

基于 T-S 模型方法的非线性随机时滞金融系统的多目标优化

杨 杨 赵建立

(聊城大学 数学科学学院, 山东 聊城 252059)

摘 要 主要研究了不确定随机时滞金融系统的多目标 H_2/H_∞ 的投资策略问题, 多目标 H_2/H_∞ 投资策略能够使得投资成本和投资风险尽可能达到最小. 通过运用 T-S 模糊方法将多目标模糊投资策略问题转化为线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, 简称为 LMI)约束的多目标优化问题(Multiobjective Optimization Problem, 简称为 MOP). 另外, 基于线性矩阵不等式的多目标进化算法(Multiobjective Evolution Algorithm, 简称为 MOEA)寻找多目标优化问题的 Pareto 最优解, 最后投资者可以根据他们自己的喜好选择一个互惠策略.

关键词 多目标优化问题; T-S 模糊方法; Pareto 最优解; 线性矩阵不等式

中图分类号 O231

文献标识码 A

0 引言

在实际应用中, 人们经常遇到需要使多个目标在给定可行区域上尽可能最优的决策问题. 在 20 世纪 80 年代中期进化算法开始应用于解决多目标问题在金融、社会经济等领域, 由于非线性项的影响, 许多金融问题变得越来越复杂. 许多学者研究了各种非线性的金融模型, 如 Goodwins 非线性加速度模型, 迫使 van der Pol 的商业模式, 动态 IS-LM 模型^[1-4]. 马和陈提出了一个简化的金融模型^[5], 基于此, 采用时滞反馈控制(Delay Feedback Control, 简称为 DFC)方法将时滞反馈项添加到三维系统, 研究了具有时滞反馈项的三维金融系统^[6].

但在实践中, 金融系统是一个非线性随机系统. 最近, 吴^[7]描述了一个非线性随机金融系统解决多目标 H_2/H_∞ 投资政策问题, 投资者总是期望他们的投资政策不仅低投资成本, 而且低风险. 对于一个金融系统, H_2/H_∞ 优化调节控制可以看作是如何设计一个投资政策确保金融系统可以逐步收敛到期望轨迹的管理者或投资者降低投资成本; 鲁棒 H_2/H_∞ 调节控制金融系统可以视为如何设计一个可管理的政策来避免内在的波动和外部干扰, 进一步减少投资风险.

不确定时滞随机模型在生物、通信、经济等领域有着广泛的应用. 时滞现象介绍了系统新的动态特性^[6, 8-11]. 不确定性的存在使得金融系统的控制变得更加复杂和困难. 因此, 研究不确定随机时滞系统的多目标投资问题具有重要的理论意义和实用价值. 本文首先给出系统模型及相关引理, 然后基于线性矩阵不等式方法得到不确定随机时滞系统的多目标投资问题有解的充分条件, 最后给出相关结论并通过仿真实例验证方法的有效性.

1 系统描述及预备知识

考虑如下带有状态时滞的不确定非线性随机金融系统

$$d\xi(t) = (f_0(t, \xi(t), \xi(t-\tau)) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{v}(t))dt + \sigma_0(\xi(t))d\omega(t), \quad (1)$$

其中 $\xi(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$, $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), u_3(t)]^T$, $\mathbf{v}(t) = [v_1(t), v_2(t), v_3(t)]^T$,

$f_1(\xi(t)) = z(t) + (y(t) - a)x(t)$, $f_2(\xi(t)) = 1 - by(t) - x^2(t) + h(y(t) - y(t - \tau))$, $f_3(\xi(t)) = -x(t) - cz(t)$, $f_0(\xi(t)) = [f_1(\xi(t)), f_2(\xi(t)), f_3(\xi(t))]^T$, $\sigma_0(\xi(t)) = [\sigma_1(\xi(t)), \sigma_2(\xi(t)), \sigma_3(\xi(t))]^T$, 其中 $f_0: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ 和 $\sigma_0: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ 是非线性 Borel 可测连续函数, 满足 Lipschitz 连续性. \mathbf{B} 是 3×3 实值常数矩阵. $\xi(t) \in \mathbf{R}^3$ 是状态向量; $\xi(0) = \xi_0$ 是初始状态向量; $u(t)$ 是输入向量; $v(t)$ 是外部干扰; $\sigma_0(\xi(t))d\omega(t)$ 可以看作是一个连续状态相关的内部随机波动, 即金融系统随机波动依赖于当前的投资率、价格指数和投资需求的大小.

假设 ξ_d 是非线性随机金融系统(1)的平衡点. 利用变换 $\tilde{\xi}(t) = \xi(t) - \xi_d$ 将非线性随机金融系统(1)转换为以下非线性随机金融系统

$$d\tilde{\xi}(t) = (f(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t - \tau)) + \mathbf{B}u(t) + v(t))dt + \sigma(\tilde{\xi}(t))d\omega, \quad (2)$$

其中 $f(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t - \tau)) = f_0(t, \tilde{\xi}(t) + \xi_d, \tilde{\xi}(t - \tau) + \xi_d)$. 因此, 非线性随机金融系统(2)的原点 $\tilde{\xi}(t) = 0$ 在非线性随机金融系统(1)中处于期望的稳态 ξ_d . 即将(1)中非线性随机金融系统的投资策略问题转化为(2)中的非线性随机金融系统的镇定问题. 为了实现所需的状态 ξ_d , 在不考虑 $v(t)$ 的情况下, 具有状态延迟的非线性金融系统的 H_2 性能指标定义为

$$J_2(u(t)) = \|\tilde{\xi}(t)\|_{L_F^2(\mathbf{R}^+; \mathbf{R}^3, \mathbf{Q}_1)} + \|u(t)\|_{L_F^2(\mathbf{R}^+; \mathbf{R}^3, \mathbf{R}_1)}, \quad (3)$$

其中 $L_F^2(\mathbf{R}^+, \mathbf{R}^n)$ 是一个不考虑未来因素的随机过程空间, 在此空间上的范数表达形式记为 $\|y(t)\|_{L_F^2(\mathbf{R}^+; \mathbf{R}^n; \mathbf{Q})} = E\left\{\int_0^\infty y^T(t)\mathbf{Q}y(t)dt\right\}^{\frac{1}{2}}$, $\mathbf{Q}_1 > 0$ 和 $\mathbf{R}_1 > 0$ 是权重矩阵, 来权衡调节误差和投资 $u(t)$.

为了避免由外部干扰而引起的投资风险, 不确定非线性时滞金融系统的 H_∞ 性能指标定义为

$$J_\infty(u(t)) = \sup_{v(t) \in L_F^2(\mathbf{R}^+, \mathbf{R}^3), v \neq 0, \xi_0 \neq 0} \frac{\|\tilde{\xi}(t)\|_{L_F^2(\mathbf{R}^+; \mathbf{R}^3, \mathbf{Q}_2)} + \|u(t)\|_{L_F^2(\mathbf{R}^+; \mathbf{R}^3, \mathbf{R}_2)} - E\{V(0)\}}{\|v(t)\|_{L_F^2(\mathbf{R}^+; \mathbf{R}^3)}}, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{Q}_2 > 0$ 和 $\mathbf{R}_2 > 0$, H_∞ 性能指标可以被视为受外部干扰的最坏情况下的投资风险.

为了简化多目标 H_2/H_∞ 投资政策设计过程, Takagi Sugeno(T-S)模糊模型^[8]用来近似非线性随机时滞金融系统. 下面描述了 T-S 模糊模型第 i 规则.

模糊规则 对于 $i = 1, 2, \dots, l$, 如果 z_1 is G_{i1} ... z_g is G_{ig} , 则

$$d\tilde{\xi}(t) = [(\mathbf{A}_i + \Delta\mathbf{A}_i(t))\tilde{\xi}(t) + (\mathbf{A}_{\bar{i}} + \Delta\mathbf{A}_{\bar{i}}(t))\tilde{\xi}(t - \tau) + \mathbf{B}u(t) + v(t)]dt + \mathbf{C}_i\tilde{\xi}(t)d\omega(t), \quad (5)$$

其中 l 是模糊规则的数目, G_{ij} 是模糊集, 矩阵 $\mathbf{A}_i, \mathbf{A}_{\bar{i}}, \mathbf{B}, \mathbf{C}_i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 是常数矩阵, $z = [z_1 \dots z_g]$ 是前提变量, $\Delta\mathbf{A}_i(t)$ 和 $\Delta\mathbf{A}_{\bar{i}}(t)$ 是实值函数矩阵, 并假设具有

$$[\Delta\mathbf{A}_i(t) \quad \Delta\mathbf{A}_{\bar{i}}(t)] = \mathbf{M}_i \mathbf{F}_i(t) [\mathbf{N}_{1i} \quad \mathbf{N}_{2i}], \quad (6)$$

其中 \mathbf{M}_i , \mathbf{N}_{1i} 和 \mathbf{N}_{2i} 是具有合适维数的实常数, $\mathbf{F}_i(t)$ 是一个未知的连续时变函数矩阵满足

$$\mathbf{F}_i(t)\mathbf{F}_i(t) \leq \mathbf{I}, \quad (7)$$

如果满足条件(6)和(7), $\Delta\mathbf{A}_i(t)$ 和 $\Delta\mathbf{A}_{\bar{i}}(t)$ 的参数不确定性是可容许的.

总的模糊系统写为

$$d\tilde{\xi}(t) = \sum_{i=1}^l h_i(z_1) [(\mathbf{A}_i + \Delta\mathbf{A}_i(t))\tilde{\xi}(t) + (\mathbf{A}_{\bar{i}} + \Delta\mathbf{A}_{\bar{i}}(t))\tilde{\xi}(t - \tau) + \mathbf{B}u(t) + v(t)]dt + \mathbf{C}_i\tilde{\xi}(t)d\omega(t), \quad (8)$$

其中 $z_1 = [z_{11}^T, z_{12}^T, \dots, z_{1g}^T]^T$, $\mu_i(z) = \prod_{j=1}^g G_{ij}(z_j) \geq 0$, $h_i(z_1) = \frac{\mu_i(z_1)}{\sum_{i=1}^l \mu_i(z_1)} \geq 0$, $G_{ij}(z_j)$ 是隶属度函数. 根

据上面的定义得 $\sum_{i=1}^l h_i(z_1) = 1$.

同样地, 不确定非线性随机金融系统的多目标 H_2/H_∞ 投资政策 $u(t) = \mathbf{K}_1\tilde{\xi}(t) + \mathbf{K}_2\tilde{\xi}(t - \tau)$ 可以通过以下模糊投资策略近似

投资策略 j :

对于 $j = 1, 2, \dots, l$

如果 z_2 is G_{j1} ... z_{2g} is G_{jg}

$$\text{则 } \mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{1j}\tilde{\xi}(t) + \mathbf{K}_{2j}\tilde{\xi}(t - \tau).$$

因此,对于不确定非线性时滞金融系统的总的多目标投资策略记为

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{j=1}^l h_j(z_2)\mathbf{K}_{1j}\tilde{\xi}(t) + \mathbf{K}_{2j}\tilde{\xi}(t - \tau), \quad (9)$$

其中 \mathbf{K}_{1j} 和 \mathbf{K}_{2j} 是第 j 个模糊线性系统的调节增益. 接下来,我们将给出一些重要的定义和引理.

定义 1 具有状态时滞的不确定非线性随机金融系统(8)的多目标投资策略 $\mathbf{u}(t)$ 是设计一个可容许的投资策略,它可以使 H_2 和 H_∞ 性能指标在 Pareto 最优意义下同时取得最小,等价于

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{u}(t) \in U} (J_2(\mathbf{u}(t)), J_\infty(\mathbf{u}(t))) \\ & \text{s. t. (8),} \end{aligned} \quad (10)$$

对于给定的不确定非线性随机金融系统具有状态时滞,其中 U 是集所有容许的投资政策;目标函数 $J_2(\mathbf{u}(t))$ 和 $J_\infty(\mathbf{u}(t))$ 分别在(3)和(4)中定义;向量 $(J_2(\mathbf{u}(t)), J_\infty(\mathbf{u}(t)))$ 为 $\mathbf{u}(t)$ 的目标向量.

定义 2^[12] 如果存在常数 $a > 0$ 和 $k > 0$ 使得下面不等式成立,则称系统(2)或(8)的解 $\tilde{\xi}(t) \equiv 0$ 在 \mathbf{R}^3 上是指数均方稳定的 $E\{\|\tilde{\xi}(t)\|^2\} \leq a\|\tilde{\xi}(t)\|^2 \exp(-kt)$.

引理 1^[7] 假设 α, β 分别是 H_2 和 H_∞ 性指标的上界,即 $J_2(\mathbf{u}(t)) \leq \alpha, J_\infty(\mathbf{u}(t)) \leq \beta$. 则(10)式中的多目标优化问题转化为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{u}(t) \in U} (\alpha, \beta) \\ & \text{s. t. } J_2(\mathbf{u}(t)) \leq \alpha \text{ and } J_\infty(\mathbf{u}(t)) \leq \beta. \end{aligned} \quad (11)$$

引理 2^[13] 对于具有合适维数的两个实矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} ,有 $\mathbf{A}^T\mathbf{B} + \mathbf{B}^T\mathbf{A} \leq \gamma^2\mathbf{A}^T\mathbf{A} + \frac{1}{\gamma^2}\mathbf{B}^T\mathbf{B}$,其中 γ 是任意非零实向量.

引理 3^[14] 对于任意的矩阵 \mathbf{M}_i 和函数 $h_i(z)$, $0 \leq h_i(z) \leq 1$,对 $i \in \mathbf{N}_+$, $1 \leq i \leq m$, $P > 0$, $\sum_{i=1}^m h_i(z) = 1$,有 $(\sum_{j=1}^l h_j(z)\mathbf{M}_j)^T\mathbf{P}(\sum_{i=1}^l h_i(z)\mathbf{M}_i) \leq \sum_{i=1}^l h_i(z)\mathbf{M}_i^T\mathbf{P}\mathbf{M}_i$.

引理 4^[15] 对于任意的正实数 $\epsilon > 0$,令 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 具有合适维数的列向量, $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$ 和 $\mathbf{F}(t)$ 具有合适维数的实矩阵, $\mathbf{F}(t)$ 是一个矩阵函数,满足 $\mathbf{F}^T(t)\mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}$,则 (i) $\mathbf{X}^T\mathbf{F}(t)\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T\mathbf{F}^T(t)\mathbf{X} \leq \epsilon^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{X} + \epsilon\mathbf{Y}^T\mathbf{Y}$, (ii) $2\mathbf{x}^T\mathbf{X}^T\mathbf{F}(t)\mathbf{Y}\mathbf{y} \leq \epsilon^{-1}\mathbf{x}^T\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{x} + \epsilon\mathbf{y}^T\mathbf{Y}^T\mathbf{Y}\mathbf{y}$.

2 主要内容

2.1 多目标 H_2/H_∞ 投资策略

为了求解非线性金融系统多目标 H_2/H_∞ 控制问题,基于 T-S 模糊金融模型和引理 1,下面的定理将给出求解此问题的一个充分条件.

定理 1 如果下面线性矩阵不等式约束的多目标优化问题有解,则对于模糊随机金融系统(8)的多目标优化问题有解

$$\begin{aligned} & \min_{P, Z, K_{11}, \dots, K_{1l}, K_{21}, \dots, K_{2l}} (\alpha, \beta) \\ & \text{s. t. 对于 } i, j = 1, 2, \dots, l, \text{ 下面的 LMIs 成立,} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{P} + \tau\mathbf{Z} \leq \alpha \max_{s \in [-\tau, 0]} [\xi^T(s)\xi(s)]^{-1}\mathbf{I}, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 & \mathbf{A}_{\sigma}^T\mathbf{V} + \mathbf{B}\mathbf{Y}_{2j} & \mathbf{W} & \mathbf{Y}_{1j}^T & \mathbf{W}\mathbf{C}_i^T & \mathbf{W}\mathbf{N}_{1i}^T \\ * & -\mathbf{V} & 0 & \mathbf{Y}_{2j}^T & 0 & \mathbf{V}\mathbf{N}_{2i}^T \\ * & * & -\mathbf{Q}_1^{-1} - \mathbf{V} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mathbf{R}_1^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{W} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\epsilon^{-1}\mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_2 & \mathbf{A}_{\tau} \mathbf{V} + \mathbf{B} \mathbf{Y}_{2j} & \mathbf{W} & \mathbf{Y}_{1j}^T & \mathbf{W} \mathbf{C}_i^T & \mathbf{W} \mathbf{N}_{1i}^T \\ * & -\mathbf{V} & 0 & \mathbf{Y}_{2j}^T & 0 & \mathbf{V} \mathbf{N}_{2i}^T \\ * & * & -\mathbf{Q}_2^{-1} - \mathbf{V} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mathbf{R}_2^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{W} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\epsilon^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (15)$$

其中 $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$, $\mathbf{V} = \mathbf{Z}^{-1}$, $\mathbf{Y}_{1j} = \mathbf{K}_{1j} \mathbf{W}$, $\mathbf{Y}_{2j} = \mathbf{K}_{2j} \mathbf{W}$, $\Psi_1 = \mathbf{A}_i \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{B} \mathbf{Y}_{1j} + (\mathbf{B} \mathbf{Y}_{1j})^T + \epsilon^{-1} \mathbf{M}_i \mathbf{M}_i^T$, $\Psi_2 = \mathbf{A}_i \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{B} \mathbf{Y}_{1j} + (\mathbf{B} \mathbf{Y}_{1j})^T + \epsilon^{-1} \mathbf{M}_i \mathbf{M}_i^T + \frac{1}{\beta} \mathbf{I}$.

证明 令 $V(\tilde{\xi}(t)) = \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \tilde{\xi}(t) + \int_{t-\tau}^t \tilde{\xi}^T(s) \mathbf{Z} \tilde{\xi}(s) ds$ 为不确定非线性时滞金融系统(8)的李雅普诺夫函数,其中 $\mathbf{P} > 0$, $\mathbf{Z} > 0$ 是对称正定矩阵.

我们首先得到多目标优化问题(11)中 $J_2(\mathbf{u}(t)) \leq \alpha$ 的充分条件,利用 $\lim_{t \rightarrow \infty} V(\tilde{\xi}(t)) > 0$, 得到

$$\begin{aligned} J_2(\mathbf{u}(t)) &= E \left\{ \int_0^\infty (\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Q}_1 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{u}(t)) dt \right\} \\ &\leq E \{ V(\tilde{\xi}_0) \} + E \left\{ \int_0^\infty (\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Q}_1 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{u}(t)) dt \right\} + dV(\tilde{\xi}(t)) \\ &= E \{ V(\tilde{\xi}_0) \} + E \left\{ \int_0^\infty [\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Q}_1 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{u}(t) + \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Z} \tilde{\xi}(t) \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\xi}^T(t-\tau) \mathbf{Z} \tilde{\xi}(t-\tau) + 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{f}(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t-\tau)) + 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \right. \\ &\quad \left. + \sigma^T(\tilde{\xi}(t)) \mathbf{P} \sigma(\tilde{\xi}(t))] dt + 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \sigma(\tilde{\xi}(t)) d\omega \right\}. \end{aligned}$$

如果下面的 Hamilton-Jacobi-Bellman 不等式 (HJBI) 和初始值的期望不等式成立,

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Q}_1 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{u}(t) + \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Z} \tilde{\xi}(t) - \tilde{\xi}^T(t-\tau) \mathbf{Z} \tilde{\xi}(t-\tau) + 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{f}(t, \tilde{\xi}(t), \\ \tilde{\xi}(t-\tau)) + 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \sigma^T(\tilde{\xi}(t)) \mathbf{P} \sigma(\tilde{\xi}(t)) \leq 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$E \{ V(\tilde{\xi}_0) \} \leq \alpha, \quad (17)$$

则有 $J_2(\mathbf{u}(t)) = E \left\{ \int_0^\infty (\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Q}_1 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{u}(t)) dt \right\} \leq E \{ V(\tilde{\xi}_0) \} \leq \alpha$.

基于引理 3 和引理 4, 得到下面的不等式

$$\begin{aligned} 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{f}(t, \tilde{\xi}^T(t), \tilde{\xi}^T(t-\tau)) &= 2 \sum_{i=1}^l h_i(z) \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} [(\mathbf{A}_i + \Delta \mathbf{A}_i(t)) \tilde{\xi}(t) + (\mathbf{A}_{\tau i} + \Delta \mathbf{A}_{\tau i}(t)) \tilde{\xi}(t-\tau)] \\ &= \sum_{i=1}^l h_i(z) \boldsymbol{\eta}^T(t) \{ [\mathbf{I} \mathbf{0}]^T (\mathbf{P} \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}) [\mathbf{I} \mathbf{0}] + [\mathbf{I} \mathbf{0}]^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{\tau i} [\mathbf{0} \mathbf{I}] + [\mathbf{0} \mathbf{I}]^T \mathbf{A}_{\tau i}^T \mathbf{P} [\mathbf{I} \mathbf{0}] \\ &\quad + [\mathbf{I} \mathbf{0}]^T \mathbf{P} \mathbf{M}_i \mathbf{F}_i(t) [\mathbf{N}_{1i} \mathbf{N}_{2i}] + [\mathbf{N}_{1i} \mathbf{N}_{2i}]^T \mathbf{F}_i^T(t) \mathbf{M}_i^T \mathbf{P} [\mathbf{I} \mathbf{0}] \} \boldsymbol{\eta}(t) \\ &\leq \sum_{i=1}^l h_i(z) \boldsymbol{\eta}^T(t) \{ [\mathbf{I} \mathbf{0}]^T (\mathbf{P} \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}) [\mathbf{I} \mathbf{0}] + [\mathbf{I} \mathbf{0}]^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{\tau i} [\mathbf{I} \mathbf{0}] + [\mathbf{0} \mathbf{I}]^T \mathbf{A}_{\tau i}^T \mathbf{P} [\mathbf{I} \mathbf{0}] \\ &\quad + \epsilon^{-1} [\mathbf{I} \mathbf{0}]^T \mathbf{P} \mathbf{M}_i \mathbf{M}_i^T \mathbf{P} [\mathbf{I} \mathbf{0}] + \epsilon [\mathbf{N}_{1i} \mathbf{N}_{2i}]^T [\mathbf{N}_{1i} \mathbf{N}_{2i}] \} \boldsymbol{\eta}(t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{u}(t) &= 2 \sum_{j=1}^l h_j(z) \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B} [\mathbf{K}_{1j} \tilde{\xi}^T(t) + \mathbf{K}_{2j} \tilde{\xi}^T(t-\tau)] \\ &= \sum_{j=1}^l h_j(z) \tilde{\xi}^T(t) [(\mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{K}_{1j} + (\mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{K}_{1j})^T)] \tilde{\xi}(t) + \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{K}_{2j} \tilde{\xi}(t-\tau) \\ &\quad + \tilde{\xi}^T(t-\tau) (\mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{K}_{2j})^T \tilde{\xi}(t). \end{aligned}$$

显然

$$E \{ V(\tilde{\xi}(0)) \} \leq \bar{\lambda}(\mathbf{P}) E \{ \tilde{\xi}^T(0) \tilde{\xi}(0) \} + \bar{\lambda}(\mathbf{Z}) \max_{s \in [-\tau, 0]} E \{ \tilde{\xi}^T(s) \tilde{\xi}(s) \},$$

即 $\mathbf{P} + \tau \mathbf{Z} \leq \alpha \max_{s \in [-\tau, 0]} [\xi^T(s) \xi(s)]^{-1} \mathbf{I}$, 也就是(13)式. 因此, HJBI 可写为

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Q}_1 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{u}(t) + \tilde{\xi}^T(t) \mathbf{Z} \tilde{\xi}(t) - \tilde{\xi}^T(t-\tau) \mathbf{Z} \tilde{\xi}(t-\tau) + 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{f}(t, \tilde{\xi}(t), \\ \tilde{\xi}(t-\tau)) + 2\tilde{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \leq \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l h_i(z) h_j(z) \boldsymbol{\eta}^T(t) \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_{11}^{(1)} & \mathbf{\Pi}_{12}^{(1)} \\ * & \mathbf{\Pi}_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t), \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\Pi_{11}^{(1)} = Q_1 + Z + K_{1j}^T R_1 K_{1j} + A_i^T P + PA_i + \epsilon^{-1} P M_i M_i^T P + \epsilon N_{1i}^T N_{1i} + PBK_{1j} + (PBK_{1j})^T + C_i^T P C_i$, $\Pi_{12}^{(1)} = K_{1j}^T R_1 K_{2j} + PA_{\bar{i}} + PBK_{2j} + \epsilon N_{1i}^T N_{2i}$, $\Pi_{22}^{(1)} = -Z + K_{2j}^T R_1 K_{2j} + \epsilon N_{2i}^T N_{2i}$.

现在我们证明多目标优化问题(11)中 $J_\infty(\mathbf{u}(t)) \leq \beta$ 的充分条件,利用引理 3 得到

$$\begin{aligned} E\left\{\int_0^\infty (\tilde{\xi}^T(t) Q_2 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) R_2 \mathbf{u}(t)) dt\right\} &\leq E\{V(\tilde{\xi}_0)\} + E\left\{\int_0^\infty (\tilde{\xi}^T(t) Q_2 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) R_2 \mathbf{u}(t)) dt\right\} + dV(\tilde{\xi}(t)) \\ &= E\{V(\tilde{\xi}_0)\} + E\left\{\int_0^\infty [\tilde{\xi}^T(t) Q_2 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) R_2 \mathbf{u}(t) + \tilde{\xi}^T(t) Z \tilde{\xi}(t) \right. \\ &\quad - \tilde{\xi}^T(t-\tau) Z \tilde{\xi}(t-\tau) + 2\tilde{\xi}^T(t) P f(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t-\tau)) + 2\tilde{\xi}^T(t) P B \mathbf{u}(t) \\ &\quad \left. + 2\tilde{\xi}^T(t) P \mathbf{v}(t) + \sigma^T(\tilde{\xi}(t)) P \sigma(\tilde{\xi}(t))]\right\} dt \\ &\leq E\{V(\tilde{\xi}_0)\} + E\left\{\int_0^\infty [\tilde{\xi}^T(t) Q_2 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) R_2 \mathbf{u}(t) + \tilde{\xi}^T(t) Z \tilde{\xi}(t) \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\xi}^T(t-\tau) Z \tilde{\xi}(t-\tau) + 2\tilde{\xi}^T(t) P f(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t-\tau)) + 2\tilde{\xi}^T(t) P B \mathbf{u}(t)\right. \end{aligned}$$

如果满足 Hamilton-Jacobi-Isaacs 不等式

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}^T(t) Q_2 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) R_2 \mathbf{u}(t) + 2\tilde{\xi}^T(t) P f(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t-\tau)) + 2\tilde{\xi}^T(t) P B \mathbf{u}(t) + \tilde{\xi}^T(t) Z \tilde{\xi}(t) - \tilde{\xi}^T(t-\tau) Z \tilde{\xi}(t-\tau) \\ + 2\tilde{\xi}^T(t) P f(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t-\tau)) + 2\tilde{\xi}^T(t) P B \mathbf{u}(t) + \frac{1}{\beta} \tilde{\xi}^T(t) P P \tilde{\xi}(t) + \sigma^T(\tilde{\xi}(t)) P \sigma(\tilde{\xi}(t)) \leq 0, \end{aligned}$$

利用引理 2, 得到不等式

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}^T(t) Q_2 \tilde{\xi}(t) + \mathbf{u}^T(t) R_2 \mathbf{u}(t) + 2\tilde{\xi}^T(t) P f(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t-\tau)) + 2\tilde{\xi}^T(t) P B \mathbf{u}(t) + 2\tilde{\xi}^T(t) P f(t, \tilde{\xi}(t), \tilde{\xi}(t-\tau)) \\ + 2\tilde{\xi}^T(t) P B \mathbf{u}(t) + \frac{1}{\beta} \tilde{\xi}^T(t) P P \tilde{\xi}(t) + \sigma^T(\tilde{\xi}(t)) P \sigma(\tilde{\xi}(t)) \\ \leq \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l h_i(z) h_j(z) \boldsymbol{\eta}^T(t) \begin{bmatrix} \Pi_{11}^{(2)} & \Pi_{12}^{(2)} \\ * & \Pi_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t), \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\Pi_{11}^{(2)} = Q_2 + Z + K_{1j}^T R_2 K_{1j} + A_i^T P + PA_i + \epsilon^{-1} P M_i M_i^T P + \epsilon N_{1i}^T N_{1i} + PBK_{1j} + (PBK_{1j})^T + C_i^T P C_i + \frac{1}{\beta} P P$,

$\Pi_{12}^{(2)} = K_{1j}^T R_1 K_{2j} + PA_{\bar{i}} + PBK_{2j} + \epsilon N_{1i}^T N_{2i}$, $\Pi_{22}^{(2)} = -Z + K_{2j}^T R_1 K_{2j} + \epsilon N_{2i}^T N_{2i}$.

根据公式(18)和(19)式, 如果满足下列不等式

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11}^{(1)} & \Pi_{12}^{(1)} \\ * & \Pi_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11}^{(2)} & \Pi_{12}^{(2)} \\ * & \Pi_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (21)$$

则分别得到 $J_2(\mathbf{u}(t)) \leq \alpha$ 和 $J_\infty(\mathbf{u}(t)) \leq \beta$. 令 $W = P^{-1}$, $V = Z^{-1}$, $Y_{1j} = K_{1j} W$, $Y_{2j} = K_{2j} V$, 左右分别乘

$\begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix}$, 则不等式(20)和(21)分别等价于两个不等式

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11}^{(1)} & \Omega_{12}^{(1)} \\ * & \Omega_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11}^{(2)} & \Omega_{12}^{(2)} \\ * & \Omega_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (23)$$

其中 $\Omega_{11}^{(1)} = W Q_1 W + W V^{-1} W + Y_{1j}^T R_2 Y_{1j} + W A_i^T + A_i W + \epsilon M_i M_i^T + \epsilon W N_{1i}^T N_{1i} + B Y_{1j} + (B Y_{1j})^T + W C_i^T W^{-1} C_i W$, $\Omega_{12}^{(1)} = Y_{1j}^T R_1 Y_{2j} + A_{\bar{i}} V + B Y_{2j}$, $\Omega_{22}^{(1)} = -W V^{-1} W + Y_{2j}^T R_1 Y_{2j} + \epsilon V N_{2i}^T N_{2i} V$, $\Omega_{11}^{(2)} = W Q_2 W + V^{-1} W + Y_{1j}^T R_2 Y_{1j}$

$+ W A_i^T + A_i W + \epsilon M_i M_i^T + \epsilon W N_{1i}^T N_{1i} W + B Y_{1j} + (B Y_{1j})^T + W C_i^T W^{-1} C_i W + \frac{1}{\beta} I$, $\Omega_{12}^{(2)} = Y_{1j}^T R_2 Y_{2j} + A_{\bar{i}} V + B Y_{2j}$,

$\Omega_{22}^{(2)} = -W V^{-1} W + Y_{2j}^T R_2 Y_{2j} + \epsilon V N_{2i}^T N_{2i} V$.

根据 Schur 补引理, 不等式(22)和(23)等价于线性矩阵不等式(14)和(15).

2.2 稳定性分析

定理 2 若 $\mathbf{v}(t) = 0$, 并且 $\mathbf{u}(t)$ 是多目标优化问题(12)中的一个可行解, 则不确定非线性时滞金融系统(2)或(8)的平凡解 $\tilde{\xi}(t)$ 是指数均方稳定的.

证明 由于所给定的李雅普诺夫函数 $V(\bar{\xi}(t)) = \bar{\xi}^T(t)P\bar{\xi}(t) + \int_{t-t}^t \bar{\xi}^T(s)Z\bar{\xi}(s)$ 满足不等式 $k_1 \|\bar{\xi}(t)\|^2 \leq V(\bar{\xi}(t)) \leq k_2 \|\bar{\xi}(t)\|^2$, 其中 $k_1 > 0$ 和 $k_2 > 0$, 计算 $V(\bar{\xi}(t)) - V(\bar{\xi}(0))$ 的期望

$$E\{V(\bar{\xi}(t)) - V(\bar{\xi}(0))\} = \int_0^t E\{LV(\bar{\xi}(s))\} ds, \tag{24}$$

根据(16)和(24)式

$$LV(\bar{\xi}(t)) \leq \bar{\xi}^T(t)Q_1\bar{\xi}(t) \leq k_3 \|\bar{\xi}(t)\|^2 \leq -\frac{k_3}{k_2}V(\bar{\xi}(t)), \tag{25}$$

让(24)式对 t 求导, 并利用(25)式, 得到 $\frac{d}{dt}E\{V(\bar{\xi}(t))\} = E\{LV(\bar{\xi}(t))\} \leq -\frac{k_3}{k_2}E\{V(\bar{\xi}(t))\}$, 即 $E\{\|\bar{\xi}(t)\|^2\} \leq \|\frac{d}{dt}E\{\frac{V(\bar{\xi}(t))}{k_1}\}\| \leq E\{\frac{V(\bar{\xi}_0)}{k_0}\} \exp(-\frac{k_3 t}{k_2})$, 显然 $\lim_{t \rightarrow \infty} E\{\|\bar{\xi}(t)\|^2\} = 0$, 也就是说 $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\xi}(t) = 0$, 所以 $\bar{\xi}(t)$ 是均方指数稳定的.

2.3 LMIs-约束的 MOEA

下面我们利用 LMIs-约束的 MOEA 来寻找 Pareto 最优解. 首先, 从可行区域随机生成一些个体. 其次, 为了确保其中某些解对(12)中的 MOP 是可行的, 每个可行的个体将根据(13)-(15)中的 LMIs 存在 P 的正定解来检查每个可行的个体, 并使用 MATLAB 中的 LMI 工具箱 feasp 求解器进行求解^[15]. 需要注意的是(13)-(15)中的 LMIs 为寻找可行的初始个体设置了比传统方法更多的约束. 此外, MATLAB 中的 LMI 工具箱可以有效地检测这些个体是否满足(13)-(15)中的 LMIs, 从而加快初始群体的选择速度. 在前人分析的基础上, 我们给出了基于 LMIs 的不确定非线性随机金融系统多目标投资策略的详细设计步骤

步骤 1 对可行的目标向量 (α, β) 选择搜索范围 $(\alpha_0, \beta_0) \times (\bar{\alpha}, \bar{\beta})$, 并设置迭代次数 \bar{N} , 种群数目 N_p , 交叉率 N_c , 和突变率 N_m .

步骤 2 从可行个体组中随机选择 N_p 可行个体, 为初始群体 P_1 .

步骤 3 设置迭代指数 t .

步骤 4 用交叉率 N_c 和突变率 N_m 操作 EA, 并通过检查其相应的目标载体是否为用于 LMIs (13)-(15)的可行的目标向量来生成 $2N_p$ 个可行的个体.

步骤 5 设置迭代指数(13)-(15), 并从可行的个体中 $2N_p$ 选择 N_p 个体, 通过非支配排序方法得到群体 P_{N_t} .

步骤 6 重复步骤 4 和 5, 直到达到重复次数 \bar{N} . 如果满足重复次数 \bar{N} , 则令 $P_{N_I} = P_F$.

步骤 7 投资者根据自己的偏好, 选择一个“优选的”可行目标个体 $(\alpha^+, \beta^+) \in P_F$. 一旦选择了“优选的”可行目标个体, 则获得对应的 Pareto 最优解 $\zeta^+ = \{W^+, V^+, K_{11}^+, K_{12}^+, \dots, K_{1l}^+, K_{21}^+, K_{22}^+, \dots, K_{2j}^+\}$. 通过利用 ζ^+ , 可以得到的多目标 H_2/H_∞ 模糊投资策略 $u(t)$.

3 仿真

为证明多目标投资策略 H_2/H_∞ 的性能, 给出仿真实例. 未知参数、内部波动和外部干扰分别设为 $a = 1, 5, b = 0.2, c = 0.25, \bar{\xi} = [0.45, -3.56, 0.71], \bar{\xi}_d = [0.1, 4.5, -0.2], \sigma_1(x(t), y(t), z(t)) = 0.03 \times [z(t) + (y(t) - a)x(t)], \sigma_2(x(t), y(t), z(t)) = 0.01 \times [1 - by(t) + (x(t))^2], \sigma_3(x(t), y(t), z(t)) = 0.02 \times [-x(t) - cz(t)], v(t) = [0.01\sin(2t), -0.02\sin(2t), -0.01\sin(2t)]$.

图 1 分别描述了非线性随机金融系统(1)的 $x(t), y(t)$ 和 $z(t)$ 三个状态轨迹. 利用 T-S 模糊方法, 我们假设前提变量是可获得的. 与前提变量 $z_1(t)$ 有关的有 3 个模糊集, 与前提变量 $z_2(t)$ 有关的有 3 个模糊集, 所以在模糊系统中总共有 9 个模糊规则. 模糊操作点和局部模糊模型与文献^[7]类似, 由此可得

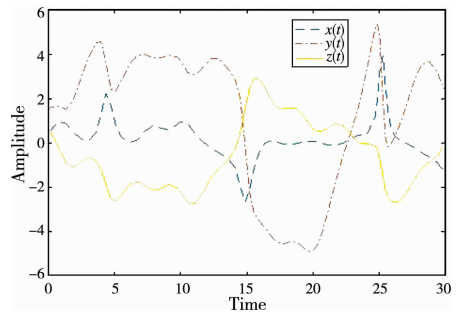


图 1 系统(1)中 $x(t), y(t)$ 和 $z(t)$ 的轨迹

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.6333 & 0.1000 & 1.0000 \\ 1.3000 & -0.2391 & 0 \\ -0.9667 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.6099 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.9100 & -0.2391 & 0 \\ -0.9550 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 0.5611 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.5200 & -0.2391 & 0 \\ -0.9306 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 0.8333 & 0.1000 & 1.0000 \\ 13000 & -0.2429 & 0 \\ -0.9667 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_5 &= \begin{bmatrix} 0.8099 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.9100 & -0.2429 & 0 \\ -0.9550 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} 0.7611 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.5200 & -0.2429 & 0 \\ -0.9306 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_7 &= \begin{bmatrix} 1.0333 & 0.1000 & 1.0000 \\ 1.3000 & -0.2474 & 0 \\ -0.9667 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_8 = \begin{bmatrix} 1.0099 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.9100 & -0.2474 & 0 \\ -0.9550 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_9 &= \begin{bmatrix} 0.9611 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.5200 & -0.2474 & 0 \\ -0.9306 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{\tau 1} = \begin{bmatrix} -0.2667 & 0.1000 & 1.0000 \\ 13000 & -0.2273 & 0 \\ -0.9667 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_{\tau 2} &= \begin{bmatrix} -0.2901 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.9100 & -0.2273 & 0 \\ -0.9550 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{\tau 3} = \begin{bmatrix} -0.2389 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.5200 & -0.2273 & 0 \\ -0.9306 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_{\tau 4} &= \begin{bmatrix} -0.2667 & 0.1000 & 1.0000 \\ 1.3000 & -0.2290 & 0 \\ -0.9667 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{\tau 5} = \begin{bmatrix} -0.2901 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.9100 & -0.2290 & 0 \\ -0.9550 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_{\tau 6} &= \begin{bmatrix} -0.2389 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.5200 & -0.2290 & 0 \\ -0.9306 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{\tau 7} = \begin{bmatrix} 0.0333 & 0.1000 & 1.0000 \\ 1.3000 & -0.2310 & 0 \\ -0.9667 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_{\tau 8} &= \begin{bmatrix} 0.0099 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.9100 & -0.2310 & 0 \\ -0.9550 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{\tau 9} = \begin{bmatrix} -0.0389 & 0.1000 & 1.0000 \\ 0.5200 & -0.2310 & 0 \\ -0.9306 & 0 & -0.2500 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{C}_q &= \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_q, \mathbf{M}_q = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.01 & 0.01 \\ 0.1 & 0.05 & 0 \\ 0.01 & 0 & -0.01 \end{bmatrix}, \mathbf{N}_{1q} = \mathbf{N}_{2q} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0.05 \\ 0.02 & 0.01 & 0 \\ 0.03 & 0 & 0.01 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

其中 $q=1,2,\dots,9$. 在其余部分我们给出了权重矩阵 $\mathbf{Q}_1=\mathbf{I}_{3\times 3}$, $\mathbf{R}_1=\mathbf{I}_{3\times 3}$, $\mathbf{Q}_2=\mathbf{I}_{3\times 3}$, $\mathbf{R}_2=0.5\mathbf{I}_{3\times 3}$.

对于所提出的 LMIs 约束的 MOEA 来求解 MOP, 设定搜索范围为 $\Gamma=[20100]\times[0.51.5]$, 迭代数目 $\bar{N}=100$, 种群数目 $N_p=50$, 交叉率 $N_c=0.8$ 和变异率 $N_c=0.15$, 基于给出的设计步骤, 在图 2 中选取了 50 组 Pareto 最优解作为 Pareto 前沿, 从中选取了 1 组解(54.0989, 0.6544).

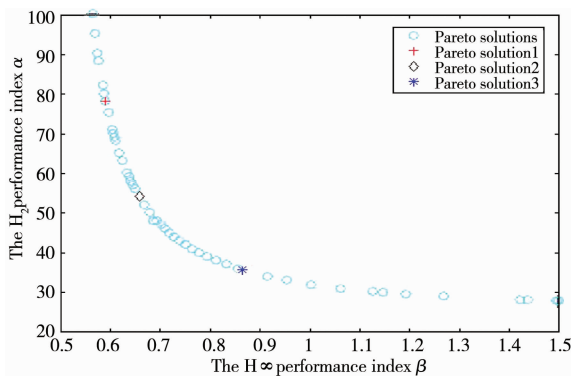


图 2 50 组 Pareto 最优解

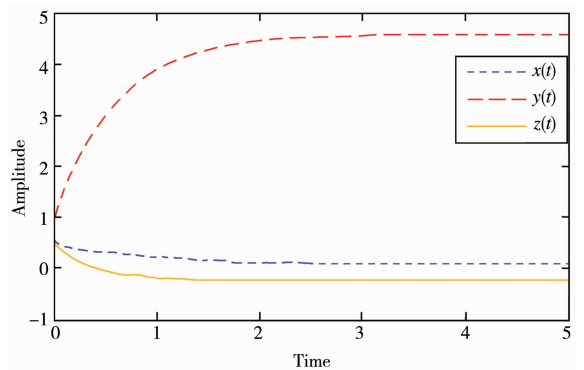


图 3 一组 Pareto 最优解的 $x(t)$, $y(t)$ 和 $z(t)$ 轨迹

根据上述 Pareto 最优解(54.0989, 0.6544), 我们得到投资策略 $u(t)$, 将 $u(t)$ 代入非线性时滞金融系统(1), 从而得到利率 $x(t)$, 投资需求 $y(t)$ 和价格指数 $z(t)$ 的轨迹, 由图三可以看出, $x(t)$, $y(t)$ 和 $z(t)$ 分别达到了投资者所期望的状态.

4 结论

本文运用了 T-S 模糊方法,研究了不确定非线性随机时滞金融系统的多目标 H_2/H_∞ 的投资策略. 为了避免求解复杂的 Hamilton-Jacobi 不等式,根据 T-S 模糊模型将投资成本和投资风险转化成 LMIs 约束的 MOP. 如果(13)-(15)存在可行解,LMI 约束的 MOP 可通过 MOEA 很容易被求解. 最后通过仿真实例证明了此方法的有效性和实用性.

参 考 文 献

- [1] Lorenz H W, Nusse H E. Chaotic attractors, chaotic saddles, and fractal basin boundaries: goodwins nonlinear accelerator model reconsidered[J]. Chaos Solitons Fractals, 2002, 13: 957-965.
- [2] Chian A C, Rempel E L, Rogers C. Complex economic dynamics: chaotic saddle, crisis and intermittency[J]. Chaos Solitons Fractals, 2006, 29: 1194-1218.
- [3] Cesare L D, Sportelli M. A dynamic is-lm model with delayed taxation revenues[J]. Chaos Solitons Fractals, 2005, 25: 233-244.
- [4] He X, Li K, Wei J, et al. Market stability switches in a continuous-time financial market with heterogeneous beliefs[J]. Economic Modelling, 2009, 26: 1432-1442.
- [5] Gao Q, Ma J. Chaos and hopf bifurcation of a finance system[J]. Nonlinear Dynamics, 2009, 58: 209-216.
- [6] Chen W. Dynamics and control of a financial system with time-delayed feedbacks[J]. Chaos Solitons Fractals, 2008, 37: 1198-1207.
- [7] Wu C F, Chen B S, Zhang W H. Multiobjective investment policy for a nonlinear stochastic financial system; a fuzzy approach[J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2017, 25(2): 460-474.
- [8] 丁宇婷. 时滞微分方程高余维分支的规范型约化研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
- [9] 张慧慧. 一类不确定随机多时滞神经网络时滞区间相关的鲁棒指数稳定分析[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2013, 26(4): 16-23.
- [10] 陈国梁. 多定常时滞离散系统的时滞相关稳定性分析[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2014, 27(4): 16-21
- [11] 陈国梁. 马尔科夫跳跃系统时滞相关无源性分析[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2015, 28(1): 15-18.
- [12] Khasminskii R, Milstein G N. Stochastic Stability of Differential Equations[M], 2nd ed. Berlin Germany: Springer, 2011.
- [13] Boyd S, Ghaoui L, Feron E. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory[M]. Philadelphia, PA, USA; SIAM, 1994.
- [14] Tanaka K, Wang H O. Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach[M]. New York, NY, USA; Wiley, 2001.
- [15] Wang Y, Xie L, de Souza C E. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems[J], Systems and Control Letters. 1992, 19: 139-149.
- [16] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.

Multiobjective Optimization for Nonlinear Stochastic Financial Systems with Time-Delay Based on T-S Method

YANG Yang ZHAO Jian-li

(School of Mathematical Sciences, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China)

Abstract This paper is concerned with the multiobjective H_2/H_∞ investment policy for uncertain nonlinear stochastic financial systems with state-delay. The multiobjective H_2/H_∞ investment policy can solve the problems of uncertain nonlinear stochastic financial systems with a state-delay to reach a desired state with minimum the investment cost and risk. By applying T-S fuzzy approach, the multiobjective H_2/H_∞ fuzzy investment problem can be replaced by a linear matrix inequality (LMI)-constrained multiobjective problem (MOP). In addition, we use a LMI-based multiobjective evolution algorithm (MOEA) to efficiently find Pareto optimal solutions for the MOP of multiobjective fuzzy investment policy. The managers can select a mutual benefit policy according to their preference.

Key words multiobjective problem; T-S fuzzy approach; Pareto optimal solutions; linear matrix inequality