文章编号　1672-6634(2018)04-0065-07　　**DOI**　10.19728/j.issn1672-6634.2018.04.012

中立随机马尔科夫跳变系统延迟反馈控制器设计①

庄光明[1]　张化生[1]　赵军圣[1]　孙　伟[1]　孙　群[2]

(1.聊城大学 数学科学学院,山东 聊城 252059;2.聊城大学 机械与汽车工程学院,山东 聊城 252059)

摘　要　本文研究了具有时变时滞的中立随机马尔科夫跳变系统的延迟状态反馈控制问题.主要目标是在漂移项和扩散项部分都设计模态相依的延迟状态反馈控制器使得闭环中立随机马尔科夫跳变系统满足随机稳定.通过构造模态相依的 Lyapunov-Krasovskii 候选泛函,借助线性矩阵不等式技术,得到了闭环中立随机马尔科夫跳变系统随机稳定的充分条件.仿真例子说明了所采用的方法的有效性和实用性.

关键词　中立时滞系统;Itô 随机系统;马尔科夫跳变系统;延迟反馈控制;时变时滞

中图分类号　O211.9　　**文献标识码**　A

0　引言

随机系统能够描述遭受各类随机干扰的实际系统,在过去的几十年里受到了学者们的广泛关注,在经济系统、机械系统、人口系统、生态系统等领域都有不俗表现. 在工程和物理系统中时滞(时间延迟)现象频繁发生,导致系统性能下降甚至系统失去稳定性. 具有迟钝型(retarded)时滞的 Itô 随机系统的稳定性分析和控制问题近年来得到了广泛研究,许多重要研究成果陆续发表于国内外诸多知名期刊[1-8].

中立型(neutral)时滞现象存在于大量的实际系统中,如水管或蒸汽管道,无损传输线路,热交换系统,人口生态系统等. 中立时滞系统不仅涉及到系统状态的时间延迟,而且涉及到系统状态导数的时间延迟问题. 近年来,国内外众多学者热衷于对中立随机微分系统的研究,不仅给出了系统平凡解满足存在唯一性的 Lipschitz 条件和线性增长条件,而且明确了系统的依概率稳定、几乎处处指数稳定、矩指数稳定的判别条件及诸多控制综合问题[9-17].

另一方面,作为一类重要的混合系统,马尔科夫跳变系统可以模拟许多由于突发性环境干扰、变化的内部节点、部件修理或故障等导致的结构或参数突然改变的实际系统. 马尔科夫跳变系统在太阳热中心接收系统、电力系统等领域都有广泛的应用[18-23]. 当 Itô 随机系统遭遇到突然的结构或参数的改变,自然地产生了随机马尔科夫跳变系统[24-27]. 最近几年,控制领域学者们对具有中立型时滞的随机马尔科夫跳变系统的分析与综合产生了浓厚的兴趣[28].

值得注意的是,状态反馈控制作为现代控制理论中的一种控制方式,能有效地改善系统的性能,通过设计反馈控制器可以使得不稳定系统的闭环控制系统稳定. 现有文献中所设计的状态反馈控制器大部分只跟目前的状态有关,很少涉及到过去的状态. 然而,在现实世界里,由于状态观测时间和反馈控制到达时间之间不可避免地存在滞后现象,所以在设计控制器时同时考虑目前的状态和过去的状态更加符合实际[26]. 近年来,延迟状态反馈控制器的设计研究逐渐得到了控制界学者的积极关注[7,12,26,29].

据作者有限的知识所知,截止到目前为止,鲜有关于中立随机马尔科夫跳变系统延迟状态反馈控制器

①　收稿日期:2018-08-02

基金项目:国家自然科学基金项目(61773191);山东省自然科学基金项目(ZR2016JL025,ZR2018MF028);山东省本科高校教学改革研究项目(G201811,M2018X047);聊城大学实验技术研究项目(26322170267);中央引导地方科技发展专项资金计划.

通讯作者:庄光明,男,汉族,工学博士,副教授,研究方向:随机系统、奇异系统分析与控制,E-mail:zgmtsg@126.com.

设计方面的文献报道,更不用说随机系统具有时变时滞和在漂移项及扩散项中均设计控制器的情况. 对上述问题的研究仍然是开放性的而且具有很强的挑战性.

受上述问题的启发,本文聚焦具有时变时滞的中立随机马尔科夫跳变系统的延迟状态反馈控制问题. 主要目标是在漂移项和扩散项部分都设计模态相依的延迟状态反馈控制器,使得闭环中立随机马尔科夫跳变系统满足随机稳定. 通过构造模态相依的 Lyapunov-Krasovskii 候选泛函,借助线性矩阵不等式技术,得到闭环中立随机马尔科夫跳变系统随机稳定的充分条件.

1 问题描述

给定完备概率空间 $(\Omega,\mathfrak{F},\mathfrak{F}_t,P)$,我们研究如下的具有时变时滞的线性中立随机马尔科夫跳变系统

$$\begin{cases} \mathrm{d}[x(t)-Dx(t-\tau)]=[A(r_t)x(t)+A_d(r_t)x(t-\tau(t))+u(x(t),x(t-\tau(t)))]\mathrm{d}t \\ \qquad\qquad +[C(r_t)x(t)+C_d(r_t)x(t-\tau(t))+u(x(t),x(t-\tau(t)))]\mathrm{d}\omega(t), \\ x(t)=\varphi(t),\forall\, t\in[-\tau,0], \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x(t)\in\mathbb{R}^n$ 是系统的状态,$\varphi(t)$ 是初始状态,$u(\cdot)\in\mathbb{R}^n$ 是控制输入. $|D|<1$ 是中立系统满足稳定性的必要条件.

$\omega(t)$ 是定义在给定的概率空间 $(\Omega,\mathfrak{F},\mathfrak{F}_t,P)$ 上的一维布朗运动,$\{r_t\}$ 是右连续的马尔科夫过程且独立于 $\omega(t)$,$\{r_t\}$ 在有限集合 $S=\{1,2,\cdots,N\}$ 中取值. π_{ij} 是马尔科夫过程的转移率,由如下的转移概率得到

$$P\{r_{t+h}=j\mid r_t=i\}=\begin{cases}\pi_{ij}h+o(h),i\neq j,\\ 1+\pi_{ii}h+o(h),i=j,\end{cases} \tag{2}$$

其中 $h>0,\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{o(h)}{h}=0,\pi_{ij}\geqslant 0,\pi_{ii}=-\sum\limits_{j=1,j\neq i}^{N}\pi_{ij}$.

$\tau(t)$ 是系统状态中的时变时滞,且具有性质

$$0\leqslant\tau(t)\leqslant\tau<\infty,\dot{\tau}(t)\leqslant\mu<1. \tag{3}$$

本文的主要目的是设计如下的模态相依的延迟状态反馈控制器,使得中立随机马尔科夫跳变系统(1)的闭环系统稳定

$$u(x(t),x(t-\tau(t)))=M(r_t)K_p(r_t)x(t)+N(r_t)K_d(r_t)x(t-\tau(t)), \tag{4}$$

这里 $K_p(r_t),K_d(r_t)$ 是已知参数,我们来设计 $M(r_t),N(r_t)$. 方便起见,下文中对于所有的 $r_t=i\in S$,参数 $M(r_t)$ 用 M_i , $N(r_t)$ 用 N_i , $A(r_t)$ 用 A_i , $A_d(r_t)$ 用 A_{di} 来表示,其它未列举的参数表示法相同.

对于所有的 $r_t=i\in S$,将状态反馈控制器(4)带入中立随机马尔科夫跳变系统(1),得到如下的闭环中立随机马尔科夫跳变系统

$$\mathrm{d}[x(t)-Dx(t-\tau)]=[\overline{A}_ix(t)+\overline{A}_{di}x(t-\tau(t))]\mathrm{d}t+[\overline{C}_ix(t)+\overline{C}_{di}x(t-\tau(t))]\mathrm{d}\omega(t), \tag{5}$$

这里 $\overline{A}_i=[A_i+M_iK_{pi}],\overline{A}_{di}=[A_{di}+N_iK_{di}],\overline{C}_i=[C_i+M_iK_{pi}],\overline{C}_{di}=[C_{di}+N_iK_{di}]$.

注 1 本文要求概率空间 $(\Omega,\mathfrak{F},\mathfrak{F}_t,P)$ 是完备的,此时滤子 $\mathfrak{F}_t$ 是 σ 代数 $\mathfrak{F}$ 的一族单调递增的子 σ 代数,$\mathfrak{F}_t$ 满足通常条件,即:右连续、$\mathfrak{F}_0$ 包含所有的零概集. 现有文献一般都要求概率空间 $(\Omega,\mathfrak{F},\mathfrak{F}_t,P)$ 完备,其主要原因是确保所定义的鞅满足右连续且左极限存在(Cadlag)[25].

注 2 本文要求时滞导数小于 1,即 $\dot{\tau}(t)\leqslant\mu<1$,从而便于后续计算. 在今后的研究中,我们将构造新颖的 Lyapunov-Krasovskii 候选泛函,取消时滞导数小于 1 这一条件,寻找更加有效的方法来研究具有时变时滞的中立随机马尔科夫跳变系统的延迟状态反馈控制问题.

在给出主要结果之前,我们先介绍随机稳定的概念.

定义 1 对于未加控制输入 $u(\cdot)$ 的中立随机马尔科夫跳变系统(1),如果存在标量 $M(r_0,\varphi(\cdot))>0$ 使得

$$\lim_{T\to\infty}\varepsilon\left\{\int_0^T|x(t)|^2\mathrm{d}t\mid r_0,x(s)=\varphi(s),s\in[-\tau,0]\right\}\leqslant M(r_0,\varphi(\cdot)), \tag{6}$$

则称未加控制输入 $u(\cdot)$ 的中立随机马尔科夫跳变系统(1)是随机稳定的.

2　主要结果

定理 1　未加控制输入 $u(\cdot)$ 的中立随机马尔科夫跳变系统(1)是随机稳定的，如果对所有的 $r_t = i \in S$，存在矩阵 $\boldsymbol{P}_i > 0$，$\boldsymbol{R} > 0$，$\boldsymbol{Q} > 0$，使得线性矩阵不等式成立

$$\boldsymbol{\Pi}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{11i} & \boldsymbol{\Pi}_{12i} & \boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di} & \boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i \\ * & \boldsymbol{\Pi}_{22i} & -\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di} & 0 \\ * & * & -(1-\mu)\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{C}_{di}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i \\ * & * & * & -\boldsymbol{P}_i \end{bmatrix} < 0, \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{\Pi}_{11i} = \boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i + \boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j + \boldsymbol{R} + \boldsymbol{Q}$，$\boldsymbol{\Pi}_{12i} = -\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{D} - \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{\Pi}_{22i} = -\boldsymbol{R} + \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}$.

证明　定义 $\{x_t = x(t+\theta), -\tau \leqslant \theta \leqslant 0\}$，则随机过程 $\{(x_t, r_t), t \geqslant \tau\}$ 是一个马尔科夫过程，其初始值为 $(\varphi(\cdot), r_0)$．构建如下的 Lyapunov-Krasovskii 候选泛函

$$V(x_t, r_t) = V_1(x_t, r_t) + V_2(x_t, r_t) + V_3(x_t, r_t), \tag{8}$$

其中 $V_1(x_t, r_t) = [x(t) - Dx(t-\tau)]^{\mathrm{T}} P(r_t)[x(t) - Dx(t-\tau)]$，$V_2(x_t, r_t) = \int_{t-\tau}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Rx(s)\mathrm{d}s$，$V_3(x_t, r_t) = \int_{t-\tau(t)}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}x(s)\mathrm{d}s$.

根据 Itô 公式，可得 $\mathcal{L}V(x_t, r_t = i) \leqslant 2[x(t) - \boldsymbol{D}x(t-\tau)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i[\boldsymbol{A}_i x(t) + \boldsymbol{A}_{di}x(t-\tau(t))] + x^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{R} + \boldsymbol{Q})x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\boldsymbol{R}x(t-\tau) - (1-\mu)x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\boldsymbol{Q}x(t-\tau(t)) + [x(t) - Dx(t-\tau)]^{\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j[x(t) - Dx(t-\tau)] + [C_i x(t) + C_{di}x(t-\tau(t))]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i[C_i x(t) + C_{di}x(t-\tau(t))]$.

这里 $2[x(t) - \boldsymbol{D}x(t-\tau)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i[\boldsymbol{A}_i x(t) + \boldsymbol{A}_{di}x(t-\tau(t))] = 2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i x(t) + 2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di}x(t-\tau(t)) - 2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{A}_i{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{D}x(t-\tau) - 2x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di}x(t-\tau(t))$，$[x(t) - \boldsymbol{D}x(t-\tau)]^{\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j[x(t) - \boldsymbol{D}x(t-\tau)] = x^{\mathrm{T}}(t)\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j x(t) + x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}x(t-\tau) - 2x^{\mathrm{T}}(t)\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}x(t-\tau)$．所以有

$\mathcal{L}V(x_t, r_t = i) \leqslant x^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i + \boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i + \boldsymbol{R} + \boldsymbol{Q} + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j + \boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{C}_i)x(t) + x^{\mathrm{T}}(t-\tau)(\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D} - \boldsymbol{R})x(t-\tau) + x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))((\mu-1)\boldsymbol{Q} + \boldsymbol{C}_{di}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{C}_{di})x(t-\tau(t)) + 2x^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di} + \boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{C}_{di})x(t-\tau(t)) - 2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{D}x(t-\tau) - 2x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di}x(t-\tau(t)) - 2x^{\mathrm{T}}(t)\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}x(t-\tau) \leqslant \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Gamma}_i\xi(t)$.

其中

$$\boldsymbol{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{11i} + \boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{C}_i & \boldsymbol{\Pi}_{12i} & \boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di} + \boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{C}_{di} \\ * & \boldsymbol{\Pi}_{22i} & -N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di} \\ * & * & -(1-\mu)\boldsymbol{Q} + \boldsymbol{C}_{di}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{C}_{di} \end{bmatrix},$$

$$\xi(t) = [x^{\mathrm{T}}(t) \quad x^{\mathrm{T}}(t-\tau) \quad x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))]^{\mathrm{T}} \neq 0,$$

故存在标量 $\gamma > 0$，使得 $\mathcal{L}V(x_t, r_t = i) < \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\Gamma_i\xi(t) < -\gamma x^{\mathrm{T}}(t)x(t) < 0$. 所以，对 $T > 0$，有

$$V(x_T, r_T) - V(x_0, r_0) = \varepsilon\left\{\int_0^T \mathcal{L}V(s)\mathrm{d}s\right\} < -\gamma\varepsilon\left\{\int_0^T x^{\mathrm{T}}(s)x(s)\mathrm{d}s\right\}, \tag{9}$$

从而有 $\lim\limits_{T\to\infty}\varepsilon\left\{\int_0^T |x(t)|^2\mathrm{d}t \mid r_0, x(s) = \varphi(s), s \in [-\tau,\ 0]\right\} \leqslant M(r_0, \varphi(\cdot))$.

由定义 1 知，未加控制输入 $u(\cdot)$ 的中立随机马尔科夫跳变系统(1)是随机稳定的，定理得证.

下面给出模态相依的延迟状态反馈控制器(4)的具体设计实现.

定理 2　闭环中立随机马尔科夫跳变系统(5)是随机稳定的，如果对所有的 $r_t = i \in S$，存在矩阵 $\boldsymbol{P}_i > 0$，$\boldsymbol{R} > 0$，$\boldsymbol{Q} > 0$，$\boldsymbol{X}_i$，$\boldsymbol{Y}_i$ 使得线性矩阵不等式成立

$$\bar{\boldsymbol{\Xi}}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi}_{11i} & \boldsymbol{\Xi}_{12i} & \boldsymbol{\Xi}_{13i} & \boldsymbol{\Xi}_{14i}\\ * & \boldsymbol{\Xi}_{22i} & \boldsymbol{\Xi}_{23i} & 0\\ * & * & -(1-\mu)\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{\Xi}_{34i}\\ * & * & * & -\boldsymbol{P}_i\end{bmatrix}<0, \tag{10}$$

其中 $\boldsymbol{\Xi}_{11i}=\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{X}_i\boldsymbol{K}_{pi}+\boldsymbol{K}_{pi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}}+\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{R}+\boldsymbol{Q}$,$\boldsymbol{\Xi}_{12i}=-\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{D}-\boldsymbol{K}_{pi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}-\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}$,$\boldsymbol{\Xi}_{13i}=\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di}+\boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{K}_{di}$,$\boldsymbol{\Xi}_{14i}=\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{K}_{pi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{\Xi}_{22i}=-\boldsymbol{R}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}$,$\boldsymbol{\Xi}_{23i}=-\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{di}-\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{K}_{di}$,$\boldsymbol{\Xi}_{34i}=\boldsymbol{C}_{di}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{K}_{di}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}$,此时,模态相依的延迟状态反馈控制器(4)的参数可表示为

$$\boldsymbol{M}_i=\boldsymbol{P}_i^{-1}\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{N}_i=\boldsymbol{P}_i^{-1}\boldsymbol{Y}_i. \tag{11}$$

证明 根据定理1,闭环中立随机马尔科夫跳变系统(5)随机稳定的充分条件是对所有的 $r_t=i\in S$,有线性矩阵不等式成立

$$\sum\nolimits_i=\begin{bmatrix}\sum_{11i} & \sum_{12i} & \boldsymbol{P}_i\bar{\boldsymbol{A}}_{di} & \bar{\boldsymbol{C}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\\ * & \sum_{22i} & -\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\bar{\boldsymbol{A}}_{di} & 0\\ * & * & -(1-\mu)\boldsymbol{Q} & \bar{\boldsymbol{C}}_{di}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\\ * & * & * & -\boldsymbol{P}_i\end{bmatrix}<0, \tag{12}$$

其中 $\sum_{11i}=\boldsymbol{P}_i\bar{\boldsymbol{A}}_i+\bar{\boldsymbol{A}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{R}+\boldsymbol{Q}$,$\sum_{12i}=-\bar{\boldsymbol{A}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{D}-\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}$,$\sum_{22i}=-\boldsymbol{R}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{D}$,令

$$\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{M}_i=\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{P}_iN_i=\boldsymbol{Y}_i \tag{13}$$

即刻得到线性矩阵不等式(10),定理得证.

3 仿真例子

考虑具有如下参数的中立随机马尔科夫跳变系统(1)

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.1 & 0.15\\ 0.2 & -0.3 & 0.3\\ 0.1 & 0.2 & -0.4\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}0.1 & -0.5 & 0.2\\ 0.3 & 0.6 & 0.2\\ -0.1 & 0.2 & -1.5\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}0.2 & -0.3 & 0.1\\ 0.4 & 0.5 & -0.2\\ 0.1 & 0.3 & -1.7\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_{d1}=\begin{bmatrix}0.03 & -0.2 & 0.1\\ 0.2 & 0.05 & 0.04\\ -0.04 & 0.1 & 0.2\end{bmatrix},\boldsymbol{A}_{d2}=\begin{bmatrix}0.2 & -0.12 & 0.21\\ 0.03 & 0.2 & -0.04\\ -0.2 & 0.2 & 0.1\end{bmatrix},\boldsymbol{C}_1=\begin{bmatrix}0.3 & -0.5 & 0\\ 0 & 0.6 & 0.7\\ -0.3 & 0 & 0.2\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}_2=\begin{bmatrix}0.2 & -0.4 & 0\\ 0.1 & 0.4 & 0.5\\ -0.2 & 0.1 & 0.2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{C}_{d1}=\begin{bmatrix}0.1 & -0.2 & 0.15\\ 0.1 & 0.25 & -0.3\\ -0.07 & 0.14 & 0.15\end{bmatrix},\boldsymbol{C}_{d2}=\begin{bmatrix}0.2 & -0.3 & 0.25\\ 0.2 & 0.35 & -0.2\\ -0.06 & 0.24 & 0.25\end{bmatrix},$$

令 $\mu=0.7$,且

$$\boldsymbol{K}_{p1}=\begin{bmatrix}2.1 & 3.3 & 1.5\\ 0.2 & 1.2 & -1.3\\ -1.2 & 1.4 & 2.3\end{bmatrix},\boldsymbol{K}_{p2}=\begin{bmatrix}2.2 & 3.4 & 2.5\\ 0.3 & 1.4 & -1.2\\ -1.1 & 1.3 & 2.4\end{bmatrix},\boldsymbol{K}_{d1}=\begin{bmatrix}0.1 & 0.2 & 0.3\\ 0.2 & 0.1 & 0.3\\ -0.2 & 0.1 & 0.4\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{K}_{d2}=\begin{bmatrix}-0.2 & 0.1 & -0.3\\ 0.3 & 0.2 & 0.4\\ -0.3 & 0.2 & 0.5\end{bmatrix},\boldsymbol{\Pi}=\begin{bmatrix}-1.3 & 1.3\\ 1.2 & -1.2\end{bmatrix}.$$

解定理2中的线性矩阵不等式(10),可得

$$\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}74.6479 & 0.1033 & -27.8477\\ 0.1033 & 60.1141 & -78.1352\\ -27.8477 & -78.1352 & 309.6153\end{bmatrix},\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}55.4144 & -2.0678 & 8.9654\\ -2.0678 & 61.3568 & -83.6843\\ 8.9654 & -83.6843 & 218.7480\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix}251.3412 & 57.9775 & 8.1917\\ 57.9775 & 299.8380 & -196.5200\\ 8.1917 & -196.5200 & 342.0715\end{bmatrix},\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix}334.1627 & 58.8973 & -2.8612\\ 58.8973 & 307.7807 & -214.7833\\ -2.8612 & -214.7833 & 344.4756\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X}_1=\begin{bmatrix}-67.1184 & 124.5326 & 103.0530\\ -76.4445 & 38.5013 & -33.6143\\ 50.6905 & -0.3258 & 8.4255\end{bmatrix},\boldsymbol{X}_2=\begin{bmatrix}-56.0260 & 94.0734 & 88.7947\\ -58.1028 & 7.7245 & -19.3916\\ 32.3779 & 4.5145 & 0.9396\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Y}_1=\begin{bmatrix}509.3634 & -187.2644 & -332.1764\\ -63.0941 & -98.6277 & 240.3554\\ 66.6661 & 8.6821 & -264.9020\end{bmatrix},\boldsymbol{Y}_2=\begin{bmatrix}316.5851 & 17.3464 & 30.8406\\ -154.7585 & -199.0959 & 144.8092\\ 61.9411 & 78.5247 & -191.6889\end{bmatrix}.$$

此时，模态相依的延迟状态反馈控制器(4)的参数可表示为：

$$\boldsymbol{M}_1=\begin{bmatrix}-0.2280 & 0.4854 & 0.4889\\ -0.1767 & 0.0422 & -0.3178\\ 0.0521 & 0.0117 & -0.1697\end{bmatrix},\boldsymbol{M}_2=\begin{bmatrix}-0.1373 & 0.2874 & 0.3012\\ -0.1730 & -0.0338 & -0.2071\\ -0.0150 & -0.0056 & -0.1239\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{N}_1=\begin{bmatrix}2.2426 & -0.6782 & -1.5444\\ -0.8846 & -0.2735 & 0.9895\\ -0.3670 & -0.1155 & -0.1690\end{bmatrix},\boldsymbol{N}_2=\begin{bmatrix}1.1264 & 0.2135 & 0.0664\\ -1.0380 & -0.9337 & 0.1236\\ -0.4580 & -0.3524 & -0.4788\end{bmatrix}.$$

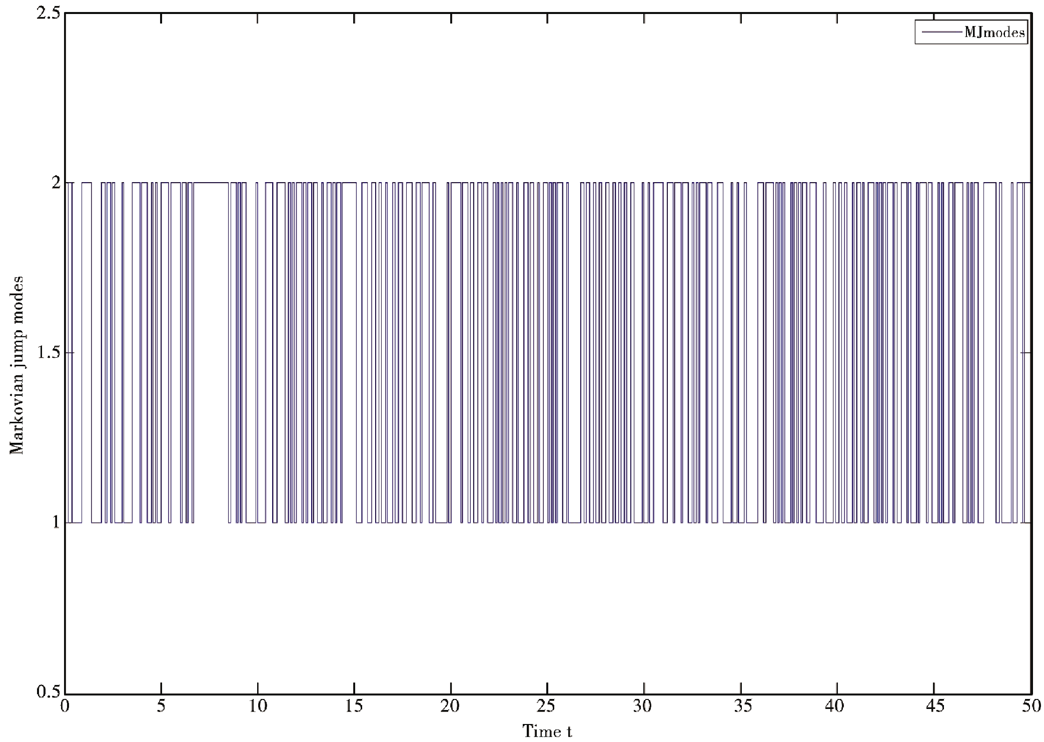

图 1　马尔科夫跳变系统的模态

设系统的初始状态为 $x_{t_0}=[-1.3\quad 0.2\quad 1.6]^{\mathrm{T}}$，令 $r_0=2$，$r_t\in\{1,2\}$. 图 1 是马尔科夫跳变系统的模态，图 2 描述的是在定理 2 的条件下闭环中立随机马尔科夫跳变系统(5)的状态. 由图 2 不难看出，我们设计的模态相依的延迟状态反馈控制器(4)使得闭环中立随机马尔科夫跳变系统(5)满足随机稳定.

4　结论

本文具体研究了具有时变时滞的中立随机马尔科夫跳变系统的延迟状态反馈控制问题，在漂移项和扩散项部分都设计了模态相依的延迟状态反馈控制器，实现了一类中立随机马尔科夫跳变系统的随机镇定要求. 通过构造模态相依的 Lyapunov-Krasovskii 候选泛函，借助线性矩阵不等式技术，得到了此类中立随机马尔科夫跳变系统随机镇定的充分条件. 所给的仿真例子表明所采用的方法是有效的和实用的.

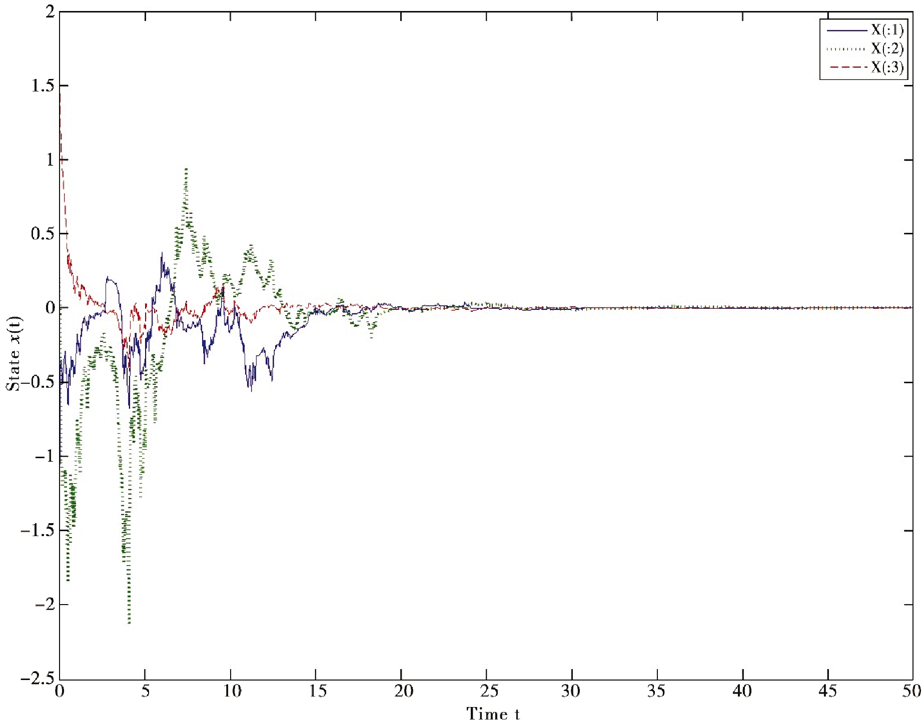

图 2　闭环中立随机马尔科夫跳变系统(5)状态

参　考　文　献

[1]　吴付科,张维海.随机微分方程的稳定性理论:方法概述[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2017,9(3):274-283.

[2]　赵勇,张维海.奇异 Itô 随机系统几个重要基础问题的研究进展[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2017,9(3):237-245.

[3]　吴昭景.随机引论[M].北京:科学出版社,2015.

[4]　闵颖颖,刘允刚.Barbalat 引理及其在系统稳定性分析中的应用[J].山东大学学报(工学版),37(1):51-55,2007.

[5]　陈增强,吴瑕,孙明玮,等.基于频域的自抗扰广义预测控制的稳定性分析[J].哈尔滨工程大学学报,2018,39(6):1046-1951.

[6]　高文华,邓飞其.不确定随机时滞系统的时滞相关鲁棒镇定[J].数学的实践与认识,2008,38(23):160-165.

[7]　陈贵词,沈轶,朱松.随机时滞系统的记忆状态反馈非脆弱 H_∞ 控制[J].同济大学学报(理学版),2010,38(10):1529-1532.

[8]　张慧慧.一类不确定随机多时滞神经网络时滞区间相关的鲁棒指数稳定分析[J].聊城大学学报(自然科学版),2013,26(4):16-23.

[9]　宋博,徐胜元,夏建伟.具有分布时滞的中立型随机系统的非易碎鲁棒 H_∞ 控制[J].南京理工大学学报(自然科学版),2008,32(3):261-264.

[10]　华民刚,邓飞其.不确定中立随机分布时滞系统的鲁棒 H_∞ 控制[J].华南理工大学学报(理学版),2008,36(5):106-112.

[11]　刘开宇,张弘强.中立型随机时滞系统的鲁棒稳定与 H_∞ 控制[J].湖南大学学报(理学版)2008,35(1):54-57.

[12]　周丽娜,刘晓华.不确定中立型随机时滞系统的鲁棒记忆非脆弱 H_∞ 控制[J].山东大学学报(工学版),2013,43(3):49-56.

[13]　Luo Q,Mao X,Shen Y. New criteria on exponential stability of neutral stochastic differential equations[J]. Syst Control Lett,2006,55(10):826-834.

[14]　Huang L,Mao X. Delay-dependent exponential stability of neutral stochastic delay systems[J]. IEEE Trans Autom Control,2009,54(1):147-152.

[15]　Xu S,Shi P,Chu Y,et al. Robust stochastic stabilization and H_∞ control of uncertain neutral stochastic time-delay systems[J]. J Math Anal Appl,2006,314(1):1-16.

[16]　Chen W M,Xu S,Zou Y. Stabilization of hybrid neutral stochastic differential delay equations by delay feedback control[J]. Syst Control Lett,2016,88:1-13.

[17]　Song B,Park J H,Wu Z G,et al. New results on delay-dependent stability analysis for neutral stochastic delay systems[J]. J Franklin Inst,2013,350(4):840-852.

[18]　Wu L,Su X,Shi P. Output feedback control of Markovian jump repeated scalar nonlinear systems[J]. IEEE Trans Autom Control,2014,59(1):199-204.

[19]　Wu Z G,Shi P,Shu Z,et al. Passivity-based asynchronous control for Markov jump systems[J]. IEEE Trans Autom Control,2017,62(4):2020-2025.

[20]　Cheng J,Park J H,Karimi H R,et al. Static output feedback control of nonhomogeneous Markovian jump systems with asynchronous

time delays[J]. Inform Sci,2017,399:219-238.

[21] Zhuang G,Ma Q,Zhang B, et al. Admissibility and stabilization of stochastic singular Markovian jump systems with time delays[J]. Syst Control Lett,2018, 114:1-10.

[22] 张慧慧.不确定离散马尔科夫跳变系统鲁棒稳定性分析[J].聊城大学学报(自然科学版),2014,27(3):40-45.

[23] 陈国梁.马尔科夫跳跃系统时滞相关无源性分析[J].聊城大学学报(自然科学版),2015,28(1):15-18.

[24] Deng F,Luo Q,Mao X. Stochastic stabilization of hybrid differential equations[J]. Automatica,2012,48(9) : 2321-2328.

[25] Mao X,Yuan C. Stochastic Differential Equations with Markovian Switching[M]. Imperial College Press, 2006.

[26] Mao X, Lam J,Huang L. Stabilisation of hybrid stochastic differential equations by delay feedback control[J]. Syst Control Lett, 2008, 57(11) : 927-953.

[27] Saravanakumar R,Ali M S, Karimi H R. Robust H_∞ control of uncertain stochastic Markovian jump systems with mixed time-varying delays[J]. Int J Syst Sci,2017, 48(4): 862-872.

[28] Kolmanovskii V,Koroleva N,Maizenberg T,et al. Neutral stochastic differential delay equations with Markovian switching[J]. Stoch Anal Appl,2003, 21: 819-847.

[29] Xia J,Park J H, Lee T H,et al. H_∞ tracking of uncertain stochastic time-delay systems: memory state-feedback controller design [J]. Appl Math Comput,2014,249: 356-370.

Delay Feedback Controller Design for Neutral Stochastic Markovian Jump Systems

ZHUANG Guang-ming[1]　ZHANG Hua-sheng[1]　ZHAO Jun-sheng[1]
SUN Wei[1]　SUN Qun[2]

(1. School of Mathematical Sciences, Liaocheng University, Liaocheng 252059,China;2. School of Mechanical and Automotive Engineering, Liaocheng University,Liaocheng 252059,China)

Abstract　This paper is concerned with the problem of delay state feedback control for neutral stochastic Markovian jump systems (NSMJSs) with time-varying delays. The main aim is to design mode-dependent delay state feedback controller both in the drift part and in the diffusion part to realize the closed-loop NSMJS is stochastically stable. By constructing mode-dependent Lyapunov-Krasovskii functional, the stabilization conditions are provided in terms of linear matrix inequalities. Simulation example is employed to demonstrate the validity and usefulness of the proposed method.

Key words　neutral delay systems; Itô stochastic systems; Markovian jump systems; delay feedback control; time-varying delays