文章编号　1672-6634(2020)01-0005-05　　**DOI**　10.19728/j.issn1672-6634.2020.01.002

一种新的 *L-fuzzy* 粗糙集的刻画方法

孙守斌[1]　胡　凯[2]

(1.聊城大学 计算机学院,山东 聊城 252059;2.聊城大学 数学科学学院,山东 聊城 252059)

摘　要　远域作为分子的邻近结构,在模糊拓扑中起着重要的作用.能否把远域应用到粗糙集理论中用于刻画近似算子?我们在这方面进行了有益的尝试,得到了较好的结论.基于远域系统,我们讨论了串行的、自反的、弱传递的、弱一元的和传递的等性质,得到了很好的结论.

关键词　*L-fuzzy* 远域系统;完全分配格;上近似算子;粗糙集

中图分类号　O159　　**文献标识码**　A

0　引言

1982 年,Z.Pawlak 提出了粗糙集理论[1,2],用于研究和处理信息系统中的模糊和粒度以及进行数据分析.随后粗糙集理论得到了迅速的发展,取得了许多有益的成果.众所周知,粗糙集理论在数据的决策与分析、模式识别、机器学习与知识发现等方面都有很好的应用.研究粗糙集的方法多种多样,覆盖是一种基本的方法[3-8].许多学者用邻域的方法研究粗糙集也有许多好的结论[9-16],在模糊拓扑中,邻域和远域都起着非常重要的作用,利用远域理论在相当广泛的框架下建立了比较完整的 Moore-Smith 收敛理论,那么在粗糙集理论中用远域理论刻画近似算子就是很自然的事情了.笔者及其合作者利用远域理论刻画了上近似,并得到了许多好的结论.

1　预备知识

设 L 是带有逆和对应“$'$”的完全分配格,X 是非空的集合,L^X 是 *L-fuzzy* 集合.L^X 中的最大元和最小元分别记为 1_X 和 0_X.设 $a\in L$,a 叫做素元,若对 L 的任意元 b,c,当 $a\geqslant b\wedge c$ 时,有 $a\geqslant b$ 或 $a\geqslant c$.设 $a\in L$,a 叫做余素元,若对 L 的任意元 b,c,当 $a\leqslant b\vee c$ 时,有 $a\leqslant b$ 或 $a\leqslant c$.L 中非单位元的素元,记为 $P(L)$,L 中非零元的余素元,记为 $J(L)$,L^X 中非 0_X 的余素元,记为 $J(L^X)$.

定义 1[8]　X 上的广义的 *L-fuzzy* 邻域系统是一个函数 $FN:X\to L^{L^X}$,这里 $\forall x\in X$,$FN(x)$ 是非空的,即 $\bigvee\limits_{K\in L^X}FN(x)(K)=1$.$FN(x)$ 称为 x 的广义的 *L-fuzzy* 邻域系统,$FN(x)(K)$ 表示 K 是 x 的邻域的程度.

定义 2[8]　设 $FN:X\to L^{L^X}$ 是一个广义的 *L-fuzzy* 邻域系统,$\forall A\in L^X$,则其上、下近似算子 $\overline{FN}(A)$ 和 $\underline{FN}(A)$ 分别定义为:$\forall x\in X$,

$$\overline{FN}(A)(x)=\bigwedge_{K\in L^X}[FN(x)(K)\to N(K,A)],$$

$$\underline{FN}(A)(x)=\bigvee_{K\in L^X}[FN(x)(K)*S(K,A)].$$

收稿日期:2018-11-20

基金项目:国家自然科学基金项目(11501278,11471152);聊城大学科研基金项目(318011515);教育部-学佳澳软件科技发展有限公司基金项目资助

通讯作者:胡凯,男,汉族,博士,副教授,研究方向:模糊数学及其应用,E-mail:hukai@lcu.edu.cn.

2 L-$fuzzy$ 远域系统

在这一节,我们将定义广义的 L-$fuzzy$ 远域系统以及上近似,并分别讨论串行的、自反的、弱传递的、弱一元的和传递的等性质.

定义 3 一个映射 $FRN:J(L^X)\to 2^{L^X}$ 称为广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,如果对任意的 $x_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K\in FRN(x_\lambda)$, $K\neq 0_X$. 这里 $FRN(x_\lambda)$ 称为 x_λ 的远域系, $K\in FRN(x_\lambda)$ 称为 x_λ 的远域.

定义 4 设 $FRN:J(L^X)\to 2^{L^X}$ 是广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,则对任意的 $A\in L^X$, A 的上近似定义为: $\overline{FRN}(A)=\vee\{x_\lambda\in J(L^X)\mid \forall K\in FRN(x_\lambda),A\leqslant K\}$.

下面我们在广义的 L-$fuzzy$ 远域系统下分别定义串行的、自反的、弱一元的、弱传递的和传递的,并讨论它们的性质.

定义 5 设 FRN 是广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,则

(FRN1) 称 FRN 是串行的,如果任给 $x_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K\in FRN(x_\lambda)$, $K\neq 1_X$;

(FRN2) 称 FRN 是自反的,如果任给 $x_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K\in FRN(x_\lambda)$, $x_\lambda\notin K$;

(FRN3) 称 FRN 是弱一元的,如果任给 $x_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K,V\in FRN(x_\lambda)$,存在 $M\in FRN(x_\lambda)$ 使得 $K\vee V\leqslant M$;

(FRN4) 称 FRN 是弱传递的,如果任给 $x_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K\in FRN(x_\lambda)$,存在 $V\in FRN(x_\lambda)$ 使得对任意的 $y_\lambda\notin V$ 存在 $V_{y_\lambda}\in FRN(y_\lambda)$ 且 $K\leqslant V_{y_\lambda}$;

(FRN5) 称 FRN 是传递的,任给 $x_\lambda,y_\lambda,z_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K\in FRN(y_\lambda)$, $M\in FRN(z_\lambda)$,若 $x_\lambda\notin K$ 且 $y_\lambda\notin M$,则 $x_\lambda\notin M$.

命题 1 设 FRN 是广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,则

(1) $\overline{FRN}(0_X)=0_X$, (2) $\forall A,B\in L^X$ 且 $A\leqslant B$,则 $\overline{FRN}(A)\leqslant\overline{FRN}(B)$.

证明 (1) 根据上近似的定义,任给 $x_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K\in FRN(x_\lambda)$, $0_X\leqslant K$. 这和 $0_X\leqslant K$ 矛盾. 所以 $\overline{FRN}(0_X)=0_X$.

(2) 任给 $x_\lambda\in\overline{FRN}(A)$ 和任意 $K\in FRN(x_\lambda)$,则 $A\leqslant K$. 因为 $A\leqslant B$,所以 $B\leqslant K$. 这表明 $x_\lambda\in\overline{FRN}(B)$,因此 $\overline{FRN}(A)\leqslant\overline{FRN}(B)$.

命题 2 设 FRN 是广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,则 FRN 是串行的当且仅当 $\overline{FRN}(1_X)=1_X$.

证明 必要性 如果 FRN 是串行的,则对任给 $x_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K\in FRN(x_\lambda)$, $K\neq 1_X$. 这表明 $\overline{FRN}(1_X)=1_X$.

充分性 由 $\overline{FRN}(1_X)=1_X$ 知,对任何 $K\in FRN(x_\lambda)$, $1_X\leqslant K$,因此任给 $K\in FRN(x_\lambda)$ 知 $K\neq 1_X$,所以 FRN 是串行的.

命题 3 设 FRN 是广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,则 FRN 是自反的当且仅当 $\forall A\in L^X$, $A\leqslant\overline{FRN}(A)$.

证明 必要性 如果 FRN 是自反的,任给 $A\in L^X$ 和 $x_\lambda\in A$,则任给 $K\in FRN(x_\lambda)$, $x_\lambda\notin K$. 因此 $A\leqslant K$,这表明 $x_\lambda\in\overline{FRN}(A)$,所以 $A\leqslant\overline{FRN}(A)$.

充分性 任给 $x_\lambda\in J(L^X)$ 和 $K\in FRN(x_\lambda)$,因为 $K\leqslant K$,所以 $x_\lambda\notin\overline{FRN}(K)$. 由 $K\leqslant\overline{FRN}(K)$ 知, $x_\lambda\notin K$,这表明 FRN 是自反的.

命题 4 设 FRN 是广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,则 FRN 是弱一元的当且仅当 $\forall A,B\in L^X$, $\overline{FRN}(A\vee B)=\overline{FRN}(A)\vee\overline{FRN}(B)$.

证明 **必要性** $\forall A,B\in L^X$,因为 $\overline{FRN}(A)\leqslant\overline{FRN}(A\vee B)$, $\overline{FRN}(B)\leqslant\overline{FRN}(A\vee B)$,所以 $\overline{FRN}(A)\vee\overline{FRN}(B)\leqslant\overline{FRN}(A\vee B)$. 下面证明 $\overline{FRN}(A)\vee\overline{FRN}(B)\geqslant\overline{FRN}(A\vee B)$.

$\forall x_\lambda\notin\overline{FRN}(A)\vee\overline{FRN}(B)$,则 $x_\lambda\notin\overline{FRN}(A)$ 且 $x_\lambda\notin\overline{FRN}(B)$,于是存在 $K,V\in FRN(x_\lambda)$ 使得 $A\leqslant K$, $B\leqslant V$,因此 $A\vee B\leqslant K\vee V$. 因为 FRN 是弱一元的,所以对于 $K,V\in FRN(x_\lambda)$ 存在 $M\in$

$FRN(x_\lambda)$ 使得 $K \vee V \leqslant M$，由此得到 $A \vee B \leqslant M$，因此 $x_\lambda \notin \overline{FRN}(A \vee B)$，这表明 $\overline{FRN}(A) \vee \overline{FRN}(B) \geqslant \overline{FRN}(A \vee B)$，故 $\overline{FRN}(A \vee B) = \overline{FRN}(A) \vee \overline{FRN}(B)$.

充分性　任给 $x_\lambda \in J(L^X)$ 和 $K, V \in FRN(x_\lambda)$，因为 $K \leqslant K$，所以 $x_\lambda \notin \overline{FRN}(K)$. 同理，$x_\lambda \notin \overline{FRN}(V)$，因此 $x_\lambda \notin \overline{FRN}(K) \vee \overline{FRN}(V) = \overline{FRN}(K \vee V)$，由此知存在 $M \in FRN(x_\lambda)$ 使得 $K \vee V \leqslant M$，所以 FRN 是弱一元的.

命题 5　设 FRN 是广义的 L-$fuzzy$ 远域系统，则 FRN 是弱传递的当且仅当 $\forall A \in L^X$，$\overline{FRN}(A) \geqslant \overline{FRN}(\overline{FRN}(A))$.

证明　必要性 $\forall x_\lambda \notin \overline{FRN}(A)$，则存在 $K \in FRN(x_\lambda)$ 使得 $A \leqslant K$. 由 FRN 是弱传递的知，对于 $K \in FRN(x_\lambda)$ 存在 $V \in FRN(x_\lambda)$ 使得 $\forall y_\lambda \notin V$，存在 $V_{y_\lambda} \in FRN(y_\lambda)$ 且 $K \leqslant V_{y_\lambda}$，由此得 $A \leqslant V_{y_\lambda}$. 由上近似的定义知 $y_\lambda \notin \overline{FRN}(A)$ 且 $V \leqslant \overline{FRN}(A)$，因此 $x_\lambda \notin \overline{FRN}(\overline{FRN}(A))$. 故 $\forall A \in L^X$，$\overline{FRN}(A) \geqslant \overline{FRN}(\overline{FRN}(A))$.

充分性 $\forall x_\lambda \in J(L^X)$，$K \in FRN(x_\lambda)$，由 $K \leqslant K$ 得 $x_\lambda \notin \overline{FRN}(K) \geqslant \overline{FRN}(\overline{FRN}(K))$，所以存在 $V \in FRN(x_\lambda)$ 使得 $\overline{FRN}(K) \leqslant V$. 因此 $\forall y_\lambda \notin V$，则 $y_\lambda \notin \overline{FRN}(K)$，所以存在 $V_{y_\lambda} \in FRN(y_\lambda)$ 使得 $K \leqslant V_{y_\lambda}$. 故 FRN 是弱传递的.

命题 6　设 FRN 是广义的 L-$fuzzy$ 远域系统，若 FRN 是传递的，则 $\forall A \in L^X$，$\overline{FRN}(A) \geqslant \overline{FRN}(\overline{FRN}(A))$.

证明　$\forall x_\lambda \in \overline{FRN}(\overline{FRN}(A))$，$K \in FRN(x_\lambda)$，由上近似的定义知 $\overline{FRN}(A) \leqslant K$，于是存在 $y_\lambda \in \overline{FRN}(A)$ 使得 $y_\lambda \notin K$. 由 $y_\lambda \in \overline{FRN}(A)$ 知，$\forall M \in FRN(y_\lambda)$，$A \leqslant M$，所以存在 $z_\lambda \in A$ 使得 $z_\lambda \notin M$. 由 FRN 是传递的知 $z_\lambda \notin K$ 且 $A \leqslant K$，因此 $x_\lambda \in \overline{FRN}(A)$. 所以 $\forall A \in L^X$，$\overline{FRN}(A) \geqslant \overline{FRN}(\overline{FRN}(A))$.

下面的例子表明这个命题反过来不成立.

例 1　设 $X = \{x, y, z\}$，$L = \{0, 1\}$，这里模糊点的高度只能是 1，即形如 x_1，为了方便我们直接写成 x，最小元“0_X”，实际上就是 $\varnothing$，于是我们得到 $FRN(x) = \{\varnothing, \{y\}, \{z\}\}$，$FRN(y) = \{\varnothing, \{x, z\}, \{z\}\}$，$FRN(z) = \{\varnothing, \{x\}, \{y\}\}$，则

$$\overline{FRN}(\varnothing) = \varnothing = \overline{FRN}(\overline{FRN}(\varnothing)),\ \overline{FRN}(\{x\}) = \{x\} = \overline{FRN}(\overline{FRN}(x)),$$

$$\overline{FRN}(\{y\}) = \{y\} = \overline{FRN}(\overline{FRN}(y)),\ \overline{FRN}(\{z\}) = \{z\} = \overline{FRN}(\overline{FRN}(z)),$$

$$\overline{FRN}(\{x, y\}) = \{x, y, z\} = \overline{FRN}(\overline{FRN}\{x, y\}),$$

$$\overline{FRN}(\{x, z\}) = \{x, z\} = \overline{FRN}(\overline{FRN}\{x, z\}),$$

$$\overline{FRN}(\{y, z\}) = \{x, y, z\} = \overline{FRN}(\overline{FRN}\{y, z\}),$$

$$\overline{FRN}(\{x, y, z\}) = \{x, y, z\} = \overline{FRN}(\overline{FRN}\{x, y, z\}).$$

因此，$\forall A \in L^X$，$\overline{FRN}(A) \geqslant \overline{FRN}(\overline{FRN}(A))$. 因为 $x \notin \{z\} \in FRN(y)$，$y \notin \{x\} \in FRN(z)$，但是 $x \in \{x\}$，所以 FRN 不是传递的.

3　近似算子的公理化刻画

定理 1　设 $f: L^X \to L^X$ 是一算子，则存在一个广义的 L-$fuzzy$ 远域系统 FRN 使得 $f = \overline{FRN}$ 当且仅当 f 满足（FT1）：$f(0_X) = 0_X$；（FT2）：若 $A \leqslant B$，则 $f(A) \leqslant f(B)$.

证明　必要性 由命题 1 易得结论成立.

充分性 设 $f: L^X \to L^X$ 是一算子满足（FT1）和（FT2），定义 FRN_f 如下

$\forall x_\lambda \in J(L^X)$，$A \in L^X$，$A \in FRN_f(x_\lambda)$ 当且仅当存在 $B \in L^X$，$A \leqslant B$ 且 $x_\lambda \notin f(B)$.

由（FT1）得 $\forall x_\lambda \in J(L^X)$，$K \in FRN_f(x_\lambda)$，$K \neq 0_X$，所以 FRN_f 是一个广义的 L-$fuzzy$ 远域系统. 下面证明 $\overline{FRN_f} = f$. 显然，只需证明 $\forall A \in L^X$，若 $x_\lambda \notin \overline{FRN_f}(A)$ 当且仅当 $x_\lambda \notin f(A)$.

如果 $x_\lambda \notin \overline{FRN_f}(A)$，那么存在 $B \in FRN_f(x_\lambda)$ 使得 $A \leqslant B$，因此 $A \in FRN_f(x_\lambda)$. 由 FRN_f 的定义

知 $x_\lambda \notin f(B)$,再由(FT2)得 $f(A) \leqslant f(B)$,所以 $x_\lambda \notin f(A)$. 故 $\forall A \in L^X$,$\overline{FRN_f}(A) \geqslant f(A)$.

反过来,若 $x_\lambda \notin f(A)$,则 $A \in FRN_f(x_\lambda)$. 由 $\overline{FRN_f}(A)$ 的定义得, $\forall B \in FRN_f(x_\lambda)$,$A \leqslant B$. 特别的,取 $A = B$,于是 $A \leqslant B$,故 $x_\lambda \notin \overline{FRN_f}(A)$,因此 $\overline{FRN_f}(A) \leqslant f(A)$.

定理 2 设 $f:L^X \to L^X$ 是一算子,则存在一个串行的广义的 L-$fuzzy$ 远域系统 FRN 使得 $f = \overline{FRN}$ 当且仅当 f 满足

(FT1): $f(0_X) = 0_X$;(FT2):若 $A \leqslant B$,则 $f(A) \leqslant f(B)$;(FT3): $f(1_X) = 1_X$.

证明 必要性 设 FRN 是一个串行的广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,且 $f = \overline{FRN}$,由定义 5 和命题 2 知 $f = \overline{FRN}$ 满足(FT1),(FT2)和(FT3).

充分性 设 $f:L^X \to L^X$ 是一算子满足(FT1),(FT2)和(FT3),FRN_f 的定义如定理 1. 显然,我们只需证明(FT3)蕴含串行的条件. 事实上,$\forall x_\lambda \in J(L^X)$,由 $f(1_X) = 1_X$ 得 $x_\lambda \in f(1_X)$,这表明 $1_X \notin FRN_f(x_\lambda)$,

所以 FRN 是串行的.

定理 3 设 $f:L^X \to L^X$ 是一算子,则存在一个自反的广义的 L-$fuzzy$ 远域系统 FRN 使得 $f = \overline{FRN}$ 当且仅当 f 满足

(FT1): $f(0_X) = 0_X$;(FT2):若 $A \leqslant B$,则 $f(A) \leqslant f(B)$;(FT4): $\forall A \in L^X$,$A \leqslant f(A)$.

证明 必要性 设 FRN 是一个自反的广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,且 $f = \overline{FRN}$,由定义 5 和命题 3 知 $f = \overline{FRN}$ 满足(FT1),(FT2)和(FT4).

充分性 设 $f:L^X \to L^X$ 是一算子满足(FT1),(FT2)和(FT4),FRN_f 的定义如定理 1. 显然,我们只需证明(FT4)蕴含自反的条件. 事实上,$\forall x_\lambda \in J(L^X)$,$A \in FRN_f(x_\lambda)$,由 FRN_f 的定义得,存在 $B \in L^X$ 使得 $A \leqslant B$ 且 $x_\lambda \notin f(B)$. 由(FT4)知 $B \leqslant f(B)$,于是 $x_\lambda \notin B$,故 $x_\lambda \notin A$,所以 FRN_f 是自反的.

定理 4 设 $f:L^X \to L^X$ 是一算子,则存在一个弱传递的广义的 L-$fuzzy$ 远域系统 FRN 使得 $f = \overline{FRN}$ 当且仅当 f 满足

(FT1): $f(0_X) = 0_X$;(FT2):若 $A \leqslant B$,则 $f(A) \leqslant f(B)$;(FT5): $\forall A \in L^X$,$f(A) \geqslant f(f(A))$.

证明 必要性 设 FRN 是一个弱传递的广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,且 $f = \overline{FRN}$,由定义 5 和命题 5 知 $f = \overline{FRN}$ 满足(FT1),(FT2)和(FT5).

充分性 设 $f:L^X \to L^X$ 是一算子满足(FT1),(FT2)和(FT5),FRN_f 的定义如定理 1. 显然,我们只需证明(FT5)蕴含弱传递的条件. $\forall x_\lambda \in J(L^X)$,$A \in FRN_f(x_\lambda)$. $\forall x_\lambda \notin f(A) = \overline{FRN_f}(A)$,由(FT5)得 $x_\lambda \notin \overline{FRN_f}(\overline{FRN_f}(A))$,因此存在 $B \in FRN_f(x_\lambda)$ 使得 $\overline{FRN_f}(A) \leqslant B$. $\forall y_\lambda \notin B$,则 $y_\lambda \notin \overline{FRN_f}(A)$,所以存在 $V_{y_\lambda} \in FRN_f(y_\lambda)$ 使得 $A \leqslant V_{y_\lambda}$. 于是 FRN_f 是弱传递的.

定理 5 设 $f:L^X \to L^X$ 是一算子,则存在一个弱一元的广义的 L-$fuzzy$ 远域系统 FRN 使得 $f = \overline{FRN}$ 当且仅当 f 满足(FT1): $f(0_X) = 0_X$;(FT2):若 $A \leqslant B$,则 $f(A) \leqslant f(B)$;(FT6): $\forall A,B \in L^X$,$f(A \vee B) = f(A) \vee f(B)$.

证明 必要性 设 FRN 是一个弱一元的广义的 L-$fuzzy$ 远域系统,且 $f = \overline{FRN}$,由定义 5 和命题 4 知 $f = \overline{FRN}$ 满足(FT1),(FT2)和(FT6).

充分性 设 $f:L^X \to L^X$ 是一算子满足(FT1),(FT2)和(FT6),FRN_f 的定义如定理 1. 显然,我们只需证明(FT6)蕴含弱一元的条件. 事实上,$\forall x_\lambda \in J(L^X)$,$K,V \in FRN_f(x_\lambda)$,由 $x_\lambda \notin f(K)$ 且 $x_\lambda \notin f(V)$ 得 $x_\lambda \notin (f(K) \vee f(V)) = f(K \vee V)$. 因此存在 $M \in FRN_f(x_\lambda)$ 使得 $K \vee V \leqslant M$. 所以 FRN_f 是弱一元的.

4 结 语

笔者及其合作者基于广义的远域系统定义了上近似算子,并讨论了一些基本概念的性质,这些性质丰富了粗糙集理论. 在分明集中,若 $a \in X$ 且 $A \cup A' = X$,则 $a \notin A$ 当且仅当 $a \in A'$. 但对于模糊点与模糊集而言 $x_\lambda \notin A$ 与 $x_\lambda \in A'$ 一般不等价. 因此用远域系统刻画下近似算子遇到了困难,这正是我们下一步要考

虑的问题.今后我们将用远域系统刻画粗糙集理论中的一些概念,进而讨论它们的性质.我们相信远域系统和邻域系统一样,在粗糙集理论中得到广泛的应用.

参 考 文 献

[1] Wang G J. Theory of topological molecular lattice[J]. Fuzzy Set and System,1992 (47): 351-376.

[2] Pawla Z. Rough sets[J]. Internatinal Journal of Computer and Information Sciences,1982 (11):341-356.

[3] Zhang Y L,Luo M K. On minimization of axiom sets characterizing covering-based approximation operators[J]. Information Sciences,2011 (181):3032-3042.

[4] Zhu William. Relationship between generalized rough set based on binary relation and covering[J]. Information Sciences,2009 (179):210-225.

[5] Liu G L. Using one axiom to characterize rough set and fuzzy rough set approximations[J]. Information Sciences,2013 (223):285-296.

[6] 孙守斌,孟广武. 覆盖广义粗糙集理论中的 LF 拓扑方法[J]. 山东大学学报(理学版),2008,43(1): 95-102.

[7] Sun S B,Xiu Z Y,Li L Q. On fuzzifying matroids:Dual matroids and spanning[J]. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems,2015(28): 1435-1440.

[8] 黄丽萍. 不完备序信息系统的集对优势度粗糙集模型[J]. 聊城大学学报(自然科学版),2017,30(1): 97-101.

[9] Dai J H,Gao S C,Zheng G J. Generalized rough set models determined by multiple neighborhoods generated from a similarity relation[J]. Soft Comput,2018 (22):2081-2094.

[10] Zhao F F,Li L Q. Axiomatization on generalized neighborhood system-based rough sets[J]. Soft Computing,2018,22 (18):6100-6110.

[11] Zhao F F,Jin Q,Li L Q. The axiomatic characterizations on *L*-generalized fuzzy neighborhood system-based approximation operators[J]. International Journal of General Systems,2018,42(2):155-173.

[12] 金秋,蒋惜珂,李令强. 基于模糊化邻域系的粗糙近似算子(I)[J]. 大学数学,2018,34(4):1-5.

[13] 金秋,蒋惜珂,李令强. 基于模糊化邻域系的粗糙近似算子(II)-公理刻画[J]. 聊城大学学报(自然科学版),2018,31(4):72-76.

[14] 李令强,金秋,孙守斌. 多值近似空间的上、下近似诱导的拓扑结构[J]. 系统科学与数学,2012,32(2):226-236.

[15] 苏庆雪,李令强,孟广武. *k* 阶区间值模糊粗集[J]. 聊城大学学报(自然科学版),2013,26(1):16-20+25.

[16] 李令强,李庆国. 格值模糊下近似算子的唯一公理刻画[J]. 山东大学学报:(理学版),2014,49(10): 78-82.

A New Characterization Method of *L-fuzzy* Rough Sets

SUN Shou-bin[1]　　HU Kai[2]

(1. School of Computer Sciences and Technology,Liaocheng University,Liaocheng 252059,China;

2. School of Mathematical Sciences,Liaocheng University,Liaocheng 252059,China)

Abstract　Remote neighborhood as the adjacent structure of the molecule[1],it plays an important role in fuzzy topology. Can remote neighborhood be applied to the rough set theory to characterize the approximate operator? We have made a useful attempt in this respect and come to a good conclusion. Based remote neighborhood system,we discuss the properties of serial,reflexive,weak-transitive,weak-unary and transitive. We have got many good conclusions.

Key words　*L-fuzzy* remote neighborhood system;completely distributive lattice;upper approximation operator;rough set