

# 具有状态约束的随机非线性系统的自适应跟踪控制

张 婧 梁兴越 夏建伟

(聊城大学 数学科学学院, 山东 聊城 252059)

**摘 要** 对于一类严格反馈的随机非线性系统, 本文构造了一个自适应跟踪控制器. 在本文中, 系统状态被约束在一个紧集内. 通过构造一个 tan-型的障碍李雅普诺夫函数并且使用 backstepping 技术, 提出了一个自适应控制方案. 所提出的控制方案保证了输出误差收敛到零的一个小邻域内, 并且闭环系统中的所有信号都是有界的. 仿真结果验证了该方法的有效性.

**关键词** backstepping 技术; 自适应控制; 障碍李雅普诺夫函数; 状态约束

**中图分类号** O231

**文献标识码** A

## 0 引言

约束在许多实际系统中广泛存在. 因此, 越来越多的方法被提出用来处理约束问题<sup>[1-5]</sup>. 例如, 通过用在线优化算法, Bemporad<sup>[1]</sup> 提出了一个状态约束控制器. 对于状态约束的非线性系统, Tee<sup>[2]</sup> 通过使用一个 log-型的障碍李雅普诺夫函数, 构造了一个自适应跟踪控制器. 针对一类输入和状态约束的多输入多输出非线性系统, 金<sup>[3]</sup> 提出了一种 tan-型的控制方案. Rahimi Nohooji<sup>[4]</sup> 提出了具有速度约束和输入饱和的非线性系统的神经网络自适应控制设计方案. Galicki<sup>[5]</sup> 讨论了在状态约束下在任务空间中操纵器的位置控制问题.

实际系统中不可避免地存在着随机扰动, 它会引起系统的不稳定性. 因此, 随机非线性系统的稳定性备受关注<sup>[6-20]</sup>. Richard 等<sup>[6]</sup> 提出了开链机械系统在流体环境下的随机动力学状态方程, 在这篇文章中, 给出了状态方程离散化的一种算法, 并解释了在机械系统的控制中流体与操纵器之间的相互作用. 针对具有随机扰动和不确定参数的非线性高阶系统, 刘<sup>[7]</sup> 构造了一个自适应镇定控制器. 对于具有状态约束的非线性随机系统, 刘<sup>[9]</sup> 构造了一个具有障碍李雅普诺夫函数的自适应控制器. Khoo 等<sup>[12]</sup> 研究了严格反馈形式的随机非线性系统的有限时间镇定问题. 尹<sup>[16]</sup> 提出了随机非线性系统的有限时间稳定性定理, 并证明了一个随机李亚普诺夫稳定性定理.

本文针对具有状态约束的严格反馈随机非线性系统, 提出了一个自适应跟踪控制器. 具体贡献如(1)通过构造一种具有 tan-型的障碍李雅普诺夫函数, 更有效的处理了状态约束问题; (2)用 backstepping 技术通过逐步修正的方法, 得到了一系列的虚拟控制器, 最终设计了一个自适应跟踪控制器. 所得到的控制器保证了误差信号收敛到零的任意小的邻域内, 并且所有的系统状态都在所给范围之内, 闭环系统中的所有信号都是有界的.

## 1 问题重述和初步结果

考虑包含电动发电机和随机干扰的连杆操纵器. 模型如[9]中所描述

$$\begin{cases} D\ddot{q} + \theta\dot{q} - N\sin(q) = \tau_r + \tau_d, \\ M\dot{\tau}_r + H\tau_r = u - k_m\dot{q}, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  分别为连杆位置、速度和加速度,  $\tau_r$  为电气系统产生的转矩,  $\tau_d = q\sin(q)\dot{\omega}$  为已知的转矩随机扰动,  $\omega$  是一个  $r$ -维标准维纳过程,  $u$  为机电转矩控制输入,  $D$  是已知的机械惯性,  $\theta$  是未知的关节粘性摩擦系数,  $N$  是已知的与载荷质量和重力有关的常数,  $M$  为已知的电枢电感,  $H$  为已知的电枢电阻,  $k_m$  为已知的反

电动势系数,  $m$  是链路质量. 根据坐标变换  $\vartheta_1 = q, \vartheta_2 = \hat{q}, \vartheta_3 = \tau$ , (1) 可写为

$$d\vartheta_1 = \vartheta_2 dt, d\vartheta_2 = \frac{1}{D}(\vartheta_3 - \theta\vartheta_2 + N\sin(\vartheta_1))dt + \frac{1}{D}\sin(\vartheta_1)\vartheta_1 d\omega, d\vartheta_3 = \frac{1}{M}(u - k_m\vartheta_2 - H\vartheta_3)dt. \quad (2)$$

所有的状态都被约束在紧集  $\Omega_\vartheta := \{\vartheta_i(t) \in R \mid \vartheta_i(t) \leq k_{c_i}, i=1, \dots, n\}$  内, 其中  $k_{c_i}$  是正常数.

控制目标是设计一个自适应跟踪控制方案, 在不违反状态约束的条件下, 使得输出尽可能的跟踪给定的参考轨迹, 并且所有信号在闭环系统中都有界. 为了方便设计控制器, 提出了以下假设和引理.

**假设 1** 参考信号  $y_d(t)$  和它的  $n$  阶导数都是连续有界的. 也就是说, 对于任何常数  $k_{c_i}$ , 存在正常数  $Y_i, i=0, \dots, n$ , 使得  $|y_d(t)| \leq Y_0 < k_{c_i}, |y_d^{(i)}(t)| \leq Y_i, i=1, \dots, n$ .

接下来, 考虑以下随机非线性系统

$$dx = f(x)dt + g(x)d\omega, \quad (3)$$

其中  $x$  是系统状态向量,  $f(x) \in R$  和  $g(x) \in R^{n \times r}$  满足局部 Lipschitz 函数和线性增长条件, 并且满足  $f(0) = 0$  和  $g(0) = 0$ ;  $\omega$  是一个  $r$ -维标准维纳过程.

**定义 1**<sup>[2]</sup> 对于任何李雅普诺夫函数  $V(x, t) \in C^{2,1}$ , 我们定义了微分算子  $L$

$$L[V(x, t)] = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x}f + \frac{1}{2}\text{Tr}\{g^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} g\}, \quad (4)$$

其中  $\text{Tr}(\cdot)$  是矩阵的迹.

**引理 1**<sup>[11]</sup> 如果存在一个  $C^{2,1}$  上的函数  $V$ , 两个常数  $c > 0, \rho > 0$ ,  $K_\infty$  类函数  $\mu_1, \mu_2$  满足  $\mu_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \mu_2(\|x\|), \forall x \in R^n, LV(x) \leq -cV(x) + \rho$ , 则系统有一个独一无二的强解, 并且不等式成立  $E[V(x)] \leq V(x_0)e^{-\alpha t} + \rho/c$ .

## 2 控制设计和稳定性分析

在这一部分中, 我们将为系统(1)构建一个连续自适应严格反馈控制器, 接下来以递推的方式来解决控制器设计问题.

**第 1 步** 定义跟踪误差  $e_1 = \vartheta_1 - y_d$  和  $e_2 = \vartheta_2 - \alpha_1$ , 其中  $\alpha_1$  是虚拟控制器并且  $|\alpha_1| < \bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_1$  是正常数,  $e_i \in \Omega_{e_i} := \{e_i \in R, |e_i| < k_{b_i}, i=1, \dots, n\}, k_{b_1} = k_{c_1} - Y_0 > 0, k_{b_i} = k_{b_i} - \bar{\alpha}_{i-1} > 0$ . 由  $e_1 = \vartheta_1 - y_d$  可得

$$de_1 = d\vartheta_1 - dy_d = (e_2 + \alpha_1 - y_d)dt. \quad (5)$$

考虑以下障碍李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{k_{b_1}^4}{\pi} \tan\left(\frac{\pi e_1^4}{4k_{b_1}^4}\right) + \frac{1}{2}\bar{\theta}^2, \quad (6)$$

其中  $\bar{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  并且  $\hat{\theta}$  为  $\theta$  的估计. 根据定义 1, 得到

$$LV_1 = \frac{e_1^3}{\cos^2\left(\frac{\pi e_1^4}{4k_{b_1}^4}\right)}(e_2 + \alpha_1 - \dot{y}_d) - \bar{\theta} \dot{\bar{\theta}}. \quad (7)$$

设计虚拟控制器  $\alpha_1$

$$\alpha_1 = -\frac{K_1 \sin\left(\frac{\pi e_1^4}{4k_{b_1}^4}\right) \cos\left(\frac{\pi e_1^4}{4k_{b_1}^4}\right)}{e_1^3} + \dot{y}_d, \quad (8)$$

其中  $K_1 > 0$  是一个设计参数, 将(8)代入(7)得到

$$LV_1 \leq -K_1 \tan\left(\frac{\pi e_1^4}{4k_{b_1}^4}\right) - \bar{\theta}(\hat{\theta} - \tau_1) + \mu \bar{\theta} \hat{\theta} + \frac{e_1^3}{\cos^2\left(\frac{\pi e_1^4}{4k_{b_1}^4}\right)} e_2, \quad (9)$$

其中  $\tau_1 = -\mu \hat{\theta}$ .

**第 2 步** 根据跟踪误差  $e_2 = \vartheta_2 - \alpha_1$  和  $e_3 = \vartheta_3 - \alpha_2$ , 可知

$$de_2 = d\vartheta_2 - d\alpha_1 = \frac{1}{D}(e_3 + \alpha_2 - \theta\vartheta_2 + N\sin(\vartheta_1))dt + \frac{1}{D}\sin(\vartheta_1)\vartheta_1 d\omega - \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial \vartheta_1}\vartheta_2 + \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d^{(i)}} y_d^{(i)}\right)dt. \quad (10)$$

考虑以下障碍李雅普诺夫函数

$$V_2 = V_1 + \frac{k_{b_2}^4}{\pi} \tan\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right).$$

根据定义 1 可得

$$\begin{aligned} LV_2 = & LV_1 + \frac{e_2^3}{\cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} \left( \frac{1}{D} (\alpha_2 - \hat{\theta} \vartheta_2 + N \sin(\vartheta_1)) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \vartheta_1} \vartheta_2 - \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d^{(i-1)}} y_d^{(i)} \right) \\ & + \frac{3k_{b_2}^4 e_2^2 \cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right) + 2\pi e_2^6 \sin\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)}{2k_{b_2}^4 \cos^3\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} \left( \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_1 \right)^2 + \frac{e_2^3}{\cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} \frac{1}{D} (e_3 - \bar{\theta} \vartheta_2). \end{aligned} \quad (11)$$

用 Yong's 不等式, 下式成立

$$\begin{aligned} & \frac{3k_{b_2}^4 e_2^2 \cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right) + 2\pi e_2^6 \sin\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)}{2 \cos^3\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right) k_{b_2}^4} \left( \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_1 \right)^2 \\ & \leq \frac{1}{3} \frac{1}{\sqrt{2}} S_2^{\frac{3}{2}} \frac{D}{\cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} \left[ 3 + \frac{2\pi e_2^4 \sin\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)^{\frac{3}{2}}}{k_{b_2}^4 \cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} \right] \left( \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_1 \right)^3 + \frac{1}{3S_2^3}. \end{aligned} \quad (12)$$

设计虚拟控制器  $\alpha_2$  如

$$\begin{aligned} \alpha_2 = & - \frac{K_2 D \sin\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right) \cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)}{e_2^3} + \hat{\theta} \vartheta_2 - \frac{D e_1^3 \cos^2\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)}{e_2^2 \cos^2\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} + D \frac{\partial \alpha_1}{\partial \vartheta_1} \vartheta_2 - N \sin(\vartheta_1) \\ & - \frac{1}{3} \frac{1}{\sqrt{2}} S_2^{\frac{3}{2}} \frac{D}{\cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} \left[ 3 + \frac{2\pi e_2^4 \sin\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)^{\frac{3}{2}}}{k_{b_2}^4 \cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} \right] \left( \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_1 \right)^3 + D \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d^{(i-1)}} y_d^{(i)}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $K_2 > 0$  是一个设计参数. 将(9)、(12)和(13)代入(11)可得

$$LV_2 \leq - \sum_{i=1}^2 K_i \tan\left(\frac{\pi e_i^4}{4k_{b_i}^4}\right) - \bar{\theta} (\dot{\hat{\theta}} - \tau_2) + \mu \bar{\theta} \dot{\hat{\theta}} + \frac{1}{3S_2^3} + \frac{e_2^3}{D \cos\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} e_3, \quad (14)$$

其中  $\tau_2 = \tau_1 - \frac{e_2^3 \vartheta_2}{D \cos^2\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)}$ ,  $S_2$  是正常数.

第 3 步 根据跟踪误差  $e_3 = \vartheta_3 - \alpha_2$  可知

$$\begin{aligned} de_3 = d\vartheta_3 - d\alpha_2 = & \frac{1}{M} (u - k_m \vartheta_2 - H \vartheta_3) dt - \left( \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_1} \vartheta_2 + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_d^{(i-1)}} y_d^{(i)} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_2^2} \left( \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_2 \right)^2 \right) dt \\ & - \frac{1}{D} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_2} (\vartheta_3 - \theta \vartheta_2 + N \sin(\vartheta_1)) dt - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_2} \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_1 d\omega. \end{aligned} \quad (15)$$

考虑以下障碍李雅普诺夫函数

$$V_3 = V_2 = \frac{k_{b_3}^4}{\pi} \tan\left(\frac{\pi e_3^4}{4k_{b_3}^4}\right).$$

根据定义 1, 计算  $LV_3$  可得

$$\begin{aligned} LV_3 = & \frac{e_3^3}{\cos^2\left(\frac{\pi e_3^4}{4k_{b_3}^4}\right)} \frac{1}{M} (u - k_m \vartheta_2 - H \vartheta_3) - \frac{e_3^3}{\cos^2\left(\frac{\pi e_3^4}{4k_{b_3}^4}\right)} \frac{1}{D} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_2} (\vartheta_3 - \theta \vartheta_2 + N \sin(\vartheta_1)) \\ & - \frac{e_3^3}{\cos^2\left(\frac{\pi e_3^4}{4k_{b_3}^4}\right)} \left( \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_1} \vartheta_2 + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_d^{(i-1)}} y_d^{(i)} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \alpha_2}{\partial \vartheta_2^2} \left( \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_1 \right)^2 \right) \end{aligned}$$

$$-\sum_{i=1}^2 K_i \tan\left(\frac{\pi e_i^4}{4k_{b_i}^4}\right) - \bar{\theta}(\dot{\theta} - \tau_2) + \mu \bar{\theta} \dot{\theta} + \frac{1}{3S_2^3} + \frac{e_2^3}{D \cos^2\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)}. \quad (16)$$

设计虚拟控制器

$$u = M \left( -\frac{K_3 \sin\left(\frac{\pi e_3^4}{4k_{b_3}^4}\right) \cos\left(\frac{\pi e_3^4}{4k_{b_3}^4}\right)}{e_3^3} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_d^{(i-1)}} y_d^{(i)} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \alpha_2}{\partial \vartheta_2^2} \left( \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_1 \right)^2 \right) \\ + M \left( \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_1} \vartheta_2 + \frac{1}{D} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_2} (\vartheta_3 - \dot{\theta} \vartheta_2 + N \sin(\vartheta_1)) - \frac{e_2^3 \cos^2\left(\frac{\pi e_3^4}{4k_{b_3}^4}\right)}{D e_3^2 \cos^2\left(\frac{\pi e_2^4}{4k_{b_2}^4}\right)} + k_m \vartheta_2 + H \vartheta_3 \right), \quad (17)$$

其中  $K_3 > 0$  是一个设计参数, 选择  $\tau_3 = \tau_2 + \frac{e_3^3 \partial_2}{D \cos^2\left(\frac{\pi e_3^4}{4k_{b_3}^4}\right)} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \vartheta_2}$ , 并且将(14)和(17)带入(16)得到

$$LV_3 \leq -\sum_{i=1}^3 K_i \tan\left(\frac{\pi e_i^4}{4k_{b_i}^4}\right) - \bar{\theta}(\dot{\theta} - \tau_3) + \mu \bar{\theta} \dot{\theta} + \frac{1}{3S_2^3}, \quad (18)$$

给出自适应率  $\dot{\theta} = \tau_3$ , (18)式可写成

$$LV_3 \leq -\sum_{i=1}^3 K_i \tan\left(\frac{\pi e_i^4}{4k_{b_i}^4}\right) + \mu \bar{\theta} \dot{\theta} + \frac{1}{3S_2^3},$$

根据  $\mu \bar{\theta} \dot{\theta} \leq \frac{\mu \theta^2}{2} - \frac{\mu \bar{\theta}^2}{2}$  可知  $LV_3 \leq -\sum_{i=1}^3 K_i \tan\left(\frac{\pi e_i^4}{4k_{b_i}^4}\right) + \frac{\mu \theta^2}{2} - \frac{\mu \bar{\theta}^2}{2} + \frac{1}{3S_2^3}$ . 选择  $\gamma = \min\left\{\frac{K_1 \pi}{k_{b_1}^4}, \frac{K_2 \pi}{k_{b_2}^4}, \frac{K_3 \pi}{k_{b_3}^4}, u\right\}$ , 则  $LV_3$

$\leq -\gamma \left( \sum_{i=1}^3 \frac{K_{b_i}^4}{\pi} \tan\left(\frac{\pi e_i^4}{4k_{b_i}^4}\right) + \frac{1}{2} \bar{\theta}^2 \right) + C_1$ , 其中  $C_1 = \frac{\mu \theta^2}{2} + \frac{1}{3S_2^3}$ , 也就是说

$$LV_3 \leq -\gamma V_3 + C_1. \quad (19)$$

**定理 1** 在假设 1 的条件下考虑系统(1), 如果设计的控制器  $u$  在(17)中给出, 自适应率为  $\dot{\theta} = \tau_3$ , 则能得到以下结论:(1)没有违反状态约束的要求;(2)所有信号在闭环系统中都有界;(3)误差信号  $e_i(t)$  将收敛

到  $E = \{e_i(t) : E(|e_i|^4) \leq \frac{4k_{b_i}^4}{\pi} \tan^{-1}(V_3(0) + \frac{C_1}{\gamma}) \frac{\pi}{k_{b_i}^4}\}$ .

**证明** 定义以下障碍李雅普诺夫函数

$$V_3 = \sum_{i=1}^3 \frac{k_{b_i}^4}{\pi} \tan\left(\frac{\pi e_i^4}{4k_{b_i}^4}\right) + \frac{1}{2} \bar{\theta}^2.$$

对于(19), 根据引理 1, 以下不等式成立

$$0 \leq E([V_3(t)]) \leq V_3(0) e^{-\gamma t} + \frac{C_1}{\gamma}, \quad (20)$$

所以  $E\left(\frac{k_{b_i}^4}{\pi} \tan\left(\frac{\pi e_i^4}{4k_{b_i}^4}\right)\right) \leq E([V_3(t)]) \leq V_3(0) E^{-\gamma} + \frac{C_1}{\gamma}$ , 因此可知  $E(|e_i|^4) \leq \frac{4k_{b_i}^4}{\pi} \tan^{-1}\left(\left(V_3(0) + \frac{C_1}{\gamma}\right) \frac{\pi}{k_{b_i}^4}\right)$ , 从

(20)式中可得  $E([V_3(t)])$  收敛于  $\frac{C_1}{\gamma}$ . 所以  $V_3(t)$  是有界的.  $\bar{\theta}$  和  $\dot{\theta} = \theta - \bar{\theta}$  也是有界的. 因此  $e_i, y_d, \alpha_i$  也是有界的, 所以系统中所有信号都是有界的.

从  $e_1 = \vartheta_1 - y_d$  和  $|y_d| \leq Y_0$ , 可得  $|\vartheta_1| \leq |e_1| + |y_d| < k_{b_1} + Y_0 = k_{c_1}$ . 从  $e_2 = \vartheta_2 - \alpha_1$  和  $|\alpha_1| < \bar{\alpha}_1$  可得  $|\vartheta_2| \leq |e_2| + |\alpha_1| < k_{b_2} + \bar{\alpha}_1 = k_{c_2}$ . 同理, 可得  $|\vartheta_3| \leq k_{c_3}$ . 因此, 所有状态都没有违反所给的条件限制.

### 3 仿真

在这一部分中, 介绍了一个例子来说明所提出方法的有效性.

$$d\vartheta_1 = \vartheta_2 dt, d\vartheta_2 = \frac{1}{D} (\vartheta_3 - \theta \vartheta_2 + N \sin(\vartheta_1)) dt + \frac{1}{D} \sin(\vartheta_1) \vartheta_1 d\omega, d\vartheta_3 = \frac{1}{M} (u - k_m \vartheta_2 - H \vartheta_3) dt,$$

其中  $D=1, M=1, N=10, \theta=1, H=0.5$  和  $k_m=1$ . 所有状态都被约束在紧集内  $\Omega_\vartheta := \{\vartheta, \in R, |\vartheta_i| < 1.5\}$ ,

所选参考信号为  $y_d = 0.5\sin(t)$ , 设计参数选择为和  $\vartheta_i(0) = 0.1, K_i = 1, i = 1, 2, 3, \hat{\theta}(0) = 0.1, k_{b_1} = k_{b_2} = 1, k_{b_3} = 0.9$  仿真结果如图 1-4 所示. 图 1 给出了输出跟踪  $\vartheta = \vartheta_1$  和参考信号  $\vartheta_d$ . 我们能够得知状态  $q$  能很好地跟踪参考信号  $q_d$ . 图 1、2 共同说明了所有状态都受限如下紧集  $\{\vartheta_i: -1.5 < \vartheta_i < 1.5\}$ . 图 3、4 说明自适应率  $\hat{\theta}$  和控制输入  $u$  都是有界的. 仿真结果说明了所提出方法的有效性.

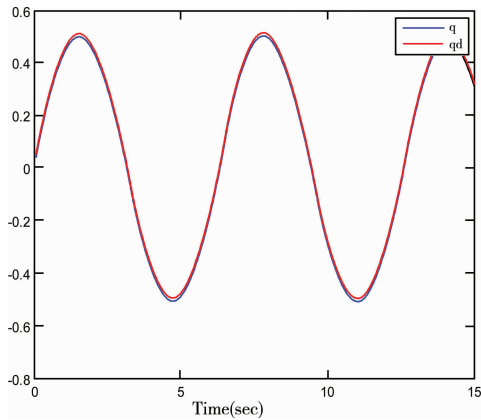


图 1 系统输出  $q = \vartheta_1$  和参考信号  $q_d$

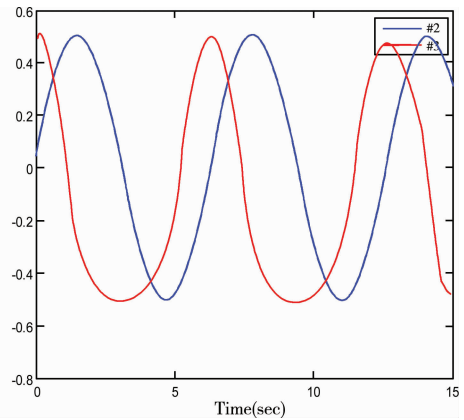


图 2 系统状态  $\vartheta_2$  和  $\vartheta_3$

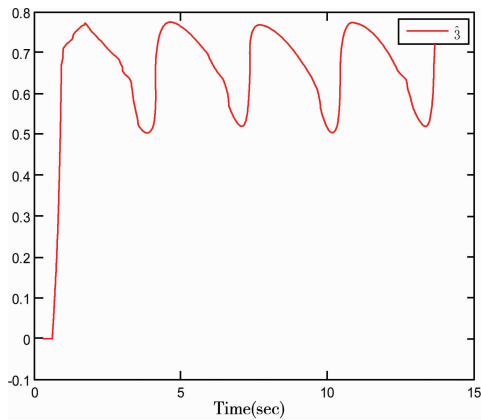


图 3 自适应率  $\hat{\theta}$

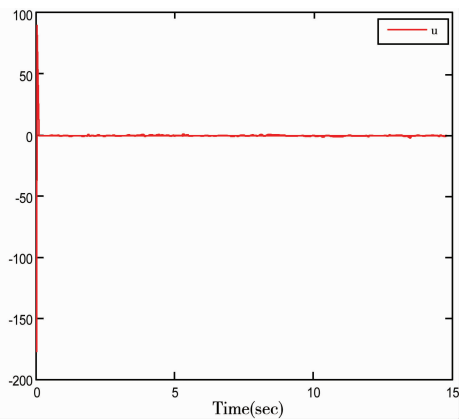


图 4 系统输入  $u$

## 4 结论

针对一类具有状态约束的严格反馈随机非线性系统, 本文提出了一种基于 tan-型障碍李雅普诺夫函数的自适应控制方案. 此方案保证了跟踪误差收敛到零的邻域内. 所有的信号在闭环系统中都是有界的, 并且没有违背状态的约束条件. 仿真例子说明该方法的有效性.

## 参 考 文 献

- [1] Bemporad A. Reference governor for constrained nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(3): 415-419.
- [2] Tee K P, Ge S S. Control of nonlinear systems with full state constraint using a barrier Lyapunov function[C]. // Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control, 2009.
- [3] Jin X. Adaptive fault tolerant control for a class of input and state constrained MIMO nonlinear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2016, 26(2): 286-302.
- [4] Nohooji R H, Howard I, Cui L. Neural network adaptive control design for robot manipulators under velocity constraints[J]. Journal of The Franklin Institute, 2018, 355(2): 693-713.
- [5] Galicki M. An adaptive non-linear constraint control of mobile manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 88: 63-85.
- [6] Richard M J, Levesque B. Stochastic dynamical modelling of an open-chain manipulator in a fluid environment[J]. Mechanism and Machine Theory, 1996, 31(5): 561-572.
- [7] Liu L, Yin S, Gao H, et al. Adaptive partial-state feedback control for stochastic high-order nonlinear systems with stochastic input-to-state stable inverse dynamics[J]. Automatica, 2015, 51: 285-291.
- [8] Zhu Z, Xia Y Q, Fu M Y. Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time convergence[J]. International Journal of Robust and

Nonlinear Control, Automatica, 2011, 21(6):686-702.

- [9] Liu Y J, Lu S M, Tong S C, et al. Control-based Barrier Lyapunov Functions for a class of stochastic nonlinear systems with full state constraints[J]. Automatica, 2018, 87:83-93.
- [10] Chen W, Jiao L, Li J, et al. Adaptive NN backstepping output-feedback control for stochastic nonlinear strict-feedback systems with time-varying delays[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 2010, 40(3):939-950.
- [11] Chen M, Ge S S, Ren B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints[J]. Automatica, 2011, 47(3):452-465.
- [12] Khoo S, Yin J, Man Z, et al. Finite-time stabilization of stochastic nonlinear systems in strict-feedback form[J]. Automatica, 2013, 49(5):1403-1410.
- [13] Tee K P, Ren B, Ge S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints[J]. Automatica, 2011, 47(11):2511-2516.
- [14] He W, Zhang S, Ge S S. Adaptive control of a flexible crane system with the boundary output constraint[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(8):4126-4133.
- [15] Yin S, Yu H, Shahnazi R, et al. Fuzzy adaptive tracking control of constrained nonlinear switched stochastic pure-feedback systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(3):579-588.
- [16] Yin J, Khoo S, Man Z, et al. Finite-time stability and instability of stochastic nonlinear systems[J]. Automatica, 2011, 47(12):2671-2677.
- [17] Zhao D, Li S, Zhu Q, et al. Robust finite-time control approach for robotic manipulators[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 1-15.
- [18] 张慧慧. 一类不确定随机多时滞神经网络时滞区间相关的鲁棒指数稳定分析[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2013, 26(4):16-23.
- [19] 陈国梁. 多定常时滞离散系统的稳定性分析[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2014, 27(4):16-21.
- [20] 陈国梁. 马尔科夫跳跃系统的时滞相关无源性分析[J]. 聊城大学学报(自然科学版), 2015, 28(1):15-18.

## Adaptive Tracking Control for Stochastic Nonlinear Systems with Full State Constraints

ZHANG Jing LIANG Xing-yue XIA Jian-wei

(School of Mathematical Sciences, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China)

**Abstract** In this paper, an adaptive controller is constructed for a class of strict-feedback stochastic nonlinear systems. The states are constrained in the compact set. By constructed a tan-type Barrier Lyapunov Function and using backstepping technique, an adaptive tracking control scheme is proposed. The proposed control scheme guarantee that the output error convergence to a small neighborhood of zero and all the signals in the closed-loop system are bounded. The simulation results illustrate the validity of the proposed method.

**Key words** backstepping technique; adaptive control; Barrier Lyapunov Function; state constraints.