(t) \hat{\mathbf{E}}_{bi} \hat{\mathbf{B}}_{2i} \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t)) \leq \varepsilon_4^{-1} \hat{\boldsymbol{\eta}}(t)^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\boldsymbol{\eta}}(t) \\ + \varepsilon_4 \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t))^T \hat{\mathbf{B}}_{2i}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi} \hat{\mathbf{B}}_{2i} \mathbf{x}(t - \tau_{1i}(t)),$$

$$\hat{\mathbf{E}}_{cdi}^T \hat{\mathbf{P}}_i^{-1} \hat{\mathbf{E}}_{cdi} \leq \varepsilon_6^{-1} \hat{\mathbf{G}}_{di}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi} \hat{\mathbf{G}}_{di} + \hat{\mathbf{E}}_{cdi1}^T (\hat{\mathbf{P}}_i^{-1} - \varepsilon_6 \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T)^{-1} \hat{\mathbf{E}}_{cdi1},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{ci}^T \hat{\mathbf{C}}_{ci} \leq \varepsilon_7^{-1} \hat{\mathbf{E}}_{ci}^T \hat{\mathbf{E}}_{ci} + \hat{\mathbf{C}}_{ci1}^T (\mathbf{I} - \varepsilon_7 \hat{\mathbf{B}}_{3i} \hat{\mathbf{L}}_{2i} \hat{\mathbf{L}}_{2i}^T \hat{\mathbf{B}}_{3i}^T)^{-1} \hat{\mathbf{C}}_{ci1},$$

$$\hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{F}}_i(t) \hat{\mathbf{N}}_{ai} + \hat{\mathbf{N}}_{ai}^T \hat{\mathbf{F}}_i(t)^T \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \leq \varepsilon_1 \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i + \varepsilon_1^{-1} \hat{\mathbf{N}}_{ai}^T \hat{\mathbf{N}}_{ai},$$

$$\hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{M}}_{ai} \hat{\mathbf{F}}_i(t) \hat{\mathbf{E}}_{ci} + \hat{\mathbf{E}}_{ci}^T \hat{\mathbf{F}}_i(t)^T \hat{\mathbf{M}}_{ai}^T \hat{\mathbf{P}}_i \leq \varepsilon_2 \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{M}}_{ai} \hat{\mathbf{M}}_{ai}^T \hat{\mathbf{P}}_i + \varepsilon_2^{-1} \hat{\mathbf{E}}_{ci}^T \hat{\mathbf{E}}_{ci},$$

$$2\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{F}}_i(t) \hat{\mathbf{E}}_{bi} \hat{\mathbf{D}}_{2i} \mathbf{v}(t) \leq \varepsilon_5^{-1} \hat{\boldsymbol{\eta}}(t)^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\boldsymbol{\eta}}(t) + \varepsilon_5 \mathbf{v}(t)^T \hat{\mathbf{D}}_{2i}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi} \hat{\mathbf{D}}_{2i} \mathbf{v}(t),$$

$$\hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{F}}_i(t) \hat{\mathbf{E}}_{bi} \hat{\mathbf{C}}_{2i} \hat{\mathbf{L}}_{2i} \hat{\mathbf{F}}_i(t) \hat{\mathbf{E}}_{ci} + \hat{\mathbf{E}}_{ci}^T \hat{\mathbf{F}}_i(t)^T \hat{\mathbf{L}}_{2i}^T \hat{\mathbf{C}}_{2i}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T \hat{\mathbf{F}}_i(t)^T \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i \leq \varepsilon_3 \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T \hat{\mathbf{P}}_i + \varepsilon_3^{-1} \hat{\mathbf{E}}_{ci}^T \hat{\mathbf{E}}_{ci}.$$

式(34)前后乘 $\text{diag}(\hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^T, \mathbf{I}_{5n}, \hat{\mathbf{\Pi}}_{2i}^T, \mathbf{I}_{13n})$ 和 $\text{diag}(\hat{\mathbf{\Pi}}_{1i}^{-1}, \mathbf{I}_{5n}, \hat{\mathbf{\Pi}}_{2i}^{-1}, \mathbf{I}_{13n})$ 且应用 Schur 补, 可得

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_{11i} & \hat{\mathbf{Z}}_{12i} & \hat{\mathbf{Z}}_{13i} & \hat{\mathbf{Z}}_{14i} & \hat{\mathbf{Z}}_{15i} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{12i}^T & \hat{\mathbf{Z}}_{22i} & 0 & 0 & 0 \\ \hat{\mathbf{Z}}_{13i}^T & 0 & \hat{\mathbf{R}}_{33i} & 0 & 0 \\ \hat{\mathbf{Z}}_{14i}^T & 0 & 0 & \hat{\mathbf{R}}_{44i} & 0 \\ \hat{\mathbf{Z}}_{15i}^T & 0 & 0 & 0 & \hat{\mathbf{R}}_{55i} \end{bmatrix} < 0, \quad (35)$$

其中

$$\hat{\mathbf{Z}}_{11i} = \begin{bmatrix} d_i & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{A}}_{cdi1} & 0 & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{D}}_{ci1} \\ \hat{\mathbf{A}}_{cdi1}^T \hat{\mathbf{P}}_i & -(1 - u_1) \hat{\mathbf{Q}}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1 - u_2) \hat{\mathbf{Q}}_2 & 0 \\ \hat{\mathbf{D}}_{ci1}^T \hat{\mathbf{P}}_i & 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{Z}}_{12i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{G}}_{di}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T & \hat{\mathbf{E}}_{cdi}^T & 0 \\ \hat{\mathbf{D}}_{2i}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{22i} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_5^{-1} \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon_6 \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hat{\mathbf{P}}_i^{-1} & \hat{\mathbf{L}}_{1i} \\ 0 & 0 & \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T & -\varepsilon_6^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{Z}}_{13i} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{\mathbf{C}}_{ci1}^T & 0 & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \\ \hat{\mathbf{G}}_{di}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{11i} = \begin{bmatrix} d_i & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{A}}_{cdi1} & 0 & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{D}}_{ci1} \\ \hat{\mathbf{A}}_{cdi1}^T \hat{\mathbf{P}}_i & -(1 - u_1) \hat{\mathbf{Q}}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1 - u_2) \hat{\mathbf{Q}}_2 & 0 \\ \hat{\mathbf{D}}_{ci1}^T \hat{\mathbf{P}}_i & 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{Z}}_{12i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{G}}_{di}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T & \hat{\mathbf{E}}_{cdi}^T & 0 \\ \hat{\mathbf{D}}_{2i}^T \hat{\mathbf{E}}_{bi}^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Z}_{22i} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_5^{-1} \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon_6 \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hat{\mathbf{P}}_i^{-1} & \hat{\mathbf{L}}_{1i} \\ 0 & 0 & \hat{\mathbf{L}}_{1i}^T & -\varepsilon_6^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{13i} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{C}_{ci1}^T & 0 & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \\ \mathbf{G}_{di}^T \mathbf{E}_{bi}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Z}_{15i} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ci}^T & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} & \mathbf{E}_{ci}^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{14i} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{ai}^T & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{M}}_{ai} & \mathbf{E}_{ci}^T & \hat{\mathbf{P}}_i \hat{\mathbf{L}}_{1i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$d_i = \hat{\mathbf{P}}_i \mathbf{A}_{ci1} + \mathbf{A}_{ci1}^T \hat{\mathbf{P}}_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \hat{\mathbf{P}}_j + (1 + \eta h) \mathbf{H}^T (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2) \mathbf{H}.$$

通过 Schur 补满足定理 1 的公式(9)。此时期望得到的非脆弱输出反馈控制器(3)可由(29)实现。定理得证。

注释 1 定理 2 给出了利用非脆弱动态输出反馈控制器解决随机马尔科夫跳变系统鲁棒 H_∞ 控制问题的充分条件。其中当 $\varepsilon_l > 0, l=1, 2, \dots, 7$, 是给定的, $\mathbf{Y}_i, \Phi_i, \Psi_i, \mathbf{Q}_1 > 0, \mathbf{X}_i > 0, \mathbf{Y}_i > 0, \mathbf{Q}_2 > 0$ 是未知的, (28)是一个线性矩阵不等式,这就定义了一个凸解集,因此(28)可以通过全局收敛的凸规划工具求解^[14]。对于(28)中的 $\mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_1$ 是以非线性形式出现的,而这种情况在处理具有时滞的输出反馈控制问题时经常会遇到的情况^[14]。但在状态反馈控制器的设计中,通常可以通过求解一个严格的线性矩阵不等式来得到理想的控制器,且须要确定的参数要少得多。因此,输出反馈控制器的设计要比状态反馈情况复杂得多。

3 仿真例子

考虑工业非等温连续搅拌釜反应器,由于内、外部环境的不不断变化,反应器参数会随之改变,因此,此反应器可被认为是一个随机马尔科夫跳变系统。令 $\mathbf{x} = [\mathbf{C}_A^T \quad \mathbf{T}^T]^T$, 并使用文献[15]的相关数据,上述工业非等温连续搅拌釜反应器可以用随机马尔科夫跳变系统(1)来描述,参数如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{11} &= \begin{bmatrix} -3 & 0.2 \\ 0.3 & -2 \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_{12} &= \begin{bmatrix} -2 & 0.9 \\ 0.9 & -3.521 \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_{11} &= \begin{bmatrix} 0.01 & 0.02 \\ -0.01 & 0.02 \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_{12} &= \begin{bmatrix} 0.011 & 0.02 \\ -0.01 & 0.02 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_{11} &= \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_{12} &= \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}, & \mathbf{C}_{d1} &= \begin{bmatrix} 0.3 & -0.01 \\ -0.01 & 0.1 \end{bmatrix}, & \mathbf{C}_{d2} &= \begin{bmatrix} 0.2 & -0.01 \\ -0.01 & 0.1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}_{11} &= \begin{bmatrix} -0.02 & 0.01 \\ 0.01 & -0.02 \end{bmatrix}, & \mathbf{D}_{12} &= \begin{bmatrix} -0.03 & 0.01 \\ 0.01 & -0.05 \end{bmatrix}, & \mathbf{D}_{21} &= \begin{bmatrix} 0.5 & -0.2 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, & \mathbf{D}_{22} &= \begin{bmatrix} 0.2 & -0.1 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{L}_{21} &= \begin{bmatrix} 1.25 \\ 2 \end{bmatrix}, & \mathbf{L}_{22} &= \begin{bmatrix} 2.35 \\ 1 \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_{21} &= \begin{bmatrix} 0.03 & -0.01 \\ -0.01 & 0.1 \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_{22} &= \begin{bmatrix} 0.02 & -0.001 \\ -0.001 & 0.3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_1 &= \begin{bmatrix} 2 & 0.01 \\ 0.01 & 2 \end{bmatrix}, & \mathbf{C}_2 &= \begin{bmatrix} 2 & 0.5 \\ 0.5 & 2 \end{bmatrix}, & \mathbf{E}_{d1} &= \begin{bmatrix} -0.05 & 0.01 \\ 0.01 & -0.05 \end{bmatrix}, & \mathbf{E}_{d2} &= \begin{bmatrix} -0.05 & 0.01 \\ 0.01 & -0.05 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{E}_1 &= [1 \quad 1], & \mathbf{E}_2 &= [1.05 \quad 1.05], & \mathbf{B}_{31} &= [6 \quad -4], & \mathbf{B}_{32} &= [3 \quad -5], \\ \mathbf{G}_{d1} &= \begin{bmatrix} 0.3 & -0.01 \\ 0.01 & 0.1 \end{bmatrix}, & \mathbf{G}_{d2} &= \begin{bmatrix} 0.2 & -0.01 \\ -0.01 & 0.1 \end{bmatrix}, & \mathbf{\Pi} &= \begin{bmatrix} -1.7 & 1.7 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

当 $u_1=0.06, u_2=0.7, h=4.5$ 时,解线性矩阵不等式(28)和方程(30),可以获得 H_∞ 性能指标 $\gamma=5.8633$ 和非脆弱动态输出反馈控制器(4)的参数如

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{K1} &= \begin{bmatrix} -4.8019 & -36.9714 \\ -7.4395 & -49.4745 \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_{K2} &= \begin{bmatrix} -22.1345 & -91.2929 \\ -17.1113 & -80.6649 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_{K1} &= \begin{bmatrix} 4.2587 & 8.7559 \\ 3.9818 & 8.4869 \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_{K2} &= \begin{bmatrix} 6.3806 & 7.9307 \\ 6.3463 & 7.8302 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$C_{K1} = \begin{bmatrix} -54.4814 & -106.0649 \\ 7.9796 & -10.4859 \end{bmatrix}, \quad C_{K2} = \begin{bmatrix} -66.5930 & -169.8068 \\ 24.7119 & 16.3547 \end{bmatrix},$$

$$\text{令 } \mathbf{x}(0) = [-1.2 \quad 2.11 \quad -2.3 \quad 1.5]^T, \quad \mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} 0.3e^{-0.07t} \sin(t) \\ \text{unifrnd}[-0.04, 0.04] \end{bmatrix}.$$

图 1 给出了基于马尔科夫跳变转移率矩阵 Π 的动态输出反馈控制器闭环随机马尔科夫跳变系统状态 $\mathbf{x}(t)$, 图 2 展示了基于马尔科夫跳变转移率矩阵 Π 的非脆弱动态输出反馈控制器的状态, 图 3 描绘了基于马尔科夫跳变转移率矩阵 Π 的增广系统状态 $\boldsymbol{\eta}(t)$, 图 4 绘制了基于马尔科夫跳变转移率矩阵 Π 的估计输出状态 $\mathbf{z}(t)$ 。

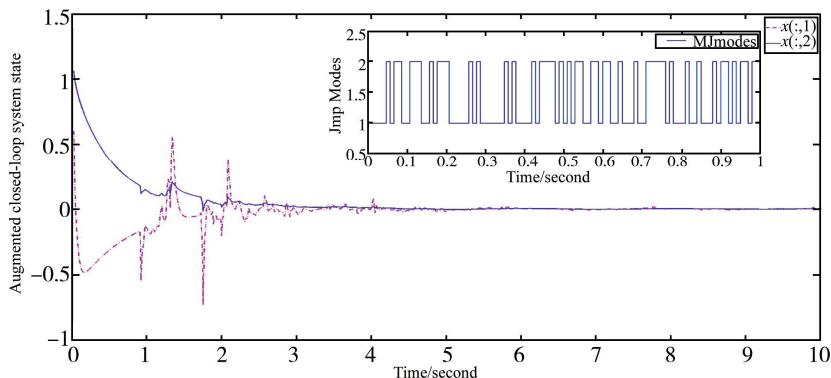


图 1 基于跳变转移率矩阵 Π 的动态输出反馈控制器闭环随机跳变系统状态 $\mathbf{x}(t)$

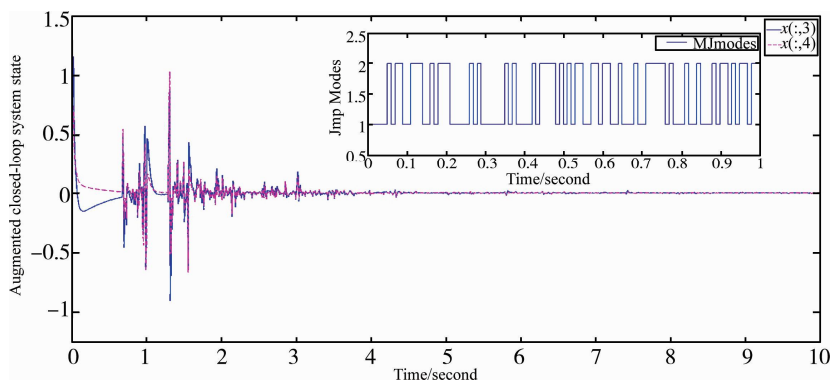


图 2 基于马尔科夫跳变转移率矩阵 Π 的非脆弱动态输出反馈控制器状态

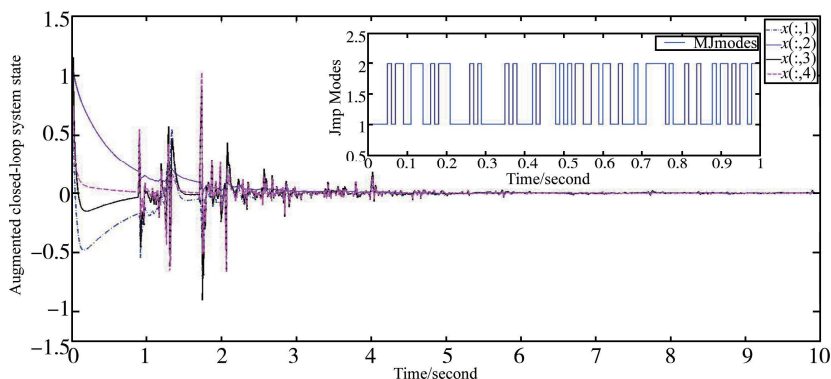


图 3 基于马尔科夫跳变转移率矩阵 Π 的增广系统状态 $\boldsymbol{\eta}(t)$

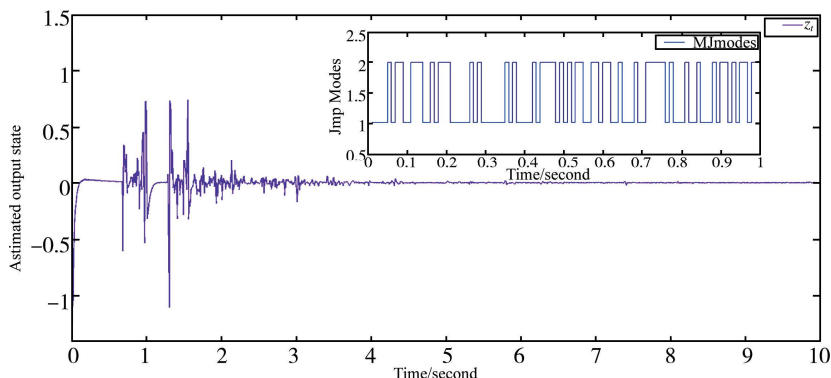


图 4 基于马尔科夫跳变转移率矩阵 Π 的估计输出状态 $\mathbf{z}(t)$

4 结论

本文具体研究了具有时变时滞的随机马尔科夫跳变系统的非脆弱 H_∞ 动态输出反馈控制器问题。目的是设计一个全阶非脆弱动态输出反馈控制器以证明闭环随机马尔科夫跳变系统的指数均方稳定和 H_∞ 性能指标。并且用线性矩阵不等式对非脆弱动态输出反馈控制器的存在条件进行了改进。最后通过实际例子—工业非等温连续搅拌釜反应器,验证了本文方法的有效性和正确性。在未来的工作中,将重点讨论在理论上时变时滞的最大值问题,并引入自由权矩阵技术来获得具有一般的导数约束 $\dot{\tau}_{1i}(t) \leq u_1$, $\dot{\tau}_{2i}(t) \leq u_2$ 时滞相关的充分条件。

参 考 文 献

- [1] 吴昭景.随机引论[M].北京:科学出版社,2015.
- [2] 赵勇,张维海.奇异 Itô 随机系统几个重要基础问题的研究进展[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2017,9(3):237-245.
- [3] 吴付科,张维海.随机微分方程的稳定性理论:方法概述[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2017,9(3):274-283.
- [4] 高文华,邓飞其.不确定随机时滞系统的时滞相关鲁棒镇定[J].数学的实践与认识,2008,38(23):160-165.
- [5] 陈贵词,沈轶,朱松.随机时滞系统的记忆状态反馈非脆弱 H_∞ 控制[J].同济大学学报:理学版,2010,38(10):1529-1532.
- [6] 张慧慧.一类不确定随机多时滞神经网络时滞区间相关的鲁棒指数稳定分析[J].聊城大学学报(自然科学版),2013,26(4):16-23.
- [7] 宋博,徐胜元,夏建伟.具有分布时滞的中立型随机系统的非易碎鲁棒 H_∞ 控制[J].南京理工大学学报(自然科学版),2008,32(3):261-264.
- [8] 华民刚,邓飞其.不确定中立随机分布时滞系统的鲁棒 H_∞ 控制[J].华南理工大学学报(理学版),2008,36(5):106-112.
- [9] WU Z G, DONG S L, SHI P, et al. Reliable filtering of nonlinear Markovian jump systems: the continuous-time case[J]. IEEE Trans Syst Man Cybern, 2019, 49(2): 386-394.
- [10] WU Z G, DONG S L, SU H Y, et al. Asynchronous dissipative control for fuzzy Markov jump systems[J]. IEEE Trans Syst Man Cybern, 2018, 48(8): 2426-2436.
- [11] WANG Y Q, ZHANG G M, CHEN F. Event-based asynchronous dissipative filtering for T-S fuzzy singular Markovian jump systems with redundant channels[J]. Nonlinear Anal Hybrid Syst, 2019(1): 264-283.
- [12] WANG J, LIANG K, HUANG X, et al. Dissipative fault-tolerant control for nonlinear singular perturbed systems with Markov jumping parameters based on slow state feedback[J]. Appl Math Comput, 2018, 328: 247-262.
- [13] WU Z G, SHI P, SHU Z, et al. Passivity-based asynchronous control for Markov jump systems[J]. IEEE Trans Autom Control, 2017, 62(4): 2020-2025.
- [14] XU S Y, CHEN T W. H_∞ output feedback control for uncertain stochastic systems with time-varying delays[J]. Automatica, 2004, 40(12): 2091-2098.
- [15] ZHUANG G M, XU S Y, ZHANG B Y, et al. Robust H_∞ deconvolution filtering for uncertain singular Markovian jump systems with time-varying delays[J]. Int J Robust Nonlinear Control, 2016, 26(12): 2564-2585.
- [16] CHAVEZFUENTES J R, COSTA E F, MAYTA J E, et al. Regularity and stability analysis of discrete-time Markov jump linear singular systems[J]. Automatica, 2017, 76(76): 32-40.
- [17] 庄光明,张化生,赵军圣,等.中立随机马尔科夫跳变系统延迟反馈控制器设计[J].聊城大学学报(自然科学版),2018,31(4):65-71.
- [18] 张慧慧.不确定离散马尔科夫跳变系统鲁棒稳定性分析[J].聊城大学学报(自然科学版),2014,27(3):40-45.
- [19] 刘开宇,张弘强.中立型随机时滞系统的鲁棒稳定与 H_∞ 控制[J].湖南大学学报:理学版 2008,35(1):54-57.
- [20] 杨杨,赵建立.基于 T-S 模型方法的非线性随机时滞金融系统的多目标优化[J].聊城大学学报(自然科学版),2019,32(2):14-21.
- [21] 张婧,梁兴越,夏建伟.具有状态约束的随机非线性系统的自适应跟踪控制[J].聊城大学学报(自然科学版),2019,32(2):8-13.
- [22] 周丽娜,刘晓华.不确定中立型随机时滞系统的鲁棒记忆非脆弱 H_∞ 控制[J].山东大学学报(工学版),2013,43(3):49-56.
- [23] 张慧慧.不确定离散马尔科夫跳变系统鲁棒稳定性分析[J].聊城大学学报(自然科学版),2014,27(3):40-45.
- [24] 陈国梁.马尔科夫跳跃系统时滞相关无源性分析[J].聊城大学学报(自然科学版),2015,28(1):15-18.
- [25] ZHANG D, CHENG J, AHN C K, et al. A flexible terminal approach to stochastic stability and stabilization of continuous-time semi-Markovian jump systems with time-varying delay[J]. Appl Math Comput, 2019, 30: 191-205.

- [5] 李高祥,杨霖,林旭彬.基于能量收集的多对双向 MIMO AF 中继系统的和速率分析[J].电子学报,2019,47(3):531-537.
- [6] 徐凌伟.移动多用户通信系统的功率分配智能优化[J].聊城大学学报(自然科学版),2020,33(4):33-38.
- [7] 王夕予,许晓明,陈亚军.非理想连续干扰消除下非正交多址接入上行传输系统性能分析[J].电子与信息学报,2019,41(12):2795-2801.
- [8] 李正杰,谢军伟,张浩为,等.基于集中式 MIMO 雷达的功率带宽联合分配算法[J].系统工程与电子技术,2020,42(5):1041-1049.
- [9] 孔槐聪,林敏,刘笑宇,等.基于中继选择的星地协作传输系统性能分析[J].系统工程与电子技术,2020,41(1):198-205.
- [11] GAO YUAN, VINCK HAN, Thomas Kaiser. Massive MIMO antenna selection; switching architectures, capacity bounds, and optimal antenna selection algorithms[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(5): 1346-1360.
- [11] PANDEY A, YADAV S. Physical layer security in cooperative AF relaying networks with direct links over mixed Rayleigh and double-Rayleigh fading channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(11): 10615-10630.
- [12] 钱志鸿,田春生,郭银景,等.智能网联交通系统的关键技术与发展[J].电子与信息学报,2020,42(1):2-19.
- [13] 王斐,吴仕超,刘少林,等.基于脑电信号深度迁移学习的驾驶疲劳检测[J].电子与信息学报,2019,41(9):2264-2272.
- [14] 张海霞,李腆腆,李东阳,等.基于车辆行为分析的智能车联网关键技术研究[J].电子与信息学报,2020,42(1):36-49.
- [15] 徐凌伟,权天祺.基于 BP 神经网络的移动安全性能预测[J].聊城大学学报(自然科学版),2020,33(3):34-40.
- [16] KARAGIANNIDIS G K, SAGIAS N C, MATHIOPOULOS P T. Nakagami; a novel stochastic model for cascaded fading channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2007, 55(8): 1453-1458.
- [17] ANGHEL P A, KAVEH M. Exact symbol error probability of a cooperative network in Rayleigh-fading environment[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2004, 3(5): 1416-1421.
- [18] JIN H Y, ZHAO X M. Complementary sliding mode control via Elman neural network for permanent magnet linear servo system[J]. IEEE Access, 2019, 7: 2169-3536.
- [19] HAN X M, LIU Z, WANG J J, et al. Learning solutions for electromagnetic problems using RBF network-based FE-LSSVM[J]. IEEE Access, 2019, 7: 80247-80261.
- [20] KISKIN I, ZILLI D, LI Y P, et al. Bioacoustic detection with wavelet-conditioned convolutional neural networks[J]. Neural Computing and Applications, 2020, 32(4): 915-927.
- [21] COLA T D, MONGELLI M. Adaptive time window linear regression for outage prediction in Q/V band satellite systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2018, 7(5): 808-811.

.....

(上接第 11 页)

- [26] SHEN H, LI F, XU S Y, et al. Slow state variables feedback stabilization for semi-Markov jump systems with singular perturbations[J]. IEEE Trans Autom Control, 2017, 63(8): 2709-2714.
- [27] 陈国梁.马尔科夫跳跃系统时滞相关无源性分析[J].聊城大学学报(自然科学版),2015,28(1):15-18.
- [28] DING S H, LEVANT A, LI S H. Simple homogeneous sliding-mode controller[J]. Automatica, 2016, 67(5): 22-32.
- [29] KARIMI H R. Observer-based mixed H_2/H_∞ control design for linear systems with time-varying delays; an LMI approach[J]. Int J Control Autom Syst, 2008, 6(1): 1-14.
- [30] ZHU S Q, HAN Q L, ZHANG C H. L_1 -stochastic stability and L_1 -gain performance of positive Markov jump linear systems with time-delays; necessary and sufficient conditions[J]. IEEE Trans Autom Control, 2017, 62(7): 3634-3639.
- [31] SHEN H, LI F, WU Z G, et al. Fuzzy-model-based non-fragile control for nonlinear singularly perturbed systems with semi-Markov jump parameters[J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2018, 26(6): 3428-3439.
- [32] KWON N K, PARK I S, PARK P, et al. Dynamic output-feedback control for singular Markovian jump system; LMI approach[J]. IEEE Trans Autom Control, 2017, 62(10): 5396-5400.
- [33] 付俊,刘俊辉,朱阳陈.模糊切换分布参数系统的非脆弱控制器设计[J].火力与指挥控制,2020,45(9):72-76.
- [34] 崔颖.切换时滞神经网络的非脆弱状态估计[J].赤峰学院学报(自然科学版),2019,35(9):4-7.
- [35] 苏子漪,陈友荣,任条娟.时滞切换离散递归神经网络的非脆弱性滤波器设计[J].浙江树人大学学报(自然科学版),2017,17(3):1-6.
- [36] ZHANG B Y, XU S Y, MA Q, et al. Output-feedback stabilization of singular LPV systems subject to inexact scheduling parameters[J]. Automatica, 2019, 104: 1-7.
- [37] TAI W P, TENG Q Y, ZHOU Y M, et al. Chaos synchronization of stochastic reaction-diffusion time-delay neural networks via non-fragile output-feedback control[J]. Appl Math Comput, 2019, 354: 115-127.