

文章编号 1672-6634(2020)01-0017-06

DOI 10.19728/j.issn1672-6634.2020.01.004

# 模糊判断矩阵加性一致性局部修正算法

葛宁静 马振明 宓 玲

(临沂大学 数学与统计学院,山东 临沂 276005)

**摘要** 研究了群体决策中模糊判断矩阵加性一致性修正问题。在给出模糊判断矩阵有关概念的基础上,通过模糊偏序,给出模糊判断矩阵之间距离测度的一般定义,进一步提出新的可接受加性一致性,并设计群体决策中模糊判断矩阵加性一致性局部修正算法,验证了算法的收敛性;最后,通过算例说明本文给出的加性一致性修正算法,并与已有算法进行对比说明提出方法的优点。

**关键词** 模糊判断矩阵; 加性一致性; 偏序; 群体决策

**中图分类号** O159

**文献标识码** A

## 0 引言

群体决策是将若干决策者的个体偏好集成为集体偏好,然后根据集体偏好对一组方案进行排序,从中选择最优方案。目前,将方案两两比较而得到的群体判断矩阵是群体决策分析中的一个热点,从判断矩阵元素的表示方式看,判断矩阵有正互反判断矩阵<sup>[1]</sup>和模糊判断矩阵<sup>[2,3]</sup>两种形式。但与正互反判断矩阵相比,模糊判断矩阵更符合人的心理习惯,更容易为决策者掌握和使用。判断矩阵一致性能够反映决策者判断合理性,从而成为判断矩阵研究的核心。目前,对模糊判断矩阵一致性的研究已有一些成果<sup>[4-13]</sup>。由于实际决策环境的复杂性,决策者给出的模糊判断矩阵一般是难以达到完全一致性的要求的,因此为了保证模糊判断矩阵排序向量的可信度和准确性,必须对其一致性程度作一定要求,并对不具有满意一致性的模糊判断矩阵进行修正。有些学者在群体决策环境下研究模糊判断矩阵一致性问题<sup>[8,9,12,14,15]</sup>,但这些方法往往是对模糊判断矩阵进行全局修正,使得原始判断矩阵中几乎所有元素都发生了变化,不能很好反映原始判断矩阵的信息。既然决策者是专家,其判断元素大部分应该是可靠的,只是少数元素不准确,因此判断矩阵的调整应该局部进行,即只涉及少量元素。

本文首先给出模糊判断矩阵的偏序及其若干性质,然后讨论群体决策中模糊判断矩阵的加性一致性检验与修正问题,提出一种群体决策中模糊判断矩阵加性一致性局部修正算法,并与已有算法进行对比,通过数值例子说明算法有效性。

## 1 预备知识

通常我们将取值于  $[0,1]$  的矩阵称为模糊矩阵,或者模糊关系<sup>[12]</sup>。

**定义 1<sup>[2]</sup>** 模糊矩阵  $P$  如果满足  $p_{ij} = 1 - p_{ji}$ , 则称其为模糊判断矩阵。明显地,  $p_{ii} = 0.5$  且记全体模糊判断矩阵的集合为  $FPR$ 。

**定义 2<sup>[3]</sup>** 模糊判断矩阵  $P$  如果对任意  $i, j, k = 1, 2, \dots, n$ , 满足  $p_{ij} = p_{ik} + p_{kj} - 0.5$ , 则称其具有加性一致性。

**定理 1<sup>[3]</sup>** 模糊判断矩阵  $P$  具有加性一致性当且仅当存在向量  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$  使得  $p_{ij} = 0.5(\omega_i - \omega_j + 1)$ 。

收稿日期:2019-09-29

基金项目:国家自然科学基金项目(11771196);山东省自然科学基金项目(ZR2017MG027)资助

通讯作者:马振明,男,汉族,博士,副教授,研究方向:模糊数学及其应用,E-mail:dmgywto@126.com.

## 2 模糊判断矩阵加性一致性局部修正算法

**定义 3** 设  $P, Q$  为两个模糊判断矩阵. 如果对任意  $i < j, i, j = 1, 2, \dots, n$ , 有  $p_{ij} \leq q_{ij}$ , 则称  $P$  小于等于  $Q$ , 记为  $P \leq Q$ .

**定义 4** 设  $P, Q, R$  为三个模糊判断矩阵. 映射  $D: FPR \times FPR \rightarrow [0, 1]$  如果满足(1)  $D(P, P) = 0$ ; (2)  $D(P, Q) = D(Q, P)$ ; (3)  $P \leq Q \leq R$  蕴涵  $D(P, Q) \vee D(Q, R) \leq D(P, R)$ , 则称  $D$  为  $FPR$  上的距离测度.

对给定模糊判断矩阵  $P, Q$ , 我们定义如下具体的距离测度

$$D(P, Q) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i < j} |p_{ij} - q_{ij}|.$$

设  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  为  $n$  个待选对象,  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_s\}$  为  $s$  个决策者. 决策者  $e_l$  使用模糊判断矩阵  $P^l$  来表达偏好信息.

**定理 2** 设  $P^1, P^2, \dots, P^s$  为一族模糊判断矩阵. 定义  $N = (n_{ij})$  和  $M = (m_{ij})$  如

$$n_{ij} = \begin{cases} \min_{l=1}^s \{p_{ij,l}\}, & i < j, \\ 0.5, & i = j, \\ \max_{l=1}^s \{p_{ij,l}\}, & i > j, \end{cases} \quad m_{ij} = \begin{cases} \max_{l=1}^s \{p_{ij,l}\}, & i < j, \\ 0.5, & i = j, \\ \min_{l=1}^s \{p_{ij,l}\}, & i > j, \end{cases}$$

则  $N, M$  为模糊判断矩阵.

**证明** 我们只证明  $N$  为模糊判断矩阵, 类似可证  $M$  为模糊判断矩阵. 容易验证  $\min_{l=1}^s \{p_{ij,l}\} = \min_{l=1}^s \{1 - p_{ji,l}\} = 1 - \max_{l=1}^s \{p_{ji,l}\}$ , 由定义 1 有  $N$  为模糊判断矩阵.

**定理 3** 设  $P^1, P^2, \dots, P^s$  为一族模糊判断矩阵, 则  $N \leq M$ .

**证明** 显然, 故略.

通常情况下, 由于客观事物的复杂性和人们认识的多样性, 决策者所给出的模糊判断矩阵通常不具有完全一致性, 因此往往希望将一个不一致的模糊判断矩阵修正为具有可接受的加性一致性的模糊判断矩阵.

**定义 5** 设  $P^1, P^2, \dots, P^s$  为一族模糊判断矩阵且  $\tilde{P}$  为加性一致模糊判断矩阵. 如果对  $a \in [0, 1]$  有  $D(P_l, \tilde{P}) < a$ , 则称  $P_l$  相对于  $\tilde{P}$  具有可接受加性一致性.

**定理 4** 设  $P^1, P^2, \dots, P^s$  相对于加性一致模糊判断矩阵  $K$  具有可接受加性一致性且  $P_l \leq K, l = 1, 2, \dots, s$ . 如果  $N$  相对于  $K$  具有可接受加性一致性, 那么  $P_l$  相对于  $K$  具有可接受加性一致性.

**证明** 由于  $P_l$  相对于加性一致模糊判断矩阵  $K$  具有可接受加性一致性, 即  $D(P_l, K) < a$  且  $P_l \leq K$ . 所以,  $N \leq P_l \leq M \leq K$ . 由于  $N$  相对于  $K$  具有可接受加性一致性, 即  $D(N, K) < a$ , 我们有  $D(P_l, K) \leq D(N, K) < a$ . 所以  $P_l$  相对于  $K$  具有可接受加性一致性.

上述定理保证了具有可接受加性一致模糊判断矩阵集成后仍具有可接受加性一致性. 我们通过如下算法给出加性一致模糊判断矩阵  $K$  以及不具有可接受加性一致性的模糊判断矩阵的修正算法.

### 算法

**步 1** 给出模糊判断矩阵  $P^{(l,h)}, l = 1, 2, \dots, s, h = 0$  且  $a = 0.1$ .

**步 2** 由模糊判断矩阵  $P^{(l,h)}$  构造模糊判断矩阵  $N^{(h)}$  和  $M^{(h)}$ , 其中  $l = 1, 2, \dots, s$ .

**步 3** 由模型  $\min D(N^{(h)}, \tilde{N}^{(h)})$ , s. t.  $M^{(h)} \geq \tilde{N}^{(h)}$  求解加性一致模糊判断矩阵  $\tilde{N}^{(h)}$ .

**步 4** 计算  $D(P^{(l,h)}, \tilde{N}^{(h)})$ , 如果  $D(P^{(l,h)}, \tilde{N}^{(h)}) < a$  ( $l = 1, 2, \dots, s$ ), 转到步 8; 否则, 存在  $\{l_1, l_2, \dots, l_t\} \subseteq \{1, 2, \dots, s\}$  使得  $D(P^{(l,h)}, \tilde{N}^{(h)}) \geq a$ .

**步5** 计算  $d(p_{ij}^{(l_0)}, \tilde{n}_{ij}^{(h)})$  其中 ( $i < j, l = 1, 2, \dots, s$ ) 令  $i_0^{(h)}, j_0^{(h)} \in \{1, 2, \dots, n\}$  和  $l_0 \in \{1, 2, \dots, s\}$  满足

$$d(p_{i_0^{(h)} j_0^{(h)}}^{(l_0)}, \tilde{n}_{i_0^{(h)} j_0^{(h)}}^{(h)}) = \max\{d(p_{ij}^{(l_0)}, \tilde{n}_{ij}^{(h)}) \mid i < j, l = 1, 2, \dots, s\}.$$

**步6** 修正  $\mathbf{P}^{(l_0 h)}$  为  $\mathbf{P}^{(l_0 h+1)}$ , 其中

$$p_{ij}^{(l_0 h+1)} = \begin{cases} p_{ij}^{(l_0 h)}, & (i, j) \notin \{(i_0^{(h)}, j_0^{(h)}), (j_0^{(h)}, i_0^{(h)})\}, \\ p^{(l_0 h+1)}, & (i, j) = (i_0^{(h)}, j_0^{(h)}), \\ 1 - p^{(l_0 h+1)}, & (i, j) = (j_0^{(h)}, i_0^{(h)}), \end{cases}$$

满足  $\mathbf{N}^{(h)} \leqslant \mathbf{N}^{(h+1)}$  和  $\mathbf{M}^{(h+1)} \leqslant \mathbf{M}^{(h)}$ .

**步7** 由模型  $\min D(\mathbf{N}^{(h+1)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h+1)})$ , s. t.  $\mathbf{M}^{(h+1)} \leqslant \tilde{\mathbf{N}}^{(h+1)} \leqslant \tilde{\mathbf{N}}^{(h)}$  求解  $(i_0^{(h)}, j_0^{(h)})$  位置元素  $p$ , 确定  $\mathbf{P}^{(l_0 h+1)}$ .

**步8** 利用加权算术平均算子将  $\mathbf{P}^{(l_0 h)}, l = 1, 2, \dots, s$  集成为集体模糊判断矩阵  $\mathbf{P}^{(h)}$ .

**步9** 利用文献[8]中提供的公式  $\omega_i = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(h)}$  计算排序向量.

**定理5** 设  $\mathbf{P}^1, \mathbf{P}^2, \dots, \mathbf{P}^s$  为一族模糊判断矩阵且  $\{\mathbf{N}^{(h)}\}$  和  $\{\tilde{\mathbf{N}}^{(h)}\}$  由上述算法确定. 那么  $\lim_{h \rightarrow \infty} D(\mathbf{N}^{(h)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h)}) = 0$ .

**证明** 由距离测度的定义我们有  $D(\mathbf{N}^{(h)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h)}) \geqslant 0$ , 因此  $D(\mathbf{N}^{(h)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h)})$  有下界. 由上述算法的步3和步7我们有  $\mathbf{N}^{(h)} \leqslant \mathbf{N}^{(h+1)} \leqslant \tilde{\mathbf{N}}^{(h+1)} \leqslant \tilde{\mathbf{N}}^{(h)}$ , 所以  $D(\mathbf{N}^{(h+1)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h+1)}) \leqslant D(\mathbf{N}^{(h)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h)})$ , 即数列  $D(\mathbf{N}^{(h)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h)})$  关于  $h$  单调递减. 所以,  $\lim_{h \rightarrow \infty} D(\mathbf{N}^{(h)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h)}) = 0$ .

上述定理表明本文提出的算法具有收敛性.

### 3 数值例子与对比分析

本节我们主要给出本文提出的修正不具有加性一致性的模糊判断矩阵方法和已有方法进行对比. 我们通过下面数值例子演示提出的算法.

**例1** 设4个决策者  $\mathbf{E} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$  对4个对象  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  进行评估, 给出如下模糊判断矩阵

$$\mathbf{P}^1 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.6 & 0.4 \\ 0.7 & 0.5 & 0.7 & 0.7 \\ 0.4 & 0.3 & 0.5 & 0.3 \\ 0.6 & 0.3 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}^2 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.7 & 0.5 \\ 0.6 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.8 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P}^3 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.5 & 0.7 \\ 0.7 & 0.5 & 0.1 & 0.3 \\ 0.5 & 0.9 & 0.5 & 0.3 \\ 0.3 & 0.7 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}^4 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.2 & 0.7 \\ 0.6 & 0.5 & 0.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0.4 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}.$$

假设4个决策者权重相同, 取阈值  $a=0.1$ , 通过数学软件 Sagemath 计算, 当迭代次数  $h=0$  时, 我们有

$$D(\mathbf{P}^{(1,0)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(0)}) = 0.256 > 0.1, D(\mathbf{P}^{(2,0)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(0)}) = 0.150 > 0.1,$$

$$D(\mathbf{P}^{(3,0)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(0)}) = 0.273 > 0.1, D(\mathbf{P}^{(4,0)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(0)}) = 0.211 > 0.1,$$

因此需要对它们进行修正, 经过13次迭代(过程见表1), 算法终止, 此时我们有  $\mathbf{P}^{(1,13)}, \mathbf{P}^{(2,13)}, \mathbf{P}^{(3,13)}$ ,  $\mathbf{P}^{(4,13)}$  与  $\tilde{\mathbf{N}}^{(13)}$  之间的距离分别为

$$D(\mathbf{P}^{(1,13)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(13)}) = 0.073 < 0.1, D(\mathbf{P}^{(2,13)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(13)}) = 0.075 < 0.1,$$

$$D(\mathbf{P}^{(3,13)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(13)}) = 0.073 < 0.1, D(\mathbf{P}^{(4,13)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(13)}) = 0.087 < 0.1,$$

因此它们都具有可接受加性一致性. 利用加权算术平均算子将  $\mathbf{P}^{(1,13)}, \mathbf{P}^{(2,13)}, \mathbf{P}^{(3,13)}, \mathbf{P}^{(4,13)}$  集成为集体模糊判断矩阵

$$\mathbf{P}^{(1,13)} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.300 & 0.600 & 0.934 \\ 0.700 & 0.500 & 0.700 & 0.876 \\ 0.400 & 0.300 & 0.500 & 0.687 \\ 0.066 & 0.125 & 0.313 & 0.500 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}^{(2,13)} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.400 & 0.700 & 0.717 \\ 0.600 & 0.500 & 0.600 & 0.934 \\ 0.300 & 0.400 & 0.500 & 0.800 \\ 0.283 & 0.066 & 0.200 & 0.500 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P}^{(3,13)} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.300 & 0.500 & 0.919 \\ 0.700 & 0.500 & 0.623 & 0.934 \\ 0.500 & 0.377 & 0.500 & 0.756 \\ 0.082 & 0.066 & 0.244 & 0.500 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}^{(4,13)} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.400 & 0.512 & 0.931 \\ 0.600 & 0.500 & 0.600 & 0.800 \\ 0.488 & 0.400 & 0.500 & 0.701 \\ 0.069 & 0.200 & 0.299 & 0.500 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{N}}^{(13)} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.500 & 0.667 & 0.934 \\ 0.500 & 0.500 & 0.667 & 0.934 \\ 0.333 & 0.333 & 0.500 & 0.767 \\ 0.066 & 0.066 & 0.233 & 0.500 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}^{(13)} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.350 & 0.578 & 0.875 \\ 0.650 & 0.500 & 0.631 & 0.886 \\ 0.422 & 0.369 & 0.500 & 0.736 \\ 0.125 & 0.114 & 0.264 & 0.500 \end{pmatrix}.$$

表 1 一致性修正算法迭代过程

迭代次数 $h$	$D(\mathbf{N}^{(h)}, \tilde{\mathbf{N}}^{(h)})$	修改第 $k$ 个矩阵的 $ij$ 位置元素
0	0.411	2 1 3
1	0.328	2 1 2
2	0.312	0 0 3
3	0.311	0 2 3
4	0.262	3 0 2
5	0.250	2 2 3
6	0.217	1 0 3
7	0.195	0 2 3
8	0.188	3 2 3
9	0.188	0 1 3
10	0.171	1 1 3
11	0.171	2 0 3
12	0.168	3 0 3
13	0.144	2 2 3

通过公式  $\omega_i = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(12)}$  给出排序向量  $(1.151, 1.333, 1.014, 0.502)$ , 因此获得排序为  $x_2 > x_1 > x_3 > x_4$  所以  $x_2$  为最优对象.

利用文献[8]方法, 取阈值  $a = 0.1$ , 控制参数  $cp = 0.9$ , 构造与  $\mathbf{P}^i, i = 1, 2, 3, 4$  相应的加性一致的模糊判断矩阵  $\tilde{\mathbf{P}}^i, i = 1, 2, 3, 4$ , 如

$$\tilde{\mathbf{P}}^1 = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.300 & 0.575 & 0.425 \\ 0.700 & 0.500 & 0.775 & 0.625 \\ 0.425 & 0.225 & 0.500 & 0.350 \\ 0.575 & 0.375 & 0.65 & 0.500 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{P}}^2 = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.425 & 0.525 & 0.65 \\ 0.575 & 0.500 & 0.600 & 0.725 \\ 0.475 & 0.400 & 0.500 & 0.625 \\ 0.350 & 0.275 & 0.375 & 0.500 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{P}}^3 = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.600 & 0.450 & 0.450 \\ 0.400 & 0.500 & 0.350 & 0.350 \\ 0.550 & 0.650 & 0.500 & 0.500 \\ 0.550 & 0.650 & 0.500 & 0.500 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{P}}^4 = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.325 & 0.400 & 0.575 \\ 0.675 & 0.500 & 0.575 & 0.750 \\ 0.600 & 0.425 & 0.500 & 0.675 \\ 0.425 & 0.250 & 0.325 & 0.500 \end{pmatrix}.$$

通过数学软件 Sagemath 计算,我们有  $D(\mathbf{P}^1, \tilde{\mathbf{P}}^1) = 0.042 < 0.1$ ,  $D(\mathbf{P}^2, \tilde{\mathbf{P}}^2) = 0.092 < 0.1$ ,  $D(\mathbf{P}^3, \tilde{\mathbf{P}}^3) = 0.183 > 0.1$ ,  $D(\mathbf{P}^4, \tilde{\mathbf{P}}^4) = 0.108 > 0.1$ , 因此  $\mathbf{P}^3, \mathbf{P}^4$  需要修正, 利用公式  $\mathbf{P}^{(i,k+1)} = c p^{k+1} \mathbf{P}^{(i,k)} + (1 - c p^{k+1}) \tilde{\mathbf{P}}^i$ ,  $i = 3, 4$ , 其中  $k+1$  为迭代次数, 分别经过 3 次和 2 次迭代, 算法终止,  $\mathbf{P}^3, \mathbf{P}^4$  修正为  $\mathbf{P}^{(3,3)}, \mathbf{P}^{(4,2)}$  如

$$\mathbf{P}^{(3,3)} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.441 & 0.477 & 0.583 \\ 0.559 & 0.500 & 0.217 & 0.323 \\ 0.523 & 0.783 & 0.500 & 0.394 \\ 0.417 & 0.677 & 0.606 & 0.500 \end{pmatrix}, \mathbf{P}^{(4,2)} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.393 & 0.220 & 0.688 \\ 0.608 & 0.500 & 0.598 & 0.795 \\ 0.780 & 0.403 & 0.500 & 0.517 \\ 0.313 & 0.205 & 0.482 & 0.500 \end{pmatrix}.$$

利用加权算术平均算子集成  $\mathbf{P}^1, \mathbf{P}^2, \mathbf{P}^{(3,3)}, \mathbf{P}^{(4,2)}$  为集体模糊判断矩阵  $\mathbf{P}$ , 其中

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.383 & 0.499 & 0.543 \\ 0.617 & 0.500 & 0.529 & 0.630 \\ 0.501 & 0.471 & 0.500 & 0.503 \\ 0.457 & 0.370 & 0.497 & 0.500 \end{pmatrix}.$$

利用公式  $\omega_i = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}$  给出排序向量  $(0.963, 1.138, 0.988, 0.912)$ , 因此排序为  $x_2 > x_3 > x_1 > x_4$ , 即

$x_2$  最优对象, 与本文方法得到最优对象一致. 虽然, 上述两种方法获得了相同的最优对象. 对比分析我们发现, 文献[8]的方法属于全局修正, 即每次都对模糊判断矩阵的所有元素进行修正; 本文的方法属于局部修正, 每次仅对判断矩阵中的一对互补元素进行修正, 能够尽可能的保留决策者最初的判断信息, 更符合实际决策需要.

## 4 结论

本文以模糊判断矩阵的偏序关系为工具, 给出了基于模糊判断矩阵的专家群体判断加性一致性检验与修正的局部算法, 相比全局修正算法, 更符合实际决策需要, 为合理应用模糊判断矩阵评价和优选决策方案奠定了较为坚实的基础.

## 参 考 文 献

- [1] Saaty T A. The analytic hierarchy process[M]. New York: McGraw-Hill, 1980.
- [2] Orlorski S A. Decision-making with a fuzzy preference relation[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(3): 155-167.
- [3] Tanio T. Fuzzy preference ordering in group decision making[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 12(2): 117-131.
- [4] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵的相容度及一致性研究[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2002, 3(2): 94-96.
- [5] 徐泽水. 综合判断矩阵的一致性及特征值问题研究[J]. 系统工程学报, 2000, 15(3): 258-261.
- [6] 樊治平, 姜艳萍, 肖四汉. 模糊判断矩阵的一致性及其性质[J]. 控制与决策, 2001, 16(1): 69-71.
- [7] 宋光兴, 杨德礼. 模糊判断矩阵的一致性检验及一致性改进方法[J]. 系统工程, 2003, 21(1): 110-116.
- [8] Wu Z B, Xu J P. A concise consensus support model for group decision making with reciprocal preference relations based on deviation measures[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2012, 206: 58-73.
- [9] Xia M, Xu Z S, Chen J. Algorithms for improving consistency or consensus of reciprocal [0,1]-valued preference relations[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2013, 216: 108-133.
- [10] Xu Y, Liu X, Wang H. The additive consistency measure of fuzzy reciprocal preference relations[J]. International Journal of Machine Learning & Cybernetics, 2018, 9: 1141-1152.
- [11] Xu Y, Herrera F. Visualizing and rectifying different inconsistencies for fuzzy reciprocal preference relations[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2019, 362: 85-109.
- [12] Zhang H. Group decision making based on multiplicative consistent reciprocal preference relations[J]. Fuzzy Sets and Systems,

2016,282:31-46.

- [13] Wang J,Lan J,Ren P,Luo Y. Some programming models to derive priority weights from additive interval fuzzy preference relation [J]. Knowledge-Based Systems,2012,27:69-77.
- [14] Wang Y,Fan Z. Group decision analysis based on fuzzy preference relations:logarithmic and geometric least squares methods[J]. Applied Mathematics and Computation,2007,194 :108-119.
- [15] Ma Z M,Xu Z S. Hyperbolic scales involving appetites-based intuitionistic multiplicative preference relations for group decision making[J]. Information Sciences,2018(451/452):310-325.

# A Local Algorithm for Additive Consistency of Fuzzy Judgement Matrices in Group Decision Making

GE Ning-jing MA Zhen-ming MI Ling

(School of Mathematics and Statistics,Linyi University,Linyi 276005,China)

**Abstract** The present paper investigate the issue on the modification of the additive consistency of fuzzy judgement matrices in group decision making. Based on the basis of fuzzy judgement matrices,a general concept of distance measure between fuzzy judgement matrices and a novel acceptably additive consistency are defined. Then,a local algorithm of reaching the acceptably additive consistency of fuzzy judgement matrices is proposed and its convergence is verified. At last,by numerical example,the proposed algorithm is illuminated and its advantage is given by comparing with the existing method.

**Key words** fuzzy judgement matrices; additive consistency; partial order; group decision making